حل مسألة البرمجة ثنائية المستوى (الخطية-التربيعية) بتطبيق الخوارزمية الجينية

أ.د.حامد سعد نور الشمرتي
جامعة البيان/ كلية ادارة الاعمال

احمد عبدالزهرة دواي
الباحث

P: ISSN : 1813-6729
E : ISSN : 2707-1359

http://doi.org/10.31272/JAE.44.2021.127.16

تأريخ أستلام البحث : 2020/9/6
مقبول للنشر بتأريخ : 2020/10/11

المستخلص :

البرمجة ثنائية المستوى (الخطية-التربيعية) *Linear – quadratic bi-level programming (LQBP)*تعتبر من مسائل التحسين المتداخلة بمستويين احدهما يدعى المستوى الاعلى المستقل(Leader) والاخر يدعى المستوى الادنى التابع(Follower) ولكل مستوى دالة هدف خاصة وقيود . وتعتبر اداة علمية وعملية تساعد متخذ القرار للوصول الى الحل الامثل . ومن اجل الحصول على كفاءة الحد الاعلى والحد الادنى تم الاستعانة بشروط "كارش-كن-تكر" karush-kuhn-tucker(KKT) وذلك من اجل تحويل البرمجة ثنائية المستوى الى احادية المستوى وتطبيق الخوارزمية الجينية عليها بعد ذلك .الهدف الرئيس للبحث هو تسليط الضوء على احدى طرائق حل البرمجة ثنائية المستوى وهي الخوارزمية الجينية Genetic algorithm (GA) والتي تعتبر من طرائق البحث وتستخدم لمحاكاة ما تفعله الطبيعة في تكاثر الكائنات الحية واستخدامها في حل المشكلات المعقدة والوصول الى حل امثل او اقرب حل ممكن للحل الامثل. بعد تنفيذ الخوارزمية الجينية والاستفادة من خواصها ومضمون خطواتها مع البرمجة ثنائية المستوى (الخطية-التربيعية) لحساب الكميات الشهرية للانتاج والطلب للبطارية السائلة الحامضية سعة 60 امبير والمستحصل بياناتها من معمل انتاج البطاريات في بغداد التابع الى وزارة الصناعة والمعادن، بينت النتائج انها اعطت افضل الحلول الممكنة وتمكنت ايضاً من تحقيق الامثلية من خلال زيادة قيمة دالة الهدف من نوع(max) اكبر ما يمكن من نتائج البرمجة ثنائية المستوى bi-level دون استخدام الخوارزمية في حالتي الانتاج والطلب اضافة الى توليدها لحلول بديلة ممكنة تساعد متخذ القرار على اختيار ما هو افضل واقرب الى الحالة قيد الدرس وواقعه العملي.

الكلمات المفتاحية : البرمجة ثنائية المستوى(الخطية-التربيعية) ،الخوارزمية الجينية ، شروط "كارش-كن-تكر"

- مستل من رسالة ماجستير

مجلة الادارة والاقتصاد
العدد 127 / اذار/ 2021
الصفحات : 239-248

المقدمة :

مشكلة البرمجة ثنائية المستوى Bi-level تعد من المشاكل المعقدة والصعبة من نوع (NP-Hard) ، وهي تتمثل بوجود اثنين من صانعي القرار صانع القرار في المستوى الاعلى للمتغير المستقل (Leader) وصانع القرار في المستوى الادنى للمتغير التابع (Follower) . يتعين على صانع القرار في المستوى الادنى (التابع) تحسين دالة الهدف الخاصة به وفقاً للمعايير المعطاة من صانع القرار في المستوى الاعلى (المستقل) ومشكلة البرمجة ثنائية المستوى بشكل عام محدبة وغير قابلة للاشتقاق لذلك يصعب حلها بصورة مباشرة ويتم اللجوء الى الخوارزميات .وهناك العديد من الخوارزميات لحل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى مثل الخوارزمية الجينية التي سنرى نتائجها العلمية الدقيقة التي فاقت نتائج الطرائق الكلاسيكية وايضاً لها مرونة عالية في اتخاذ القرارات الاستراتيجية للتوصل الى الحل المقبول ومن ثم الحصول على الحل الامثل لما توفره من حلول بديلة جميعها قابلة للتطبيق وتكون مساعدة لمتخذي القرار في قرارهم الامثل البرمجة ثنائية المستوى تستخدم في عدة مجالات منها الاقتصادية ، حركة المرور والتمويل.من خلال الزيارات الميدانية لواقع حال معمل انتاج البطاريات السائلة الكائن في منطقة الوزيرية \بغداد التابع الى وزارة الصناعة والمعادن تبين انه يعاني من عدة مشاكل منها داخلية تتعلق بالأمور الفنية والآلات وأخرى خارجية تتمثل بالاستيراد من خارج البلد .ان هذه الاسباب تقود المعمل الى الدخول ضمن دوامة الرداءة في نسب الانتاج وعدم اعطاء صورة واضحة ودقيقة لطلب الكميات الشهرية . لذلك يواجه نظام الخزين فيه ضغوطات وتحديات تتعلق بالأمور المشار إليها ،فهو من جهة يود تخزين كميات كبيرة من البطاريات لمواجهة الطلب عند الحاجة اليها وسد حاجة السوق من المتطلبات ، ومن جهة اخرى يود تقليل كلف الخزن الخاصة بها الى اقل ما يمكن وذلك لتجنب تكديس البطاريات وما ينتج عنها من تلف وعطل وتكاليف اخرى مترتبة على تكاليف الخزين. لذلك تتمثل المشكلة بتقدير الحاجة الشهرية مع الطلب الشهري للبطارية السائلة الحامضية سعة 60 امبيراً بشكل دقيق بعد الضرر العام الذي لحق بالصناعة العراقية بعد ان كانت محط انظار كل الدول الشقيقة والصديقة وذلك من خلال استخدام طريقة البرمجة ثنائية المستوى مع الخوارزمية الجينية. إذ تنتهي مشكلة البحث بتبلور تساؤل مهم ورئيسي هو :هل بإمكان تقنية الخوارزمية الجينية أن تعالج المشكلة وتحقق الامثلية والوصول الى حلول مقبولة ؟

1- البرمجة ثنائية المستوى Bi-level programming:[3][6][1]

مشكلة البرمجة ثنائية المستوى Bi-level programming problem(BLPP) تعتبر لدى جمع من الباحثين هي مشكلة التحسين المتداخلة ، ألتي لديها مستويان في التسلسل (الهيكل) الهرمي، المستوى الاول الاعلى يدعى المستقل (Leader) والمستوى الثاني الادنى يدعى التابع (Follower) . كما ولديهما الدوال الخاصة والقيود. وتعتبر اداة علمية وعملية لحل مشاكل صنع القرار يتم استخدامها في العديد من المجالات الاقتصادية ،حركة المرور، التمويل ، اضافة الى استخدامها مع نماذج الخزين . يتعين على صانع القرار في المستوى الادنى(التابع) تحسين دالة الهدف الخاصة به وفقاً للمعايير المعطاة من صانع القرار في المستوى الاعلى (المستقل) الذي في المقابل يختار المعلمات من اجل تحسين دالة الهدف الخاصة مع معلومات كاملة عن ردود الفعل المحتملة للمستوى التابع. للبرمجة ثنائية المستوى وكذلك متعددة المستويات مهام كثيرة اذ ان "Bracken and mcgill" اعطيا الصيغة الاصلية للبرمجة ثنائية المستوى في عام 1973 ومع ذلك حتى عام 1980 بدأت هذه المشاكل تلاقي اهتماماً بدافع نظرية الالعاب (Game theory).

ساهم العديد من المؤلفين بدراسة البرمجة ثنائية المستوى بشكل مكثف حيث قام البعض باستطلاع البرمجة ثنائية المستوى من خلال تقديم كل من النتائج النظرية وعدد كبير من التطبيقات

(1-2)صياغة البرمجة ثنائية المستوى Formulation of bi-level programming:[6]

ألبرمجة ثنائية المستوى تعرف كالآتي :

$$\max_{x} F\,(x,y) \quad \dots\dots\dots..(1)$$

s.t

$$G\,(x,y)\ \le 0 \quad \dots\dots\dots\dots(2)$$

$$\min_{y} f\,(x,y)$$

s.t

$$g\,(x,y)\ \le 0$$

اذ ان :

$F, f: R^{n_1} * R^{n_2} \longrightarrow R$

R تدعى بدوال الهدف المستقل والتابع على التوالي

G : $R^{n_1} * R^{n_2} \longrightarrow R^{P}$

$g: R^{n_1} * R^{n_2} \longrightarrow R^{q}$

G, g وتعرف على انها القيود للمستقل والتابع على التوالي

x,y متغيرات القرار للمستقل والتابع على التوالي اذ ان :

$x \in R^{n_1}$, $y \in R^{n_2}$

في دراستنا هذه تم الاعتماد على صيغة البرمجة ثنائية المستوى (الخطية – التربيعية) *Linear – quadratic bi-level programming (LQBP)*

(2-2)الافتراضات الاساسية لمشكلة البرمجة ثنائية المستوى *Basic assumptions of bi-level programming problem* [6]

1. منطقة القيود لمشكلة البرمجة ثنائية المستوى (*Feasible region*) هي :

$S = \{(x, y) \in X \times Y : G(x, y) \le 0 \;,\; g(x, y) \le 0\} \;\ldots .(3)$

2. *S* هي مجال قرار المستقل *(Leader)* وتكون كالآتي :

$S(x) = \{x \in X : \exists\; y \in Y \;, such\ that\ (x, y) \in S\} \ldots ..(4)$

3. مجموعة الحلول الممكنة للمستوى الادنى *(Leader decision)* لكل x ثابت $x \in S(x)$ هي :

$S(x) = \{\, y \in Y : g(x, y) \le 0\} \ldots \ldots \ldots \ldots ..(5)$

4. رد فعل المستوى الادنى *(Follower Reaction)* لكل x ثابت $x \in S(x)$ ثابت يكون كالآتي :

$P(x) = \{\, y \in Y : y \in argmin\{f(x, y) : y \in S(x)\}\} \ldots ..(6)$

5. منطقة الحلول الممكنة (*The feasible region*) لمشكلة البرمجة ثنائية المستوى هي

$$FR = \{(x, y) \in X \times Y : (x, y) \in S \,,\; y \in P(x)\} \;\ldots (7)$$

وبالتالي فان مشكلة البرمجة ثنائية المستوى تكتب كالتالي :

$$Min\ or\ max\ \{ f(x, y) | (x, y) \in FR\}$$

(3-2)البرمجة ثنائية المستوى (الخطية – التربيعية) *Linear – quadratic bi-level programming (LQBP)*- [14][6]

- **مفاهيم وخصائص *The concepts and properties***

عندما تكون دالة الهدف للمستوى الاعلى (المستقل) خطية ودالة الهدف للمستوى الادنى (التابع) تكون تربيعية حيث يمكن صياغة هذه المشكلة وفق الاتي :

$$\max_{x} F(x, y) = a^T x + b^T y \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (8)$$

$$\max_{y} f(x, y) = c^T x + d^T y + (x^T, y^T) Q (x^T, y^T) \ldots \ldots \ldots ..(9)$$

$$s.t$$

$$Ax + By \le r$$

$$x, y \ge 0$$

حيث ان :

$f(x, y), F(x, y)$ دوال الهدف للمستقل والتابع على التوالي .

$$a, c \in R^{n_1}, b, d \in R^{n_2}, A \in R^{m \times n_1}, B \in R^{m \times n_2}, r \in R^{m}, Q \in R^{(n_1+n_2)\times(n_1+n_2)}$$

Q: وتسمى (*Heuristic matrix*) وتكون مصفوفة موجبة متماثلة *Symmetric* شبه محددة *Positive Semi definite*

$y \in R^{n2}$, $x \in R^{n1}$ يمثلا متغيرات القرار تحت سيطرة المستقل والتابع على التوالي

نفترض ان

$$Q = \begin{bmatrix} Q_2 & {Q_1}^T \\ Q_1 & Q_0 \end{bmatrix} \ldots \ldots \ldots \ldots (10)$$

$$Q_2 \in R^{n_1 \times n_1}, Q_0 \in R^{n_2 \times n_2}, \; Q_1 \in R^{n_2 \times n_1}$$

ولهذا فأن مشكلة التابع (*Follower*) للبرمجة ثنائية المستوى *Linear- quadratic* تكون كالآتي :

$$\max_{x} \; g(x, y) = d^T y + 2Q_1 x y + y^T Q_0 y \qquad \ldots ..(11)$$

s.t

$$B y \le r - AX$$

$$y \ge 0$$

2- الخوارزمية الجينية Genetic algorithm:

ان التطور التكنولوجي الواسع والكبير في مجال الحاسبات الالكترونية دفع الكثير من الباحثين الى الاعتماد على اسلوب خوارزميات الذكاء الاصطناعي ومن بين هذه الخوارزميات هي الخوارزمية الجينية التي نجحت في تحقيق الامثلية والتوصل الى حلول جيدة ومنطقية ودقيقة .

كما هو معروف ان الخوارزمية الجينية تعتبر واحدة من طرق البحث المبنية على الية الانتقاء (الاختيار) الطبيعي وعلم الوراثة الطبيعي. تصنف الخوارزمية الجينية كواحدة من الخوارزميات التطورية (Evolutionary Algorithm) والمبنية على اساس محاكاة عمل الطبيعة من منظور العالم دارون. تستخدم هذه الخوارزمية كطريقة بحث عشوائي لغرض ايجاد حلول مثلى او قريبة من المثلى عن طريق تحقيق مبدأ الامثلية واستخدام اليات أحيائية طبيعية مثل الوراثة والتزاوج والطفرة الوراثية وتعتبر هذه الخوارزمية من التقنيات الحديثة الهامة في مجال البحث عن الحل الامثل من بين مجموعة من الحلول المتوفرة من خلال تمرير الصفات الجيدة لعمليات التوليد المتعاقب وانتاج ذرية مثلى وتكرار الدورات الوراثية لتحسين الذرية باطوار وانماط حديثة.

الخوارزمية الجينية تنفذ باستخدام برامج محاكاة حاسوبية من خلال استخدام اصغر عنصر في الخوارزمية وهي الكروموسومات كافراد في عملياتها للوصول الى الحل الامثل. هناك عدة طرق لتمثيل الكروموسومات وأهمها التمثيل او الترميز الثنائي (Binary) والذي يستخدم فقط الارقام (1،0) والمستخدم في هذه الدراسة .

اما التطور (Evolutionary) فانه يبدأ عادة من اختيار الكروموسومات من المجتمع الاولي (الابتدائي) (Initial Population) وبشكل عشوائي وهذا الاختيار سيتكرر من جيل الى اخر وفي كل جيل يتم حساب قيمة المفاضلة من خلال دالة المفاضلة (Fitness Function) لكل الكروموسومات وبشكل منفرد ومنفصل عن الاخر وبالاعتماد على قيمة هذه الدالة يتم اختيار الكروموسومات.

ان عملية الاختيار(selection) تطبق على جميع الاجيال المتعاقبة اذ يتم اختيار مجموعة من الكروموسومات وفق نسبة معينة وفي هذه الدراسة تكون نسبة الاختيار 0.5 لغرض انتاج وتوليد جيل جديد.في هذه الدراسة تم الاعتماد على طريقة عجلة الروليت(Roulette well selection) في عملية اختيار الكروموسومات ولتمثيل هذه الطريقة نفرض وجود عجلة الروليت التي يتم تقسيمها الى عدة قطاعات ويتم توزيع افراد الجيل على هذه القطاعات اعتماداً على قيمة دالة المفاضلة لكل فرد من افراد الجيل الحالي ومن بعدها تتم دحرجة العجلة بشكل عشوائي وانتظار وقوف العجلة عند مؤشر ما وعندها يتم اختيار الفرد المشار اليه وكلما زادت قيمة المفاضلة للفرد، كلما ازدادت عدد قطاعاته في عجلة الروليت وبالتالي ازدادت احتمالية اختياره وانضمامه لافراد الجيل القادم.

اما في عملية التقاطع (التزاوج) crossover يتم اجراء هذه العملية على الابوين الذين تم اختيارهم عن طريقة عملية الاختيار او الانتقاء لغرض توليد فردين جديدين وتستمر هذه العملية لغاية تكوين الجيل الجديد بكافة افراده المتفق عليهم. توجد عدة انواع من التزاوج وقد تم تحديد التزاوج من خلال نقطة واحدة (one point crossover) كنوع معتمد في هذه الدراسة وهذه العملية تتم من خلال تبديل مقطع واحد فقط بين الابوين، اذ تتم عملية تبديل البيانات بين الابوين بشرط عدم التكرار في المعلومات المتبادلة.

الخطوة التي تلي عملية التزاوج هي الطفرة mutation الوراثية وهي عملية تغير مفاجئ في الأبناء المتولدة من خلال عملية التزاوج بحيث تؤدي الى تغير في شكل الكروموسوم عن طريق تغير احدى جينات الكروموسوم وايضاً هناك عدة انواع من الطفرات الوراثية اما المستخدمة في دراستنا هذه فهي (عملية تغير قيمة الجين) وكان معدل الطفرة الوراثية هو (0.15) .

(1-3) خطوات الخوارزمية الجينية Steps of genetic algorithm [6]

الخطوة 1: توليد ألمجتمع الاولي Generating the initial population

المجتمع الاولي يتضمن حلول في المنطقة الممكنة والتي تسمى الكروموسومات القابلة للتحقيق . يتم توليد هذه الكروموسومات عن طريق حل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى.

Max $(d+2Qx)^T y + y^T Q_0 y \ldots\ldots (12)$

s.t

$\mathrm{Ax}+\mathrm{By} \le r$

$x, y \ge 0$

$\max_y d^T y$

s.t

$\mathrm{Ax}+\mathrm{By} \le r$

$x, y \ge 0$

حيث ان r عبارة عن موجه عشوائي وبتغييره يتغير الحل الامثل ايضاً.

الخطوة 2: الحفاظ على افضل كروموسوم في المجموعة (Keeping the present best chromosome in an array)

يتم الاحتفاظ بأفضل كروموسوم لكل مجموعة في كل تكرار وهذه العملية تستمر حتى انتهاء الخوارزمية لذلك افضل كروموسوم يوجد في المجموعة وكأنه الحل الامثل .

الخطوة 3: عملية التقاطع Crossover operation:

التقاطع هي العملية الرئيسية لتشكيل الجيل الجديد . في هذه المرحلة يتم اختيار اثنين من الكروموسومات عشوائياً ويدمجان لتوليد الكروموسوم الجديد.

الخطوة 4: الطفرة (Mutation)

الهدف الاساسي للطفرة في الخوارزمية الجينية هو تجنب التضييق في الحلول المثلى المحلية . في هذه الخوارزمية كل جين مختار من كل كروموسوم يتحول على النحو الاتي :

اذا كانت قيمة الجين المختار صفر فانه يتحول الى واحد وبالعكس اذا كانت قيمة الجين واحد فيتم تحويله الى صفر .

الخطوة 5: الاختيار(Selection)

الكروموسومات للمجتمع الحالي يتم ترتيبها تنازلياً حسب قيم ملائمة عندها نختار المجتمع الجديد ويكون مشابه حسب الحجم مع التوليد الاول . اذا كان عدد الاجيال كافياً نذهب الى الخطوة التالية ، عدا ذلك الخوارزمية تستمر حسب الخطوة رقم 3

الخطوة 6: النهاية (Termination)

الخوارزمية تنتهي بعد توليد اقصى عدد من الاجيال أو كلما كان $|x_{n+1} - x_n| < \delta$

حيث ان δ هو رقم موجب صغير و x_n،x_{n+1} هما افضل الحلول في التكرار n,n+1، افضل حل منتج تم تسجيله في الخوارزمية هو الحل الامثل لمشكلة البرمجة ثنائية المستوى بواسطة الخوارزمية الجينية .

3- شروط (كارش- كن- تكر) karush – Kuhn – tucker (kkt)[7]

هذه الشروط تعتبر توسيعاً او تطويراً لطريقة لاكرانج حيث تجري على دالة الهدف عدة اشتقاقات تفاضلية للحصول على مجموعة معادلات بواسطتها يمكن الوصول الى حل او مجموعة من الحلول يكون الحل الامثل من ضمنها وكذلك من بين هذه الشروط يتم تصفير بعض المتغيرات وذلك من اجل جعل عدد متغيرات المسألة مساوياً لعدد القيود الموجودة . وبالتالي يمكن الاستعانة بهذه الشروط عندما يتوفر لدينا دوال برمجة غير خطية كما هو الحال في الدالة التربيعية والدالة الكسرية المستخدمة في هذا البحث .

نفترض ان $f(x)$, $g_1(x)$, $g_2(x)$, $g_3(x)$,...., $g_x(m)$ هي دوال مختلفة تلبي بعض شروط النظام .

يمكننا الحصول على الحل الأمثل لمشكلة البرمجة غير الخطية فقط اذا كان هناك *m* من القيم $u_1, u_2, \ldots, u_m$ وتحقق شروط "كارش- كن-توكر" (*kkt*) التالية :

$$1-\ \frac{\partial f}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^{m} u_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \le 0$$

$$2-\ X_j^*\left(\frac{\partial f}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^{m} u_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j}\right) = 0 \qquad At \quad x=x^* for\ j = 1,2,3,\ldots,n$$

$$3-\ g_i(x^*) - b_i \le 0$$

$$4-\ u_i[\,g_i(x^*) - b_i] = 0 \qquad for\ i=1,2,\ldots,m .$$

$$5-\ X_j^* \ge 0 \quad for\ j=1,2,\ldots,n .$$

$$6-\ u_i \ge 0 \quad for\ i=1,2,\ldots,m$$

نلاحظ ان الشرط الثاني والرابع يتطلب ان يكون ناتجهما مساوياً الى الصفر .

وبالتالي كل من هذه الشروط لهم حقيقة تقول بأن واحدة على الاقل من الكميتين يجب ان تكون مساوية الى الصفر. بناءً على ذلك يمكن الجمع بين الشرط الثالث الرابع والتعبير عنهما بالصيغة الاتية :

$$g_i\ (x^*) - b_i = 0 \qquad (or\ \le 0\ if\ u_i = 0)\ for\ i = 1,2,\ldots,m$$

وبالتشابه ، يمكن الجمع بين الشرط الاول والشرط الثاني وكالاتي :

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^{m} u_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0 \qquad (or \ \leq 0 \ if \ x_j^* \ = 0) \ for \ j = 1,2,\dots,n$$

في الشروط (*1,2,4,6*) تكون u_i تتوافق مع المتغيرات المقابلة للبرمجة الخطية . ولهم تفسير اقتصادي متماثل .

بعد تطبيق هذه الشروط على صيغة البرمجة ثنائية المستوى(الخطية-التربيعية) نتوصل الى ما يلي :

$$max = a^T x + b^T y$$

$$s.t$$

$$Ax + By + w = r$$

$$2Q_1 x + 2Q_0 y \quad - Bu + v = -d$$

$$uw = 0, vy = 0$$

$$x, y, u, v, w \ \geq 0$$

4- الجانب التطبيقي

نستعرض في الجانب التطبيقي الخوارزمية الجينية مع البرمجة ثنائية المستوى (الخطية-التربيعية) لحساب الكميات الشهرية للانتاج والطلب على البطارية السائلة الحامضية سعة 60 امبير والمستحصل بياناتها من معمل انتاج البطاريات في بغداد التابع الى وزارة الصناعة والمعادن .

(5-1) البيانات

ان البيانات تم الحصول عليها من معمل انتاج البطاريات في بغداد التابع الى وزارة الصناعة والمعادن والتي تمثل الكميات الشهرية للانتاج والطلب وكذلك كميات الخزين في بداية ونهاية كل شهر لسنة 2018

جدول رقم (1)

يمثل الكميات الشهرية للانتاج والطلب والخزين على البطارية السائلة سعة 60 امبير لسنة 2018

الشهر	كمية الخزين من الشهر السابق	كمية الانتاج الشهر X	كمية الخزين في بداية الشهر	كمية الطلب Y	سعر البيع	كمية الخزين نهاية الشهر
كانون الثاني	667	412	1079	211	7596000	868
شباط	868	108	976	250	9000000	726
اذار	726	475	1201	462	16632000	739
نيسان	739	372	1111	220	792000	891
ايار	891	735	1626	117	4212000	1059
حزيران	1059	581	1640	66	2376000	1574
تموز	1574	8	1582	349	12564000	1233
اب	1233	20	1253	320	1152000	933
ايلول	933	لا يوجد انتاج	933	228	8208000	705
تشرين الاول	705	لا يوجد انتاج	705	209	7524000	496
تشرين الثاني	496	180	676	361	12996000	315
كانون الاول	315	738	1053	425	15300000	628

اذ ان :

$f\ (x,y),\ F\ (x,y)$ دوال الهدف للمستقل والتابع على التوالي .

x : يمثل الانتاج الشهري للبطارية السائلة سعة 60امبير.

y : يمثل الطلب الشهري للبطارية السائلة سعة *60*امبير من قبل المستهلكين والوكلاء.

a^T : كلفة صنع (انتاج) البطارية السائلة سعة *60*امبير والتي تساوي *24513*الف دينار .

b^T : الخطة المقترحة للانتاج من قبل شعبة التخطيط لعام *2018* والتي تكون مساوية الى *10000*بطارية .

c^T: يمثل ربح البطارية الواحدة حيث ان التكاليف الكلية للبطارية تكون *34093*الف دينار عراقي وسعر بيعها هو *36000*الف دينار أي ان الربح يكون مساوياً الى *1907*دينار للبطارية الواحدة .

d^T: الاوزان الخاصة مع كل طلب شهري والتي هي من خطوات حساب الطلب الموزون في المعمل.

r:المساحة المخصصة للانتاج الجاهز البالغة *200* م^2 .

$B\ ,\ A$: مصفوفات تخص كمية الخزين بداية كل شهر للبطارية السائلة سعة *60*امبير ولسنة*2018*.

(2-5) تحليل البيانات:

تم تحليل البيانات باستخدام البرمجة ثنائية المستوى bi level بالصيغة (الخطية-تربيعية) لتقدير الكميات المثلى للإنتاج والطلب الشهري وبدوال هدف تعظيم الخاصة بهما .وبعدها تم تطبيق الخوارزمية الجينية والاستفادة من خصائصها وخطواتها المتسلسلة الذكية وتوضيفها مع البرمجة ثنائية المستوى (الخطية-التربيعية) .
استخدام البرنامج (MATLAB) في كتابة البرنامج الخاص بالخوارزمية الجينية .

(2-5-1-2)في حالة الانتاج الشهري

تم تحليل البيانات بطريقة البرمجة ثنائية المستوى (الخطية – التربيعية) وتوصلنا الى كميات انتاج شهرية كما في الجدول رقم (2) في الحقل Fxy وبدالة هدف انتاجية max كانت مساوية الى max F(x,y)= 991 بطارية . وبعد ذلك تم تنفيذ الخوارزمية الجينية على البرمجة ثنائية المستوى (الخطية –التربيعية) وكما هو معروف ان الخوارزمية الجينية لها المرونة الكاملة في توليد حلول بديلة كثيرة تساعد متخذ القرار على اختيار ماهو افضل من بين الحلول واستناداً الى ما تم ذكره نتوصل من خلال نتائج الجدول ادناه لنتائج الخوارزمية الجينية وايضاً الى الحلول البديلة لها حيث ان :

Genetic1 : تمثل الكميات الشهرية للانتاج عند تطبيق الخوارزمية الجينية مع البرمجة ثنائية المستوى(الخطية-التربيعية) وبدالة هدف(انتاجية) تعظيم مساوية الى:

max FG_1(x,y) = 1667

Genetic2 : تمثل الحلول البديلة المقترحة من الخوارزمية الجينية للكميات الشهرية للانتاج وبدالة هدف(انتاجية) تعظيم مساوية الى :

max FG_2(x,y) =1628

جدول رقم (2)

يمثل نتائج البرمجة ثنائية المستوى (الخطية-التربيعية)والخوارزمية الجينية معها في حالة الانتاج

تسلسل الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Fxy	548	183	676	500	942	725	80	89	46	42	249	991
Genetic1	74	233	166	196	229	53	1323	1171	193	373	123	1667
Genetic2	1166	1513	1262	431	597	1625	555	870	1628	611	1144	1157

ومن خلال ما تقدم وملاحظتنا الى النتائج في حالة البرمجة ثنائية المستوى Bi-level ونتائج الخوارزمية الجينية مع حلولها البديلة نجد ان النتائج في حالة Genetic1 تتمتع بحلول افضل بالمرتبة الاولى من غيرها وكذلك حققت دالة هدف(انتاجية) اكبر والتي تساوي 1667 بطارية كأنتاج شهري .اما بالمرتبة الثانية تأتي Genetic2 الحلول البديلة للخوارزمية الجينية ايضاً حققت كميات شهرية جيدة لكن بدالة هدف(انتاجية) اقل من دالة هدف Genetic1 اذ انها تساوي 1628 بطارية لكل شهر.
اما المرتبة الثالثة والاخيرة من ناحية الافضلية في النتائج هي التحليل بتطبيق البرمجة ثنائية المستوى (الخطية –التربيعية) دون استخدام الخوارزمية الجينية اذ انها حققت اقل دالة هدف مساوية الى 991.علماً ان ترتيب الحلول حسب ما اظهرته لنا النتائج الموجودة في الجدول

(2-2-5) في حالة الطلب الشهري

في الفقرة السابقة تم تحليل البيانات في حالة الانتاج الشهري وتوصلنا الي تحقيق الامثلية في حالة تطبيق الخوارزمية الجينية مع البرمجة ثنائية المستوى(الخطية –التربيعية) وحصولنا على دالة هدف اعلى ما يمكن .
اما في هذه الفقرة سوف يتم تناول حالة الطلب الشهري وتحليل البيانات والوصول ايضاً الى الامثلية المراد تحقيقها بواسطة الخوارزمية الجينية .
عند تطبيقنا للبرمجة ثنائية المستوى(الخطية-التربيعية) لحساب الكميات الشهرية للطلب من قبل المستهلكين والوكلاء ظهرت لنا النتائج كما في الجدول رقم(3) ضمن الحقل Fxy وبدالة هدف تعظيم للطلب تساوي maxF(x,y)= 5545482 بطارية وبعد ذلك تم تطبيق الخوارزمية الجينية والحصول على نتائج جيدة حيث ان

Genetic1 : تمثل الكميات الشهرية للطلب عند تنفيذ الخوارزمية الجينية مع البرمجة ثنائية المستوى (الخطية-التربيعية) مع دالة هدف تعظيم للطلب كانت مساوية الى max FG_1(x,y) = 6587146

Genetic2: تمثل الحلول البديلة للكميات الشهرية للطلب التي تتيح لمتخذ القرار ان يختارها في حال اذا كانت تتمتع بأمثلية افضل من غيرها . وان دالة الهدف للطلب كانت تساوي max FG_2(x,y) = 6589157

جدول رقم (3)

يمثل نتائج البرمجة ثنائية المستوى (الخطية-التربيعية)والخوارزمية الجينية معها في حالة الطلب

تسلسل الشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Fxy	1276825	328866	895026	1127964	5545482	3916807	132078	128493	77976	65521	413161	1519956
Genetic1	1332738	3711596	1082764	1677146	6587146	3950427	1443686	1398651	1010841	2101940	2112801	2498770
Genetic2	1333330	3714027	1084104	1678212	6589157	3951357	1445026	1399984	1011354	2103223	2114712	2502120

النتائج اعلاه في حالة البرمجة ثنائية المستوى Bi-level (الخطية-التربيعية) ونتائج الخوارزمية الجينية مع حلولها البديلة نجد ان النتائج في حالة Genetic2 (الحلول البديلة للجينية) تتمتع بحلول افضل بالمرتبة الاولى من غيرها وكذلك حققت دالة هدف اكبر والتي تساوي 6589157 بطارية كطلب شهري .اما بالمرتبة الثانية هنا كانت نتائج Genetic1 بدالة هدف تساوي 6587146 .

الاستنتاجاتConclusions :

افضل النتائج في حالة الانتاج والطلب كانت عند تطبيق الخوارزمية الجينية مع البرمجة ثنائية المستوى (الخطية-التربيعية) اذ انها حققت اكبر ما يمكن من مقدار دالة الهدف والتي تساوي 1667 بطارية كإنتاج شهري في حالة الانتاج. وايضاً حققت دالة هدف اكبر ما يمكن في حالة الطلب وتساوي 6589157 بطارية كطلب شهري وايضاً اعطت نتائج لكميات انتاج شهرية جيدة وافضل علمياً وقريبة من الواقع . الجدول رقم (1,2) يوضحان ذلك .

التوصيات Recommendation:

توصي الدراسة باعتماد الخوارزمية الجينية في حل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى لانها اعطت افضل الحلول الممكنة وحققت الامثلية في الوصول الى النتائج،وايضاً توصي الدراسة باجراء بحوث مستقبلية واستعمال طرائق حل وخوارزميات جديدة لحل مشكلة البرمجة ثنائية المستوى.

المراجع:

1-Bard, J. F., Plummer, J., & Sourie, J. C (2000)." *A bilevel programming approach to determining tax credits for biofuel production*". *European Journal of Operational Research*, *120*(1), 30-46.
2-Colson, B., Marcotte, P., & Savard, G. (2007). *"An overview of bilevel optimization". Annuls of operations research*, *153*(1), 235-256.
3- Dempe, S., & Zemkoho, A. B. (2012). *"On the Karush–Kuhn–Tucker reformulation of the bilevel optimization problem*". *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, *75*(3), 1202-1218.
4-Dempe, S., Mordukhovich, B. S., & Zemkoho, A. B. (2014). *"Necessary optimality conditions in pessimistic bilevel programming*". *Optimization*, *63*(4), 505-533
5-Edmunds, T. A., & Bard, J. F. (1991)." *Algorithms for nonlinear bilevel mathematical programs*". *IEEE transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, *21*(1), 83-89.
6-Eghbal Hosseini,Isa Nakhai kamalabadi (2013) *"(a genetic approach for solving bi-level programming problems)"* AMO-Advanced modeling and optimization,volume15, Number 3, 2013.
7-Frederick S.Hiller ,Gerald j.Lieberman *"(introduction to operations research)*" ninth edition(2010).published by McGraw-Hill cobyright 2010.
8-Fricke, C. (2003). *"An Introduction to Bilevel Programming"*. *Departement of Mathematics and Statistics, University of Melbourne.*
9-G.Z.wang ,wan,x.wang,y.lv, "*Genetic algorithm based on simplex method for solving linear-quadratic bi-level programming problem"*, computers and mathematics with applications , 2550-2555, 2008
10-Ghadimi, S., & Wang, M. (2018). "*Approximation Methods for Bilevel Programming".*Cornell university. *arXiv:1802.0224 vl[math.oc] 6 Feb 2018.*

11- H.I.Calvete,c. cale, "*Apenalty method for solving bi-level linear-fractional\ linear programming problems*", Asia-pacific journal of operational research 207-224, 2004.

12-Hamdy Taha *,"Operations Research: An Introduction (8th Edition)"and(9th Edition).* Published by Prentice Hall (2007)

13-Hansen, P., Jaumard, B., & Sa-vard, G. (1992*)." New branch-and-bound rules for linear bilevel programming". SIAM Journal on scientific and Statistical Computing*, *13*(5), 1194-1217.

14-Hosseini, E., & Kamalabadi, I. N. (2015). "*Two approach to solve nonlinear bilevelfor solving non-linear bi-level programming problem*". *Advances in Computer Science: an International Journal*.

15- Lv, Y., Hu, T., Wang, G., & Wan, Z. (2008). "*A neural network approach for solving nonlinear bilevel programming problem*". *Computers & Mathematics with Applications*, *55*(12), 2823-2829.

16-Ma, S. (2016)." *A nonlinear bi-level programming approach for product portfolio management*". *SpringerPlus*, *5*(1), 727.

17-Marcotte, P. (1986). "*Network design problem with congestion effects: A case of bilevel programming"*. *Mathematical programming*, *34*(2), 142-162.

18-Marcotte, P., Savard, G., & Zhu, D. L. (2001). "*A trust region algorithm for nonlinear bilevel programming*". *Operations research letters*, *29*(4), 171-179.

19-Migdalas, A. (1995). *"Bilevel programming in traffic planning: Models, methods and challenge"*. *Journal of global optimization*, *7*(4), 381-405.

20-Moore, J. T., & Bard, J. F. (1990*)." The mixed integer linear bilevel programming problem".* Operations research, 38(5), 911-921.

21-Pal, B. B., & Moitra, B. N. (2003*)." A fuzzy goal programming procedure for solving quadratic bilevel programming problems*". *International Journal of Intelligent Systems*, *18*(5), 529-540.

22-Sahin, K. H., & Ciric, A. R. (1998*)." A dual temperature simulated annealing approach for solving bilevel programming problems".* *Computers & chemical engineering*, *23*(1), 11-25.

23-Savard, G., & Gauvin, J. (1994). "*The steepest descent direction for the nonlinear bilevel programming problem".* *Operations Research Letters*, *15*(5), 265-272.

24-Sinha, A., Malo, P., & Deb, K. (2017)." *A review on bilevel optimization: From classical to evolutionary approaches and applications*". *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, *22*(2), 276-295.

Solve a linear –quadratic bi-level programming problem by applying the genetic algorithm

Ahmed abdul- Zahra Dway
The University of Mustansiriyah
Administration and Economics
Department of Statistics

Prof. Hamed Saad ALShemrty
Albayan university Collage of

Abstract

The Linear-quadratic bi-level programming problem it is considered a collection of researchers it is an overlapping optimization problem with two levels , one is called the upper level (independent) and the other is called the lower level (dependent),each level has objective function and constraint . It is considered a scientific and practical tool helps the decision maker to reach the optimal. To obtain efficient upper bounds and lower bounds we use the (karush-kuhn-Tucker) (KKT) conditions for transforming the "BLPP" into single level problem.

The main objective of the study is Highlighting one of the methods of solving the bi-level programming problem(BLPP) it is the Genetic algorithm (GA) that is one of the research methods used to simulate what nature does in the reproduction of living things and use it to solve complex problems to reach optimal solution or the closest possible solution to the ideal solution.

After implementing the genetic algorithm and taking advantage of its properties and the content of its steps with linear-quadratic bi level programming problem,the results showed in the case of the genetic algorithm with bi-level programming (linear-quadratic)that it gave the best possible solutions and was also able to achieve optimization by increasing the value of the objective function of type (max) the largest possible results of bi-level programming in the cases of production and demand in addition to generating them for possible alternative solutions that help the decision maker to choose what is better and closer to the state of the plant and its production reality.

Keyword: the(linear-quadratic) bi-level programming , Genetic algorithm , karush-kuhn-tucker conditions

…………………………………………………………..
…………………………………..
…………………..