تقدير معلمات أنموذج الانحدار الخطي البسيط بوجود مشكلة عدم تجانس التباين الخاص بالأخطاء باستعمال بعض الطرق الحصينة

رضا قاسم محمد تميم / باحث /ridha.qassem@gmail.com

أ.م.د. احمد شاكر محمد طاهر /الجامعة المستنصرية/كلية الادارة والاقتصاد/ahmutwali@uomustansiriyah.edu.iq

P: ISSN : 1813-6729
E : ISSN : 2707-1359

https://doi.org/10.31272/jae.i134.1209

تأريخ أستلام البحث : 2022/3/22 مقبول للنشر بتأريخ : 2022/4/19

المستخلص:

تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي لانموذج الانحدار يعد احد الافتراضات الاساسية للحصول على تقديرات المربعات الصغرى لمعاملات الانموذج التي تتصف بانها افضل تقدير خطي غير متحيز، غير ان هذا الافتراض قد يكون غير متحقق في بعض التطبيقات العملية، الامر الذي يدعو الى استعمال طرائق بديلة تزودنا بالتقديرات ذات الخصائص الكفؤة. من تلك الطرائق طريقتي التقدير الحصينتين S و MPV ، اذ تم استعمال هاتين الطريقتين في تقدير معاملات أنموذج الانحدار الخطي البسيط بوجود مشكلة عدم تجانس تباين الاخطاء العشوائية، وبالاعتماد على بيانات حقيقية تمثل للإنفاق الاستهلاكي ومتوسط نصيب الفرد من الدخل القومي تم اجراء مقارنة بين تقديرات الطريقتين. اشارت النتائج الى ان طريقة (MPV) كانت افضل من طريقة تقدير (S) وذلك بالاعتماد على معيار المفاضلة متوسط مربعات الخطأ (MSE).

الكلمات المفتاحية: الانحدار الخطي البسيط ، عدم تجانس التباين، طريقة تقدير (S)، طريقة تقدير (MPV).

مجلة الادارة والاقتصاد
مجلد 47 / العدد 134 / ايلول/ 2022
الصفحات : 174 - 183

* بحث مستل من رسالة ماجستير .

1. المقدمة:

يعتبر تحليل الانحدار اسلوباً مهماً من اساليب الاحصاء التطبيقي عند تحليل العلاقة بين الظواهر الاقتصادية والاجتماعية. ويهتم تحليل الانحدار بدراسة العلاقة بين متغير يسمى بمتغير الاستجابة وعدة متغيرات تدعى بالمتغيرات التوضيحية. تعد طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) من طرائق التقدير المفضلة لتقدير معاملات أنموذج الانحدار لبساطة فكرتها ولان تقديراتها تتصف بانها افضل تقدير خطي غير متحيز (Best Linear Unbiased Estimator (BLUE)) وذلك في حالة تحقق الفرضيات الاساسية لأنموذج الانحدار ومنها تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي. ولكن في الواقع العملي قد يحدث انتهاك لهذه الفرضية إذ يكون تباين حدود الخطأ العشوائي غير متجانس وهذا ما يعرف بمشكلة عدم تجانس التباين (Heteroskedasticity Problem)، وتعتبر واحدة من اهم واكثر المشاكل القياسية. وفي هذه الحالة لا يكون من الجيد الاعتماد على طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية، فبالرغم من بقاء مقدراتها غير متحيزة لكنها لا تملك اقل تباين. لذا يجب البحث عن طرائق تقدير بديلة ذات كفاءة عالية تكون حصينة لمشكلة عدم تجانس التباين. يهدف البحث الى استخدام طريقتين من طرائق التقدير حصينة (طريقتي التقدير S و MPV) في تقدير معاملات أنموذج الانحدار في ظل مشكلة عدم تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي ومن ثم اجراء مقارنة بين هاتين الطريقتين بالاعتماد على تطبيق عملي على بيانات واقعية للإنفاق الاستهلاكي ومتوسط نصيب الفرد من الدخل القومي، إذ تمت المقارنة باستعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ (MSE). وللوصول الى تقديرات لمعاملات أنموذج الانحدار تتصف بالخصائص المرغوبة وذات كفاءة عالية يفترض تحقق جميع افتراضات التحليل الخاصة بذلك الأنموذج. غير إن ذلك قد يكون غير متحقق في التطبيق العملي إذ قد تحصل خروق لبعض تلك الافتراضات او جميعها كعدم تحقق فرضية تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي، مما يؤدي الى ان تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية تكون غير كفوءة، الامر الذي يدعو الى البحث عن طرائق تقدير بديلة تمكننا من الحصول على تقديرات تتصف بالخصائص المرغوبة وذات كفاءة عالية.

2. هدف البحث:

يهدف البحث الى استعمال طريقتي التقدير الحصينتين S و MPV لتقدير معاملات أنموذج الانحدار الخطي البسيط الذي يصف العلاقة بين الإنفاق الاستهلاكي ومتوسط نصيب الفرد من الدخل القومي الذي يعاني من عدم تحقق فرضية تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي، علاوة عن المقارنة بين هاتين الطريقتين.

3. أنموذج الانحدار الخطي البسيط:

إن دراسة العلاقة بين المتغيرات يتطلب تحديد المتغيرات المؤثرة في تلك العلاقة ومن ابسط وأفضل أنواع العلاقات في التقدير والتحليل الاحصائي هي العلاقة بين متغيرين وتسمى العلاقة الخطية بين هذين المتغيرين بالانحدار الخطي البسيط (Simple Linear Regression).[5][1]، والصيغة الرياضية التي تأخذها هذه العلاقة تسمى أنموذج الانحدار الخطي البسيط، ويمكن كتابتها بالصيغة الاتية:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \epsilon_i \quad , \ i = 1,2,\dots,n \qquad (1)$$

اذ إن, Y_i يمثل متغير الاستجابة, X_i يمثل المتغير التوضيحي, ϵ_i تمثل الأخطاء العشوائية للأنموذج , α, β هي معلمات الانموذج , n تمثل حجم العينة.

3-1: مشكلة عدم تجانس تباين الاخطاء العشوائية:

دقة المعلمات المقدرة باستخدام طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية يعتمد اساسا على تحقق الفرضيات الخاصة بأنموذج الانحدار، وان عدم تحقق كل او بعض من هذه الفرضيات يؤثر على نتائج التقدير التي لا يمكن الاعتماد عليها في هذه الحالة لغرض اختبار الفرضيات وبناء فترات الثقة واجراء عملية التنبؤ،[8][7]، وان احدى الفرضيات التي اعتمدت في تقدير معاملات انموذج الانحدار هي فرضية تجانس التباين للأخطاء العشوائية. ولكن في الواقع العملي لا توجد ضمانات لتحقق هذه الفرضية، مما يؤدي الى حدوث مشكلة عدم تجانس تباين الاخطاء العشوائية (Heteroskedastic). وان فرضية عدم تجانس تباين الاخطاء العشوائية تكون كالاتي:

$$\mathrm{E}(\epsilon'\epsilon) = \sigma_{\mathrm{i}}^2 = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{\mathrm{n}}^2 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

وتحت صحة الفرضية اعلاه فان مقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية تبقى غير متحيزة لكنها لا تمتلك اقل تباين ممكن, اي انها لن تكون افضل تقدير خطي غير متحيز (BLUE).

ان حدوث مشكلة عدم تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي يؤدي الى نتائج تقدير مضللة وذلك بسبب كون تباين معاملات الانحدار المقدر يكون تقديرا متحيزا للتباين الحقيقي لتلك المقدرات. هذا يعني اذا قمنا بتحليل الانحدار في ظل وجود مشكلة عدم تجانس فإن الاستدلال حول معاملات المجتمع سيكون غير صحيح. لذا يجب اختبار وجود هذه المشكلة من عدمها عند تقدير معاملات أنموذج الانحدار. هناك العديد من الاختبارات المعتمدة في الكشف عن هذه المشكلة والتي سنتطرق الى قسما من تلك الاختبارات.

3-2: اختبارات الكشف عن مشكلة عدم تجانس التباين:

هناك عدد كثير من الاختبارات التي تعتمد في الكشف عن مشكلة عدم تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي نذكر منها الاتي:

3-2-1: اختبار وايت العام: White's general test

اقترح هذا الاختبار من قبل الباحث (White) عام (1980)،[7][3], ويعد هذا الاختبار من الاختبارات المهمة للكشف عن مشكلة عدم تجانس التباين. والذي لا يعتمد على افتراض ان الاخطاء العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي.

حيث يتم اجراء الاختبار وفق الخطوات الاتية:

1- نحسب البواقي (e_i) لانموذج الانحدار في المعادلة (1) بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS)

2- صياغة أنموذج انحدار مساعد بمتغير استجابة يمثل مربعات البواقي المقدرة والمتغيرات التوضيحية لهذا الانموذج عبارة عن المتغيرات التوضيحية لانموذج الانحدار الاصلي (1) ومربعاتها وحاصل ضربهما، وكما مبين بالصيغة الاتية:

$$e_i^2 = \gamma_0 + \gamma_1 X_i + \gamma_2 X_i^2 + v_i \qquad (3)$$

إذ ان $(\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2)$ هي معلمات أنموذج الانحدار المساعد

v_i يمثل الخطأ العشوائي للأنموذج

ومن الجدير بالملاحظة ان أنموذج الانحدار المساعد يتضمن على الحد الثابت (γ_0)، بغض النظر عما إذا كان الانموذج الأصلي في المعادلة (1) يتضمن معلمة ثابتة او لا.

3- الفرضية المراد اختبارها يمكن صياغتها بالشكل الاتي:

H_0: تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي

H_1: عدم تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي

4-يتم حساب معامل التحديد (R^2) لأنموذج الانحدار المساعد، تحت صحة فرضية العدم فان حاصل ضرب حجم العينة (n) في معامل التحديد (R^2) يتبع بشكل تقاربي توزيع مربع كاي بدرجة حرية مساوية لعدد المتغيرات التوضيحية في انموذج الانحدار المساعد

$$n.R^2 \sim \chi^2_{(k)} \qquad (4)$$

بمقارنة القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار $(n.R^2)$ مع القيمة الجدولية لتوزيع مربع كاي (χ^2) عند درجة حرية (k)، فاذا كانت القيمة المحسوبة اكبر من الجدولية يتم رفض فرضية العدم.

3-2-2: اختبار غليجسر: Glejser test

يفترض اختبار غليجسر وجود علاقة غير خطية بين تباين الاخطاء العشوائية (σ_i^2) لأنموذج الانحدار وقيم المتغير التوضيحي (X_i) ومن الصيغة الاتية: ،[7][5]

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^{\gamma} e^{u_i} \qquad (5)$$

إذ إن (γ) و (σ^2) هي معلمات الأنموذج (5)، وإن (γ) تمثل معيار قوة عدم تجانس التباين. وكما هو واضح ان الأنموذج (5) هو علاقة غير خطية، ويمكن تحويلها الى خطية بأخذ اللوغاريتم لطرفيها فتصبح كالاتي:

$$\ln \sigma_i^2 = \ln \sigma^2 + \gamma \ln X_i + u_i \qquad (6)$$

وبالتعويض عن (σ_i^2) بمربعات البواقي (e_i^2) المقدرة من طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) للأنموذج (1) فنحصل على

$$\ln e_i^2 = \ln \sigma^2 + \gamma \ln X_i + u_i \qquad (7)$$

إن المعادلة (7) هي أنموذج انحدار خطي بسيط بمتغير معتمد $(\ln e_i^2)$ ومتغير توضيحي $(\ln X_i)$ والحد الثابت $(\ln \sigma^2)$ ومعلمة الميل (γ). وهذا الأنموذج يمكن تقديره بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية، ومن ثم اختبار معنوية المعلمة (γ).

وخطوات اختبار غليجسر هي:

1- نقدر الأنموذج (1) بطريقة (OLS)، ثم نحسب البواقي $(e_i = Y_i - \hat{Y}_i)$

2- نحسب قيمة $(\ln e_i^2)$

3- نقدر معلمات الأنموذج (7)، أي تقدير المعلمتين $(\ln \sigma^2)$ و (γ).

4- اختبار الفرضية

$$H_0: \gamma = 0 \qquad VS \qquad H_1: \gamma \neq 0$$

أي اختبار معنوية معيار قوة عدم تجانس التباين باستعمال الاختبار الاحصائي (t)، حيث إن

$$t = \frac{\hat{\gamma}}{s.e.(\hat{\gamma})} \qquad (8)$$

فإذا كانت (t) المحسوبة أكبر من (t) الجدولية يتم رفض (H_0)، أي إن هناك مشكلة عدم تجانس تباين الاخطاء العشوائية.

فإذا ثبت وجود مشكلة عدم تجانس التباين فإن استخدام الطريقة التقليدية للتقدير يكون غير صحيح، لذلك نلجأ الى طرائق بديلة لتقدير معلمات أنموذج الانحدار.

4. طرائق التقدير لأنموذج الانحدار:

4-1: طريقة التقدير S: S-estimation Method

اقترح الباحث Yohai عام 1987 مقدرات مرتبطة بمعلمة القياس $(\hat{\sigma}_{MAD})$ الخاصة بمقدرات (M) سميت هذه المقدرات بمقدرات (S) و انها تمتلك نفس الخصائص التقاربية لمقدرات (M). تعتمد عملية التقدير بموجب هذه الطريقة على البواقي القياسية لطريقة (M). في هذه الطريقة يتم استعمال الانحراف المعياري للبواقي للتغلب على الضعف الناتج من استعمال الوسيط.، [6],[11]، إذ ان تقديرات (S) لمعاملات أنموذج الانحدار تحقق دالة الهدف الاتية:

$$\hat{\beta}_S = min_\beta \hat{\sigma}_S(e_1, e_2, \dots\dots, e_n) \qquad (9)$$

بتحديد اقل قيمة حصينة مقدرة للانحراف المعياري للبواقي $(\hat{\sigma}_S)$ والتي تحقق دالة الهدف الاتية:

$$F = \min \sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}_S}\right) \qquad (10)$$

إذ ان

$$\hat{\sigma}_S = \sqrt{\frac{1}{n\tau}\sum_{i=1}^{n} w_i e_i^2} \quad , \quad if \;\; itereration > 1 \qquad (11)$$

حيث $(\tau = 0.199)$ و $w_i = w_\sigma(u_i) = \frac{\rho(u_i)}{u_i}$ ، بقيمة ابتدائية للانحراف المعياري للبواقي تحسب وفق الصيغة الاتية:

$$\hat{\sigma}_S = \frac{median\,|e_i - median(e_i)|}{0.6745} \qquad (12)$$

والحل لدالة الهدف بالمعادلة (9) اي الحصول على تقديرات (S) لمعاملات أنموذج الانحدار نحصل عليه من خلال التفاضل الجزئي بالنسبة لتلك المعاملات ومساواتها بالصفر وكالاتي:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}\psi\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j}{\hat{\sigma}_S}\right) = 0 \quad , \quad j = 0,1, \dots\dots, k \qquad (13)$$

(ψ) هي دالة المشتقة للدالة (ρ) والمعرفة بالشكل الاتي:

$$\psi = \begin{cases} \frac{e_i}{\sigma_S}\left(1 - \left(\frac{e_i/\sigma_S}{c}\right)^2\right)^2 & , |e_i| \le c \\ 0 & , |e_i| > c \end{cases} \quad , \text{Tukey's Bisquare} \qquad (14)$$

او

$$\psi = \begin{cases} \frac{e_i}{\sigma_S} & , |e_i| < c \\ c\sin\left(\frac{e_i}{\sigma_S}\right) & , |e_i| \ge c \end{cases} \quad , \; Huber \qquad (15)$$

ولإيجاد قيم المعلمات المقدرة من مجموعة المعادلات (13) يتم الاعتماد على طريقة (IRLS) باعتماد الاوزان (w_i) المبينة بالصيغة التالية والتي تمثل دالة (Tukey's Bisquare)

$$w_i = \begin{cases} \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{\frac{e_i}{\sigma_S}}{c}\right)^2\right)^2 & , |e_i| \le c \\ 0 & , |e_i| > c \end{cases} & , if\ iteration = 1 \\ \frac{\rho}{\left(\frac{e_i}{\sigma_S}\right)^2} & , if\ iteration > 1 \end{cases} \quad (16)$$

ويمكن اقتراح استعمال دالة الوزن لـــ(Huber) المبينة بالصيغة التالية بدلا من الدالة السابقة، إذ عند حد علمنا لم يتم استخدامها سابقا من قبل الباحثين في عملة التقدير وفق طريقة (S)، وسيتم استخدامها في هذا البحث كدالة وزن مقترحة.

$$w_i = \begin{cases} \begin{cases} 1 & , |e_i| \le c \\ \frac{c}{|e_i|} & , |e_i| > c \end{cases} & , if\ iteration = 1 \\ \frac{\rho}{\left(\frac{e_i}{\sigma_S}\right)^2} & , if\ iteration > 1 \end{cases} \quad (17)$$

وان قيمة (c = 1.547) للدالتين. وتتلخص خطوات طريقة (S) بالاتي:

1-حساب $(\hat{\beta}^0)$ بطريقة (OLS)

2-حساب قيم البواقي $(e_i = Y_i - \hat{Y}_i)$

3-حساب قيم $(\hat{\sigma}_i)$، وفق المعادلة (11)

4-حساب الاوزان وفق المعادلة (16) او المعادلة (17)

5-حساب $(\hat{\beta}_S)$ بطريقة (WLS)

6-تكرار الخطوات (5-2)، حتى نحصل على قيم متقاربة.

إن مقدرات(S) حصينة أكثر من مقدرات(M)، لان مقدرات(S) تملك تحيز تقاربي وتباين تقاربي اقل من مقدرات(M) في حالة تلوث البيانات.

4-2: طريقة التقدير (MPV): MPV Estimation Method

اقترح الباحثون (Montgomery, Peck and Vining) في عام (2001)،[10][9][2]، تعديلاً على طريقة المربعات الصغرى الموزونة من خلال حساب قيمة الاوزان المعتمدة لمعالجة مشكلة عدم تجانس تباين الاخطاء العشوائية وذلك من خلال تقسيم قيم متغير الاستجابة الى مجاميع بالاعتماد على القيم المتقاربة للمتغير التوضيحي. وقد سميت هذه الطريقة بالمختصر (MPV) نسبة الى اسماء الباحثين. وتتلخص هذه الطريقة بالخطوات الاتية:

1-يتم ترتيب قيم المتغير التوضيحي (X_i) تصاعديا، ثم تفرز القيم المتقاربة لهذا المتغير على شكل مجاميع

2-تفرز قيم متغير الاستجابة (Y_i) المناظرة لقيم المتغير التوضيحي على شكل مجاميع

3-يتم حساب الاوساط الحسابية لمجاميع المتغير التوضيحي $(\bar{X}_j)$، $(j = 1,2, \dots, k)$ إذ ان (k) تمثل عدد المجاميع

4-يتم حساب تباين متغير الاستجابة ولكل مجموعة (S_j^2)، $(j = 1,2, \dots, k)$

5-بناء أنموذج انحدار (S_j^2) باعتباره متغير استجابة على المتغير التوضيحي $(\bar{X}_j)$ وفق الصيغة الاتية:

$$S_j^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \bar{X}_j + e_j \quad , j = 1,2, \dots \dots, k \quad (18)$$

6-يتم تقدير معلمات الأنموذج (18)، إذ يمكن الحصول على تقدير لكل مجموعة

7-باستعمال الصيغة التقديرية لأنموذج الانحدار المبين بالصيغة (18) يمكن تقدير تباين الاخطاء $(\hat{S}_i^2)$ لكل قيمة من قيم متغير الاستجابة (Y_i) وذلك بتعويض قيم المتغير التوضيحي (X_i) وكالاتي:

$$\hat{S}_i^2 = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 X_i \quad , \quad i = 1,2,\dots\dots,n \qquad (19)$$

8-يتم حساب تقدير الاوزان$(\widehat{w}_i)$ وفق الصيغة الاتية:

$$\widehat{w}_i = \frac{1}{\hat{S}_i^2} \qquad (20)$$

9-يتم تقدير معلمات أنموذج الانحدار بموجب طريقة المربعات الصغرى الموزونة وفق الاوزان المقدرة بالصيغة (20) وكالاتي:

$$\hat{\beta}_{MPV} = \left(X'\widehat{W}X\right)^{-1} X'\widehat{W}Y \qquad (21)$$

وتعتبر هذه الطريقة كفوءة لتقدير معلمات أنموذج الانحدار في حالة وجود مشكلة عدم تجانس التباين، ولكنها تفقد خصائصها عندما تحتوي البيانات على قيم شاذة.

5. وصف عينة البحث:

تمثل بيانات عينة البحث الانفاق الاستهلاكي(مليون ديناراً) متمثلا بالمتغير (S) ومتوسط نصيب الفرد من الدخل القومي (مليون ديناراً) متمثلا بالمتغير(N)، وقد تم تسجيل المشاهدات السنوية لكلا المتغيرين للفترة (1971-2020)، إذ تكونت لدينا عينة مؤلفة من (50) زوجاً من المشاهدات. البيانات تم الحصول عليها من وزارة التخطيط/الجهاز المركزي للاحصاء.

ولتحليل هذه العلاقة تم نمذجتها بأنموذج الانحدار الخطي البسيط وفق العلاقة الاتية:

$$S_t = \alpha + \beta N_t + \epsilon_t \qquad (22)$$

إذ إن S_t يمثل الانفاق الاستهلاكي وهو متغير الاستجابة

و N_t متوسط نصيب الفرد من الدخل القومي ويمثل المتغير التوضيحي

ϵ_t يمثل حدود الخطأ العشوائي والتي تعاني من مشكلة عدم تجانس التباين

α و β معاملات أنموذج الانحدار المطلوب تقديرها

5-1: الاختبارات المعتمدة في الكشف عن مشكلة عدم تجانس التباين:

قبل اجراء عملية تقدير معاملات أنموذج الانحدار الذي يمثل العلاقة بين متغيري التطبيق موضوع البحث تم اجراء اختبار فرضية عدم تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي لأنموذج الانحدار الخاص بالتطبيق باستعمال الاختبارات الاحصائية (وايت العام و غليجسر) التي تم عرضها في الجانب النظري.

الجدول (1): نتائج اختبارات الكشف عن مشكلة عدم تجانس التباين

White		Glejser	
χ^2	P-value	t	P-value
47.65	0.0000	26.61	0.0000

من الجدول (1) وبملاحظة قيم احصاءة الاختبار لكل من اختبار (وايت العام و غليجسر) إذ كانت ذات قيمة معنوية مما يشير الى عدم تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي. وبالنظر لعدم تحقق فرضية تجانس التباين تم الاعتماد على طريقتي التقدير التي تم توضيحهما في الجانب النظري لتقدير معاملات أنموذج الانحدار.

جدول (2): نتائج تقدير المعلمات لبيانات الانفاق الاستهلاكي ومتوسط نصيب الفرد من الدخل القومي بطريقة (S).

دالة الاوزان	المعلمات	تقدير المعلمات	S.E.	t-value	P-value	MSE
S(Tukey)	α	29122.32	27237.86	1.07	0.2850	2.85E+16
	β	17.29	0.01	1866.46	0.0000	
S(Huber)	α	-910.51	2197.72	-0.41	0.6787	2.75E+16
	β	19.17	0.001	25651.57	0.0000	

الجدول (2) يعرض نتائج تقدير معاملات أنموذج الانحدار الخطي باستعمال طريقة (S) وبالاعتماد على الدالتين (Tukey's Bisquare و Huber). وبالاعتماد على قيمة المؤشر الاحصائي (t) ولمستوى معنوية (0.05) نلاحظ ان تأثير متوسط نصيب الفرد من الدخل القومي ذو قيمة معنوية لكل من دالة (Tukey's Bisquare) ودالة (Huber). وكانت قيمة معلمة الميل المقدرة لدالة (Tukey's Bisquare) تساوي (17.29) وتساوي (19.17) لدالة (Huber)، كما ان قيمة معيار المفاضلة (MSE) لهذه الدالة تساوي (2.75E+16) مما يشير الى افضليتها على دالة (Tukey's Bisquare).

الجدول (3): نتائج تقدير المعلمات لبيانات الانفاق الاستهلاكي ومتوسط نصيب الفرد من الدخل القومي بطريقة (MPV).

المعلمات	تقدير المعلمات	S.E.	t-value	P-value	MSE
α	-4705423.16	1.39E+07	-0.34	0.7365	6.41E+10
β	43.26	8.10	5.34	0.0000	

الجدول (3) يعرض نتائج تقدير معلمات أنموذج الانحدار الخطي البسيط بطريقة (MPV). وبالاعتماد على قيمة المؤشر الاحصائي (t) ولمستوى معنوية (0.05) كانت قيمة الحد الثابت المقدرة غير معنوية، بينما كان تأثير متوسط نصيب الفرد من الدخل القومي ذو قيمة معنوية. وكانت قيمة معلمة الميل المقدرة تساوي (43.26). كما افرزت هذه الطريقة قيمة لمعيار متوسط مربعات الخطأ تساوي (6.41E+10).

الجدول (4): نتائج المقارنة بين طريقتي التقدير الحصينتين (S) و (MPV)

طريقة التقدير	MSE
MPV	6.41E+10
S(Huber)	2.75E+16

بالاعتماد على معيار المفاضلة متوسط مربعات الخطأ MSE تم فرز نتائج التقدير المثلى لكل من طريقة التقدير الحصينة S وطريقة التقدير الحصينة MPV وخلصت في الجدول (4), اذ اشارت تلك النتائج الى افضلية طريقة التقدير (MPV) التي حققت اقل قيمة لمعيار المفاضلة والبالغة (6.41E+10).

6. الاستنتاجات:

1- افرزت نتائج التقدير لطريقة التقدير (S) ان استعمال دالة الوزن (Huber), والتي حسب علمنا لم تستعمل سابقا مع هذه الطريقة, انها افضل من دالة الوزن (Tukey's Bisquare).

2- طريقة التقدير (MPV) كانت افضل من طريقة تقدير (S) بوجود مشكلة عدم تجانس التباين.

7. التوصيات:

1- استعمال طرائق تقدير حصينة اخرى لتقدير معاملات أنموذج الانحدار بوجود عدم تجانس تباين الاخطاء العشوائية ومقارنتها مع نتائج التقدير للطريقتين موضوع البحث.

2- استعمال طرائق التقدير اللامعلمية ومقارنتها مع طرائق التقدير الحصينة في تقدير معاملات انموذج الانحدار بأخطاء عشوائية غير متجانسة التباين, وبيان مدى فاعليتها في معالجة هذه المشكلة.

المصادر:

1- بخيت، حسين علي ، و فتح الله، سحر. (2008). الاقتصاد القياسي. عمان، الاردن: دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع.

2- بندر، علي قاسم محمد. (2018). تقدير انموذج الانحدار باستخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة الحصينة في حالة وجود مشكلة عدم تجانس التباين والقيم الشاذة معا مع تطبيق عملي. مجلة الادارة والاقتصاد، العدد 117، الصفحات 285-299.

3- عبدالله، رائد اسمر. (2018). إختيار أفضل طريقة اختبار لمشكلة عدم تجانس التباين في نموذج الانحدار المتعدد (مع تطبيق عملي). رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء، قسم الاحصاء.

4- علي، سيف حسين. (2019). اختيار افضل تقدير معالم إنموذج الانحدار الحصين مع تطبيق عملي. رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء، قسم الاحصاء .

5- كاظم، اموري هادي. (2009). مقدمة في القياس الاقتصادي. عمان ، الاردن: دار زهران للنشر والتوزيع .

6- Almetwally, E. M., & Almongy, H. M. (2018). Comparison Between M-Estimation, S-Estimation, and MM-Estimation Methods of Robust Estimation with Application and Simulation. International Journal of Mathematical Archive, 9(11), pp. 55-63.

7- Gujarati, D. N. (2003). Basic Econometrics. New York: McGraw-Hill Companies,Inc.

8- kmenta, J. (1986). Elements of Econometrics (Vol. Second Edition). New York: Macmillan Inc.

9- MIDI, H., RANA, S., & IMON, A. R. (2009). The Performance of Robust Weighted Least Squares in the Presence of Outliers and Heteroscedastic Errors. WSEAS Transactions on Mathematics, vol. 8(issue 7), pp. 351-361.

10- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2006). Introduction to Linear Regression Analysis (4th ed.). Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

11- Susanti, Y., Pratiwi, H., Sulistijowati, S., & Liana, T. (2014). M Estimation, S Estimation, and MM Estimation in Robust Regression. International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol. 91(No. 3), pp. 349-360. doi:http://dx.doi.org/10.12732/ijpam.v91i3.7

Estimation of the parameters of the simple linear regression model in the presence of the problem of heterogeneity of variance of errors using some strong methods

Redha Qassem Muhammad Tamim / researcher /ridha.qassem@gmail.com
A.P.Dr. Ahmed Shaker Muhammad Taher / Al-Mustansiriya University / College of Administration and Economics/ahmutwali@uomustansiriyah.edu.iq

Abstract:

The homogeneity of the variance of the limits of the random error of the regression model is one of the basic assumptions for obtaining estimates of least squares of the model coefficients, which are characterized as the best unbiased linear estimate, but this assumption may be unfulfilled in some practical applications, which calls for the use of alternative methods that provide us with relevant estimates. Efficient characteristics. Among those methods are the two immune estimation methods S and MPV, as these two methods were used to estimate the coefficients of the simple linear regression model in the presence of the problem of heterogeneity of variance of random errors, and based on real data representing consumer spending and the average per capita national income, a comparison was made between the estimates of the two methods. The results indicated that the (MPV) method was better than the (S) estimation method, based on the mean of squared error (MSE) criterion.

Keywords: simple linear regression, heterogeneity of variance, estimation method (S), estimation method (MPV).