

تقدير الامتودج الوبائي (COVID-19) بالاعتماد على منظومة المعادلات التفاضلية المتعددة

نشتمان سامي رستم / باحثة / nashtaman.sami.rustum@uomustansiriyah.edu.iq

أم.د. سهاد علي شهيد / الجامعة المستنصرية | كلية الادارة والاقتصاد suhadalishaheed@uomustansiriyah.edu.iq

P: ISSN : 1813-6729

<https://doi.org/10.31272/jae.i134.1210>

E : ISSN : 2707-1359

مقبول للنشر بتاريخ : 2022/5/22

تاريخ أستلام البحث : 2022/5/12

المستخلص:

يتناول البحث استخدام احد نماذج الاوبئة هو امتودج (SIRD) (معرضين للاصابة S – مصابين I – متعافين R – متوفين D) والذي يتكون من نظام من المعادلات التفاضلية متعددة (ODE) لتغطية البيانات الخاصة بانتشار وباء كورونا في العراق للفترة من تاريخ اول حالة اصابة في (24 \ 2 \ 2020) حتى (22 \ 2 \ 2022) ، وتتم تقدير معلمات الامتودج وفقا لطريقة المربعات الصغرى للاخطية للبيانات المبلغ عنها وايضا التنبؤ بتطور تفشي الوباء ، كما تم تحديد معلمة مهمة في النماذج الوبائية هي عدد التكاثر الاساسي (R_0) هو العدد المتوقع للحالات الثانوية التي ينتجها الشخص المصاب في وقت مبكر من الوباء، و تبين من النتائج انحسار انتشار الوباء نتيجة اخذ اللقاحات وزيادة الاجراءات الوقائية المتبعة .

الكلمات المفتاحية: امتودج (SIRD) ، عدد التكاثر الاساسي ، COVID-19 ، الاوبئة ، المربعات الصغرى للاخطية .



مجلة الادارة والاقتصاد
مجلد 47 / العدد 134 / ايلول / 2022
الصفحات : 184 - 191

* بحث مستل من رسالة ماجستير .

1. المقدمة:

تعد نمذجة ردود الفعل على انتشار الأمراض المعدية موضوعاً مهماً في علم الأوبئة الحالي قد اجتذب مؤخراً اهتماماً كبيراً ، ومن اهم هذه الأمراض التي جذبة الاهتمام هو انتشار فيروس كورونا (COVID-19) . ومن هنا عادة ما يتم طرح العديد من الاسئلة ومنها كيفية استعمال النماذج الاحصائية لوصف هذه الظواهر اي طرق الانتقال من حالة الى اخرى والتي يتم تمثيلها بمعادلات تفاضلية معقدة وغالباً ما تكون معادلات ملائمة لهذه البيانات. ومن هنا يأتي دور الاحصاء وتطبيقاته في هذا المجال لتقديم دراسة تفسيرية وكذلك بتوظيف انموذج مناسب وقد تم استخدام انموذج (SIRD) (معرضين للإصابة S – مصابين I – متعافين R – متوفين D) ، وتم تحديد معلمة مهمة اخرى هي عدد التكاثر الاساسي (R_0) التي تمثل عدد المصابين نتيجة العدوى من شخص مصاب. ومن الدراسات السابقة التي تناولت هذه الانموذج في عام (2020) قام الباحثان (A.Sedaght, A.Mosavi)^[15] باستخدام النماذج (SIRD)(Gaussian-SIRD) لتوقع اتجاهات فايروس كورونا في الكويت ، وفي العام نفسه قام الباحثان (Benjamin Wacker & Jan Schuter)^[20] بالمقارنة ما بين نموذجين هما (SIRD, SIR) ، وفي العام نفسه قام الباحث (C.Tsay)^[19] واخرون بدراسة اطار جديد لاتخاذ قرار للسيطرة على تفشي (COVID-19) في الولايات المتحدة وقد تضمن البحث نمذجة ديناميكيات السكان، وفي العام نفسه قام الباحث (E.Tsega)^[21] بملائمة انموذج وبائي لديناميكيات انتقال (covid-19) خلال فترة زمنية ، وفي العام نفسه قام الباحث (L.Ferrari)^[7] واخرون بتطوير انموذج للتنبؤ بانتشار العدوى لفايروس (COVID-19) في ايطاليا. وفي عام (2021) قام كلاً من (D.SenE&D.Sen)^[17] باستخدام انموذج (SIRD) المعدل لتحليل السلاسل الزمنية للوباء في خمسة بلدان ، وفي العام نفسه قام الباحث (R.Hasanli)^[8] باقتراح نسخة معدلة لتحليل وتوقع انتشار (COVID-19) من الانموذج التفاضلي (SEIRD) ، وفي العام نفسه قام الباحثان (L.Pei & m.Zhang)^[11] بدراسة للتنبؤات طويلة المدى لـ (COVID-19) في بعض البلدان بواسطة انموذج (SIRD) .

2. انموذج SIRD:^[10]

هو احد النماذج المهمة في علم الأوبئة لتصميم انتشار المرض ويقسم السكان الى اربعة اقسام مجموعات مختلفة (المعرضين للإصابة – المصابين- المتعافين من الإصابة – الوفيات) . ويمكن نمذجته كالآتي :

$$Y_i = f(t, x(t), \theta) + u_i \quad \dots (1)$$

إذ أن:

$$X_i = [\beta_1, \dots, \beta_M, \gamma_1, \dots, \gamma_M, \alpha_1, \dots, \alpha_M]^T \quad i = 1, 2, \dots, M$$

تشير الى (ith) من الايام ($t = t_i$) البيانات المشاهدة ترتب وفق قيمة (Y_i) وتمثل العدد الاجمالي اليومي (للمصابين Infected، المتعافين Recovered، المتوفين Dead) .
إذ ان

$$Y_i = [TI_1 \dots TI_M \quad R_1 \dots R_M \quad D_1 \dots D_M]^T$$

$f(t, x(t), \theta)$ تمثل دالة للمتغير (Y_i) بدلالة المتغيرات التوضيحية (X_i) .
الفرضيات الأساسية التي يستند عليها انموذج (SIRD) هي كالآتي:^{[4][20]}

1. ان الاشخاص المتعافين لن يعودوا عرضة للعدوى مرة اخرى .
2. ان عدد الوفيات لاسباب اخرى مهمة.
3. المنطقة قيد الدراسة مغلقة ومعزولة عن المناطق الاخرى .
4. الاشخاص يتطابقون مع بعضهم البعض ، اي تجانس السكان .
5. لايعتمد اثر حملات التطعيم .
6. يتم توزيع الافراد بشكل عشوائي على المنطقة ، مما يسمح بتحديد ثابت للتواصل بين المعرضين للإصابة والمصابين .
7. يقتل الفايروس حوالي (α_3) من الافراد المصابين .

ويتم وصف انموذج (SIRD) من خلال المعادلات التفاضلية الاربعة التالية:^[5]

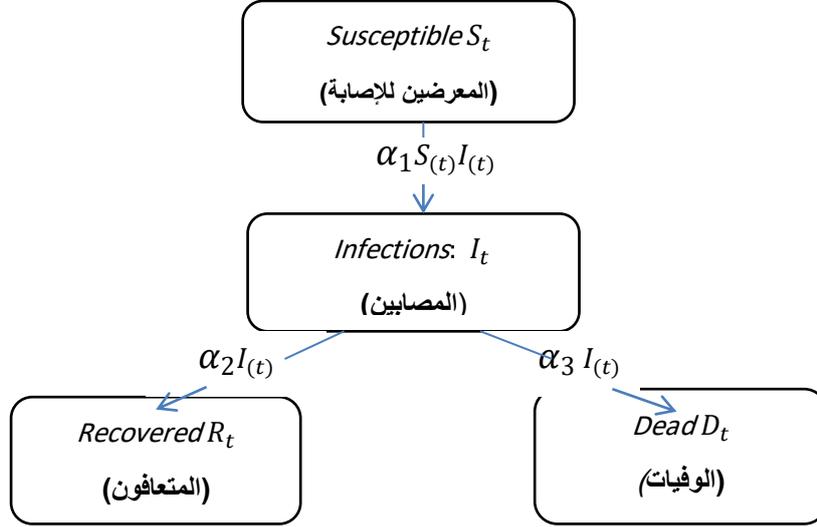
$$\frac{dS(t)}{dt} = S'_t = -\frac{\alpha_1}{N} S(t)I(t) \quad \dots (2)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = I'_t = \frac{\alpha_1}{N} S(t)I(t) - \alpha_2 I(t) - \alpha_3 I(t) \quad \dots (3)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = R'_t = \alpha_2 I(t) \quad \dots (4)$$

$$\frac{dD(t)}{dt} = D'_t = \alpha_3 I(t) \quad \dots (5)$$

ويمكن وصف الأنموذج (SIRD) وفقاً لمخطط فعال عالمياً كما في الشكل (1).



الشكل (1) يمثل مخطط مراحل انتقال الافراد بين المجاميع.

الجدول (1) يعرض وصف متغيرات الحالة والمعلمات لأنموذج (SIRD).

الوصف	الرموز
عدد الافراد المعرضين للإصابة في الوقت t	S_t
عدد الافراد المصابين في الوقت t	I_t
عدد الافراد المتعافين في الوقت t	R_t
عدد الافراد المتوفين جراء الإصابة في الوقت t	D_t
عدد الافراد المعرضين للإصابة في بداية الوباء التي تقارب حجم المجتمع N.	S_0
عدد الافراد المصابين في بداية الوباء.	I_0
عدد الافراد المتعافين في بداية الوباء.	R_0
عدد الافراد المتوفين جراء الإصابة في بداية الوباء.	D_0
حجم المجتمع قيد الدراسة	N
معدل انتقال العدوى	α_1
معدل الشفاء	α_2
معدل الوفيات	α_3
عدد التكاثر الأساسي	\mathcal{R}_0

اما شروط القيم الابتدائية للأنموذج (SIRD) كالآتي: [18]

$$S_{(t=0)} = S_0 > 0 = N, I_{(t=0)} = I_0 > 0 = 1, R_{(t=0)} = R_0 = 0, D_{(t=0)} = D_0 = 0$$

فأنه عند جمع المعادلات نجد أن النظام لديه حلاً وحيداً وموجباً (Positive Unique Solution)

وبما ان:

$$S_t + I_t + R_t + D_t = N, \quad \forall t \quad \dots (7)$$

إذ أن:

$$N = S_0 + I_0 + R_0 + D_0 \quad \dots (8)$$

وهو يمثل المجموع الكلي لمجتمع الدراسة وأن:

$$S_0 = N - I_0 \quad \dots (9)$$

ويجب الإشارة ان المتغيرات المعتمدة (S,I,R,D) يأخذ الافراد في كل مجموعة كدالة بدلالة الزمن وليس على أساس جزء من السكان. لذلك عملية انتقال المرض ($\alpha_1 SI$) غير خطية (nonlinear) وتحسب وفق الآتي: [12]

$$(\alpha_1)N \times \frac{S}{N} \times I = \alpha_1 SI \quad \dots (10)$$

اذ ان:

N : تمثل حجم السكان المجتمع.

$(\alpha_1)N$: تمثل عدد السكان المصابين الملامسين ويمثل الافراد المصابين عند كل وحدة زمنية وهي كافية لنقل العدوى.

$\frac{S}{N}$: تمثل نسبة التواصل مع المعرضين للإصابة.

3. عدد التكاثر الاساسي (Basic Reproduction Number) [1][2][3]

يعرف عدد التكاثر الاساسي (\mathcal{R}_0) وهي متوسط عدد الاصابات الثانوية التي تحدث عندما يتم ادخال العامل المعدى الاولي الى مجموعة سكانية تكون معرضة لخطر الاصابة بالمرض، اي يفترض ضمناً ان الفرد المصاب سيبقى ضمن السكان طوال فترة العدوى، لذلك سيختلط الفرد مع افراد اخرين في المجموعة السكانية في النماذج الوبائية. هنالك ثلاث مستويات اساسية للعدد التكاثر الاساسي (\mathcal{R}_0). بناءً عليه يتم تصنيف انتشار الوباء كالاتي:

- عندما ($\mathcal{R}_0 < 1$) فإن العدوى سوف تنتهي تماماً على المدى الطويل، اي ينتهي انتشار الوباء فسوف يتم السيطرة على الوباء.
- وعندما تكون ($\mathcal{R}_0 > 1$) فإن العدوى قادرة على الانتشار بين جميع الافراد اي يصبح المجتمع وبائي، بمعنى اخر سيزداد انتقال العدوى بين السكان.
- وعندما $\mathcal{R}_0 = 1$ تسمى القيمة الحرجة (حد العتبة). والتي يبدأ بها الوباء بالانتشار او الانحسار.

يتم استخراج عدد التكاثر الاساسي (\mathcal{R}_0) على النحو التالي:

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_3} \quad \dots (11)$$

ويمثل عدد التكاثر الاساسي في بداية الوباء إذ ان ($S \approx N$).

اما عدد التكاثر الاساسي عند الوقت (t) فيتم استخراجه من المعادلة التالية:

$$\mathcal{R}_{0t} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_3} S(t) \quad \dots (12)$$

4. تقدير الانموذج:

1-4 طريقة المربعات الصغرى اللاخطية Non-Linear Least Squares :_Method(NOLS) [13][7][9][14]

تقدير المعلمات باستخدام طريقة المربعات الصغرى اللاخطية تعد من ابسط الطرائق، ويتم استخدامه في بعض اشكال الانحدار اللاخطية، واسباب هذه الطريقة هو تقريب الانموذج بأنموذج خطي من خلال التكرارات المتعاقبة. ويمكن كتابتها بالشكل الآتي:

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \eta(\theta) \quad \dots (13)$$

$$\min_{\theta} \eta(\theta) = \sum_{i=1}^n u_i^2$$

لقياس مدى ملائمتنا للبيانات الحقيقية. يتم تقليل مجموع مربعات الاخطاء التربيعية للأنموذج (SIRD)

$$\eta(\theta) = \|Y - \hat{Y}\|^2 \quad \dots (14)$$

اذ ان:

u_i : تمثل البواقي (الاخطاء).

$$Y = \begin{bmatrix} S_{(t1)} & I_{(t1)} & R_{(t1)} & D_{(t1)} \\ S_{(t2)} & I_{(t2)} & R_{(t2)} & D_{(t2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{(tn)} & I_{(tn)} & R_{(tn)} & D_{(tn)} \end{bmatrix} \quad \dots (15)$$

ومصفوفة التقديرات المقابلة التي تنبأ بها الانموذج

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{S}_{(t1)} & \hat{I}_{(t1)} & \hat{R}_{(t1)} & \hat{D}_{(t1)} \\ \hat{S}_{(t2)} & \hat{I}_{(t2)} & \hat{R}_{(t2)} & \hat{D}_{(t2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{S}_{(tn)} & \hat{I}_{(tn)} & \hat{R}_{(tn)} & \hat{D}_{(tn)} \end{bmatrix} \quad \dots (16)$$

وللحصول على القيم المثلى نقوم بتقليل الدالة اي تصغيرها.

وهناك عدة طرائق عددية من خلالها يتم تصغير الدالة ومن أهم الطرائق

1. طريقة نيوتن رافسن (Newton-Raphson).
2. طريقة الصعود والنزول شديدة الانحدار (Steepest descent method).
3. طريقة جاوس نيوتن (Gauss-Newton method).
4. طريقة (Marquardt – Levenberg method).
5. طريقة (Derivative-free method).

الطرق الاربعة الاولى تتطلب المشتقة الجزئية للأنموذج فيما يتعلق بكل معلمة من المعلمات. إما

الطريقة الخامسة يمكن استخدامها من حساب التقديرات العددية للمشتقات من التحويلات إذ المشاهدة المقدره (\hat{y})

(تتغير كما هو الحال في المعلمة المقدره ($\hat{\theta}$)).

5. التطبيق:

تم جمع بيانات الدراسة والخاصة بفايروس كورونا (COVID-19) من موقع (<https://github.com/dr-suhadshaheed>) التي تخص الحالات المسجلة للمصابين والمتعافين والمتوفين جراء فايروس كورونا (COVID-19). وقد تم اعتماد الحالات المسجلة للمصابين ومن خلال اجراء تشخيصي لفايروس كورونا المرتبط بالمتلازمة التنفسية الحادة الشديدة في حالة الاشتباه بمرض فايروس كورونا (COVID-19) وذلك من خلال الفحص والذي يتم إجراؤه عن طريق اختبارات تفاعل البلمرة التسلسلي للنسخ العكسي (PCR) (Polymerase Chain Reaction).

6. النتائج:

تم احتساب مقدرات المربعات الصغرى اللاخطية و تم الحصول على النتائج الموضحة بالجدول

التالي:

الجدول (2) يمثل نتائج طريقة المربعات الصغرى اللاخطية.

α_1	α_2	α_3	R_0
0.763	0.742	0.439	0.64

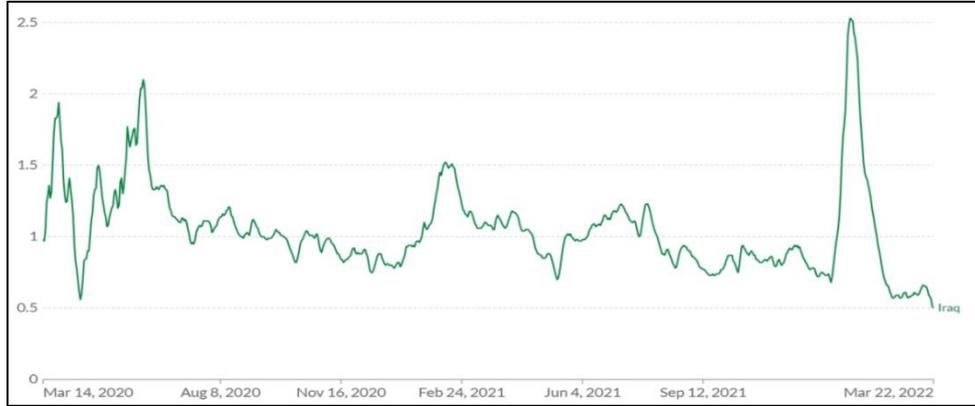
اذ بلغ معدل الانتقال (0.763) اما بالنسبة لمعدل الشفاء بلغ (0.742)، بينما بلغ معدل الوفيات (0.439)، ومن خلالها يتم حساب عدد التكاثر الاساسي والذي بلغت قيمته (0.64) وهي قيم اقل من واحد ومن خلالها يتبين لنا ان فايروس كورونا ينحسر ويتلاشى.

الشكل (2)



الشكل (2) يمثل انموذج الوبائي (SIRD) للعراق المتنبأ به باستخدام طريقة المربعات الصغرى اللاخطية. إذ نلاحظ التناقص التدريجي في اعداد المصابين بفيروس كورونا المتمثلة بالمنحنى (الاحمر) فضلاً عن اعداد الوفيات الناتجة من الاصابة والمتمثل بالمنحنى (الاسود)، كما بين الشكل تزايد اعداد المتعافين من الاصابة والمتمثل بالون (الاصفر)، بينما يشير المنحنى بالون (الازرق) الى اعداد المعرضين للاصابة والذي يتناقص بصورة كبيرة.

الشكل (3)



الشكل (3) يمثل مخطط عدد التكاثر الاساسي كدالة بالوقت (t) حسب طريقة (NOLS) المربعات الصغرى اللاخطية للفترة (14/3/2020) الى (22/2/2020) في العراق ونلاحظ تذبذبه خلال تلك الفترة، ونلاحظ ان ذروة الوباء كانت في بداية مطلع عام (2022).

اظهرت النتائج ان عدد التكاثر الاساسي بلغ (0.64) باستخدام طريقة المربعات الصغرى اللاخطية، ومن الملاحظ ان عدد التكاثر الاساسي يكون اقل من واحد وهذا يشير الى ان فايروس كورونا ينحسر ويتلاشى نتيجة اخذ اللقاحات وزيادة الاجراءات الوقائية المتبعة. وان عدد التكاثر الاساسي في الزمن (t) يأخذ شكل سلسلة زمنية متذبذبة، وان ذروة الوباء في مطلع عام (2022)، وكلما زاد الزمن قلت الاصابات وقل عدد التكاثر الاساسي، فضلاً عن ذلك من خلال الشكل الخاص بالتنبؤ باستخدام طريقة المربعات الصغرى اللاخطية ان عدد الافراد المعرضين للاصابة يقل بشكل كبير على عكس عدد الشفاء اذ يزداد بشكل ملحوظ وان عدد الوفيات بانخفاض.

7. التوصيات

1. نوصي باستعمال نماذج اخرى بمتغيرات توضيحية اخرى لزيادة دقة النماذج من الناحية الاحصائية، مثل انموذج (SEIRD) (معرضين للاصابة -الذين في فترة الحضانة-المصابون-المتعافون-المتوفون) وغيرها من النماذج لدراسة انتشار الوباء.
2. ضرورة الاستناد على الانموذج التي تم بنائها في الدراسة لاجل وضع الخطط والسياسات الصحية لتقليل الوفيات والاصابات.
3. كما يمكن ربط النماذج الوبائية بالتاثير المكاني على انتشار الظاهرة.

المصادر:

1. for coronavirus disease outbreak 2019 (COVID-19) in Algeria Al-Raei, M. (2021). The basic reproduction number of the new coronavirus pandemic with mortality for India, the Syrian Arab Republic, the United States, Yemen, China, France, Nigeria and Russia with different rate of cases. *Clinical epidemiology and global health*, 9, 147-149.
2. Al-Raei, M., El-Daher, M. S., & Solieva, O. (2021). Applying SEIR model without vaccination for COVID-19 in case of the United States, Russia, the United Kingdom, Brazil, France, and India. *Epidemiologic Methods*, 10(s1).
3. Al-Raei, M. (2021). The COVID-19 basic reproductive ratio using SEIR model for the Middle East countries and some other countries for two stages of the disease. *Bulletin of the National Research Centre*, 45(1), 1-7.

4. Behl, R., & Mishra, M. (2020). COVID-19 lifecycle: predictive modelling of states in India. *Global Business Review*, 21(4), 883-891.
5. Calafiore, G. C., Novara, C., & Possieri, C. (2020). A time-varying SIRD model for the COVID-19 contagion in Italy. *Annual reviews in control*, 50, 361-372.
6.Cereda, G., Viscardi, C., Gherardini, L., Mealli, F., & Baccini, M. (2021). Dynamics of contagion and submerged infections during the second wave of the SARS-CoV-2 epidemic in the Italian regions.q
7. Ferrari, L., Gerardi, G., Manzi, G., Micheletti, A., Nicolussi, F., Biganzoli, E., & Salini, S. (2021). Modeling provincial covid-19 epidemic data using an adjusted time-dependent sird model. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 18(12), 6563.
8. Hasanli, R. (2021). *A data driven epidemic model to analyze and forecast the dynamics of COVID-19* (Master's thesis, Middle East Technical University).
9. Korolev, I. (2021). Identification and estimation of the SEIRD epidemic model for COVID-19. *Journal of econometrics*, 220(1), 63-85.
10. Ogana, W., Juma, V. O., & Bulimo, W. D. (2021). A SIRD model applied to COVID-19 dynamics and intervention strategies during the first wave in Kenya. *medRxiv*.
11. Pei, L., & Zhang, M. (2021). Long-Term Predictions of COVID-19 in Some Countries by the SIRD Model. *Complexity*, 2021.
12. Pan, J., Gray, A., Greenhalgh, D., & Mao, X. (2014). Parameter estimation for the stochastic SIS epidemic model. *Statistical Inference for Stochastic Processes*, 17(1), 75-98.
13. Sameni, R. (2020). Mathematical modeling of epidemic diseases; a case study of the COVID-19 coronavirus. *arXiv preprint arXiv:2003.11371*.
14. Samsuzzoha, M. D. (2012). *A study on numerical solutions of epidemic models* (Doctoral dissertation, PhD thesis).
15. Sedaghat, A., Band, S., Mosavi, A., & Nadai, L. (2020, November). Predicting Trends of Coronavirus Disease (COVID-19) Using SIRD and Gaussian-SIRD Models. In *2020 IEEE 3rd International Conference and Workshop in Óbuda on Electrical and Power Engineering (CANDO-EPE)* (pp. 000267-000274). IEEE.
16. Sedaghat, A., Band, S., Mosavi, A., & Nadai, L. (2020, November). Predicting COVID-19 (Coronavirus Disease) Outbreak Dynamics Using SIR-based Models: Comparative Analysis of SIRD and Weibull-SIRD. In *2020 IEEE 3rd International Conference and Workshop in Óbuda on Electrical and Power Engineering (CANDO-EPE)* (pp. 000283-000288). IEEE.
17. Sen, D., & Sen, D. (2021). Use of a modified SIRD model to analyze COVID-19 data. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 60(11), 4251-4260.
18. Tsay, C., Lejarza, F., Stadtherr, M. A., & Baldea, M. (2020). Modeling, state estimation, and optimal control for the US COVID-19 outbreak. *Scientific reports*, 10(1), 1-12.
19. TSEGA, E. Fitting an Epidemiological Model to Transmission Dynamics of COVID-19. *Journal of Mathematical Sciences and Modelling*, 3(3), 135-138.
20. Wacker, B., & Schlüter, J. (2020). Time-discrete parameter identification algorithms for two deterministic epidemiological models applied to the spread of COVID-19.

Estimation of the epidemiological model (COVID-19) based on the system of multiple differential equations

Nashtaman Sami Rustom / researcher /

nashtaman.sami.rustum@uomustansiriyah.edu.iq

A.P.Dr. Suhad Ali Shaheed / Al-Mustansiriya University / College of Administration and Economics/ suhadalishaheed@uomustansiriyah.edu.iq

Abstract:

The research deals with the use of one of the epidemic models, which is the (SIRD) model (exposed to infection S - infected I - recovered R - deceased D), which consists of a system of multiple differential equations (ODE) to cover the data on the spread of the Corona epidemic in Iraq for the period from the date of the first case of infection On (24/2/2020) until (22/2/2020), the model parameters are estimated according to the nonlinear least squares method for the reported data as well as predicting the development of the epidemic outbreak, and an important parameter was identified in the epidemiological models is the basic reproduction number) (R_0 is The expected number of secondary cases produced by the infected person early in the epidemic, and the results showed a decline in the spread of the epidemic as a result of taking vaccinations and increasing the preventive measures taken.

Keywords: SIRD model , basic reproduction number , COVID-19 , epidemics , nonlinear least squares .