DOI: https://doi.org/10.31272/ jae.i145.1283
Available online at: https://admics.uomustansiriyah.edu.iq/index.php/admeco

مجلة الادارة والاقتصاد
Journal of Administration & Economics

Mustansiriyah University
College of Administration & Economics

P-ISSN: 1813 - 6729
E-ISSN: 2707-1359

مقارنة بعض طرائق التقدير للتوزيع المخلتط الاسي للبيانات غير المتجانسة

رغده رائد سعدون
قسم الاحصاء، كلية الادراة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية ، بغداد، العراق .
Email: raghda.raed@uomustansiriyah.edu.iq, ORCID ID:\ https://orcid.org/

رواء صالح محمد
قسم الاحصاء، كلية الادراة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية ، بغداد، العراق .
Email: rawaaaIsaffar@uomustansiriyah.edu.iq, ORCID ID:\ https://orcid.org/0000-0001-6934-9161

المستخلص

تناول البحث فكرة جديدة للخلط بين التوزيعات لإيجاد توزيع مختلط جديد. وبذلك يمكننا الحصول على توزيع مختلط مع العديد من المعلمات، حيث يتم خلط ثلاث توزيعات أسية متطابقة للحصول على توزيع جديد أكثر مرونة من التوزيعات الكلاسيكية. ويمثل التوزيع المختلط بمعامل جديد وهو معامل الخلط الذي يمثل نسبة المساهمة في التوزيع المختلط، كما تم العثور على بعض خصائص التوزيع المختلط، وتم استخدام طريقة (ML،LS) لتقدير معالم التوزيع المختلط الجديد. وبسب العلاقة اللاخطية بين المعلمات، فقد استخدمنا خوارزمية نيوتن-رافسون العددية لتقدير المعلمات وكانت نتائج طريقة المربعات الصغرى (LS) هي الأفضل في جميع حجوم العينات المستخدمة.

معلومات البحث

تواريخ البحث:

تاريخ تقديم البحث: 24 / 12 / 2023
تاريخ قبول البحث: 23 / 1 / 2024
عدد صفحات البحث 64 - 71

الكلمات المفتاحية:
منهجية الخليط ، نموذج التوزيع الأسي المختلط ، البقاء ، معدل الفشل ، طريقة الإمكان الأعظم (ML) ، طريقة المربعات الصغرى (LS) .

المراسلة:
أسم الباحث: رغده رائد سعدون
Email: raghda.raed@uomustansiriyah.edu.iq

1. المقدمة

لقد تركزت التطورات الاخيرة على انشاء توزيعات جديدة لإيجاد توزيعات مختلطة ناتجة عن دمج التوزيعات السابقة للحصول على توزيعات جديدة لها فوائد في التطبيقات العلمية، بما في ذلك التوزيعات المنفصلة والمستمرة، التوزيعات الجديدة أكثر مرونة من التوزيعات السابقة ولها خصائص جديدة، كما هو معروف أن توزيع Exponential له تطبيقات جيدة في مجالات متعددة لتحليل العمر، فإن الهدف من هذا البحث هو اقتراح فكرة جديدة وهي كيفية إيجاد توزيع جديد ناتج عن خلط ثلاث توزيعات متطابقة من (Exponential)، يتكون من عدد من المعلمات وبالتالي، فإن التوزيع الجديد يحتوي على عدد اكبر من المعلمات وأكثر مرونة.

يمثل التوزيع المختلط بمعلمة جديدة نسبة مساهمة كل من هذه التوزيعات المختلطة، وتم أخذ عدة قيم لمتغير الخلط وتم العثور على خصائص التوزيع المختلط، واستعمل طريقتين للتقدير (MLE وOLS) لتقدير معلمات التوزيع الجديد، تم دراسة المحاكاة لإثبات خصائص التوزيع الجديد وتقدير معالم التوزيع الجديد باستعمال طرائق التقدير.

2. هدف البحث

من اجل تحليل بيانات البقاء الغير متجانسة لابد من استعمال نماذج مرنة وأكثر كفاءة في تحديد اوقات الفشل لهذا النوع من البيانات ، الهدف من هذا البحث هو تحليل بيانات البقاء باستعمال انموذج خليط يتكون الانموذج من ثلاث توزيعات متطابقة للتوزيع ذاته وتم تقدير معلمات هذا الانموذج وتقدير دالة البقاء معدل الفشل أو المخاطرة ومن ثم المقارنة بين طرق التقد.

3. دوال زمن البقاء Functions of Survival Time

تقيس بيانات وقت البقاء الوقت المستغرق لحدث معين، مثل الفشل أو الوفاة أو الاستجابة أو الانتكاس أو تطور مرض معين أو الإفراج المشروط أو الطلاق، تخضع هذه الأوقات لتغيرات عشوائية، □□□ وتشكل توزيعًا مثل أي متغيرات عشوائية، حيث لدينا □ يشير إلى وقت البقاء على قيد الحياة ويمكن أن يتميز توزيع □ بثلاث دوال مكافئة ويتم تعريف كلاتي:

- **دالة البقاء على قيد الحياة (τ) Σ:** وهي احتمال أن يعيش الفرد لفترة أطول من τ وتكون صيغتها كالاتي:

$$S(t) = P(T > t) \tag{1}$$

هنا (τ) Σ هي دالة غير متزايدة للوقت τ مع احتمال البقاء على قيد الحياة على الأقل في الوقت الذي يكون فيه الصفر 1 وقيمة البقاء على قيد الحياة لوقت لانهائي هو صفر.

- **دالة التوزيع التراكمية لوقت الفشل$F(t)$**: (تُعرَّف دالة التوزيع التراكمي $F(t)$ بأنها احتمالية فشل الفرد قبل الوقت τ.

$$F(t) = P(T \leq t) \tag{2}$$

- **دالة المخاطرة $h(t)$ لوقت البقاء T:** تعطي معدل الفشل المشروط ويتم تعريفها على أنها احتمال الفشل خلال فترة زمنية صغيرة جدًا، بافتراض أن الفرد قد نجا حتى بداية الفترة الزمنية، أو على أنها حد احتمالية فشل الفرد في فترة زمنية قصيرة جدًا $(t, \Delta t)$، بالنظر إلى أن الفرد قد نجا حتى الوقت τ:

$$\begin{aligned} h(t) &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P\left[t \leq T \leq t + \frac{\Delta t}{T} \geq t\right]}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P[t \leq T \leq t + \Delta t]}{\Delta t \;\; P(T \geq t)} \quad = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t \;\; S(t)} \\ h(t) &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(t + \Delta)}{S(t)} \end{aligned} \tag{3}$$

$$(t) = \frac{f(t)}{S(t)} \tag{4}$$

- **دالة المخاطرة التراكمية $H(t)$** : وهي تمثل الدالة التراكمية لمعدل المخاطرة وصيغته كلاتي:

$$H(t) = -\log\big(S(t)\big) = \int_0^t h(u)du \tag{5}$$

ويمكن الحصول على دالة البقاء باستعمال الدالة التراكمية لوقت الفشل والدالة التراكمية للمخاطرة كما في الصيغ الاتية[2]:□

$$S(t) = 1 - F(t) \tag{6}$$

$$S(t) = \exp\big(-H(t)\big) \tag{7}$$

4. التوزيع الاسي Exponential Distribution

التوزيع الاسي هو احد توزيعات المعلمية التي تنتمي للعائلة الاسية بمعلمة قياس λ ويمثل هذا التوزيع الوقت للبقاء على قيد الحياة ودالة الـP.D.F والـC.D.F له كلاتي [1]:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \qquad ; t > 0 \;\; , \lambda > 0 \tag{8}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{9}$$

ودالة البقاء لهذا التوزيع تمثل بالشكل التالي:

$$S(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t} \tag{10}$$

وبما انه لدينا دالة وقت الفشل$h(t)$ ودالة البقاء $S(t)$ فيمكننا الحصول على دالة المخاطرة لهذا التوزيع باستعمال صيغة (4) و(2) وكلاتي[8]:

$$h(t) = \lambda \tag{11}$$

وان معدل المخاطرة لهذا التوزيع تكون ثابت (أي يملك مخاطرة CFR)

وان التوقع والتباين لتوزيع الاسي هي كلاتي: $E(t) = \frac{1}{\lambda}$; $V(t) = \frac{1}{\lambda^2}$

5. منهجية الخليط Methodology Mixture

تعد توزيعات الخليط من أهم التوزيعات التي تلعب دوراً مهماً في العديد من المجالات الحياة والموثوقية والهندسة وعلم الحيوان والطب وعلم النبات والاقتصاد والزراعة وغيرها، يعد توزيع الخليط أكثر فائدة لأنه يمكن نمذجة عدة أسباب للفشل في وقت واحد، في الأدبيات تمت مناقشة انموذج الخليط من قبل العديد من المؤلفين حيث استنتجوا ان توزيع الخليط الناتج عن مزيج من توزيعين أو أكثر له عدد من المعلمات تشمل هذه المعلمات، معلمات الشكل، ومعلمات القياس بالإضافة إلى معامل الخلط π حيث $0 < \pi < 1$ من ناحية أخرى، باستخدام معامل الخلط π نحصل على خصائص جديدة للتوزيع الجديد، في نماذج الخليط المحدود من المفترض أن السكان يتكون من $(m \geq 2)$ مجموعات فرعية أو فئات فرعية متميزة، يمكن كتابة دالة توزيع الخليط كلاتي[3]:

$$f(t/\psi) = \sum_{j=1}^{m} \pi_j f_j(t / \vartheta_j) \tag{12}$$

حيث يحتوي المتجه $\psi = (\pi, \vartheta)$ على جميع المعلمات غير المعروفة لـ $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m)$ و $\vartheta = (\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_m)$ ، وتسمى الدالة $f_j(t / \vartheta_j)$ دالة كثافة المكون لـ $(j = 1,2, \dots, m)$ مع المعلمة ϑ_j و π_j والتي تسمى نسبة الخلط من فئة j وان $\pi_j \epsilon (0,1)$ و $\sum_{j=1}^{m} \pi_j = 1$.

وفي تحليل البقاء غالبًا ما تستعمل نماذج الخليط لأنها عالية المرونة، لذلك تم استعمال نماذج الخليط على مجال واسع لنمذجة بيانات وقت الفشل في مجموعة متنوعة من المواقف وهي قابلة للتطبيق في المواقف التي يكون فيها اعتماد عائلة معلمية واحدة لتوزيع وقت الفشل غير كافٍ، حيث تم استعمال مزيج من ثلاثة مكونات عندما تتكون البيانات من ثلاث مجموعات فرعية ويمكن تمثيل انموذج الخليط من ثلاثة مكونات بالصيغة الاتية:

$$f_{1,2,3}(t; \psi) = \pi_1 f_1(t; \vartheta_1) + \pi_2 f_2(t; \vartheta_2) + \pi_3 f_3(t; \vartheta_3) \tag{13}$$

حيث ان $\psi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)$ يمثل المعلمات الغير معروفة في نموذج الخليط، وان $(f_1(t; \vartheta_1), f_2(t; \vartheta_2), f_3(t; \vartheta_3))$ هي دالة كثافة الاحتمال المقابلة لكل مكون مع بعض المعلمات $(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)$، وان $(\pi_1 = \frac{\beta}{2\beta+1} \ ; \ \pi_2 = \frac{\beta}{2\beta+1} \ ; \ \pi_3 = \frac{1}{2\beta+1})$ حيث $\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1$

في هذا البحث يتم تناول خليطاً من ثلاثة توزيعات متطابقة، لنمذجة بيانات وقت البقاء غير المتجانسة، ويتكون من خليط متطابقة للتوزيع (Exponential).[8]

6. أنموذج التوزيع الاسي المختلط Mixed exponential distribution model [6,9]

بافتراض أن مجموعة من بيانات البقاء لاختبار الفشل تخضع لتوزيع الاسي المختلط، حيث يمكن اعتبار بيانات اختبار الفشل هذه مجموعة فرعية μ، ولكل مجموعة فرعية وضع فشل مستقل وتوزيع فشل، عندئذٍ تكون دالة الكثافة الاحتمالية كلاتي:

$$f_{E_E_E}(t) = \sum_{j=1}^{m} \pi_j f_j(t) \tag{14}$$

$$f_{E_E_E}(t; \pi, \lambda) = \sum_{j=1}^{m} \pi_j \lambda_j e^{-\lambda_j t} \qquad ; \ \pi_j \lambda_j > 0 \ \ ; \ t > 0 \tag{15}$$

$$f_{E_E_E}(t; \pi, \lambda) = \pi_1 f_E(t; \lambda_1) + \pi_2 f_E(t; \lambda_2) + \pi_3 f_E(t; \lambda_3) \tag{16}$$

حيث ان: $(\pi_1 = \frac{\beta}{2\beta+1} \ ; \ \pi_2 = \frac{\beta}{2\beta+1} \ ; \ \pi_3 = \frac{1}{2\beta+1})$ وبتعويضها في صيغة (16) نحصل على:

$$f_{E_E_E}(t, \beta, \lambda) = \frac{\beta}{2\beta+1} \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \frac{\beta}{2\beta+1} \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} + \frac{1}{2\beta+1} \lambda_3 e^{-\lambda_3 t} \tag{17}$$

وان الصيغة (17) تمثل انموذج المختلط المتطابق لثلاث توزيعات اسية بأربعة معلمات وهي معلمات القياس $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ ومعلمة الخلط هي (β).

والدالة التراكمية والبقاء والمخاطرة للتوزيع الاسي المختلط هي كلاتي:

$$F_{E_E_E}(t; \lambda, \beta) = \int_0^t f(u) du \tag{18}$$

وبتعويض صيغة (17) في صيغة (18) نحصل على الدالة التراكمية $C.D.F$ وهي:

$$F_{E_E_E}(t; \lambda, \beta) = 1 - \left(\frac{1}{2\beta+1} \left(\beta e^{-\lambda_1 t} + \beta e^{-\lambda_2 t} + e^{-\lambda_3 t} \right) \right) \tag{19}$$

$$S_{E_E_E}(t;\lambda,\beta) = 1 - F_{E_E_E}(t;\lambda,\beta) \quad (20)$$

وبتعويض صيغة (19) في صيغة (20) نحصل على دالة البقاء للتوزيع الاسي المختلط.

$$S_{E_E_E}(t;\lambda,\beta) = \frac{1}{2\beta+1}\left(\beta e^{-\lambda_1 t} + \beta e^{-\lambda_2 t} + e^{-\lambda_3 t}\right) \quad (21)$$

$$h_{E_E_E}(t;\lambda,\beta) = \frac{f_{E_E_E}(t,\beta,\lambda)}{S_{E_E_E}(t;\lambda,\beta)}$$

وبتعويض صيغة (17) و(20) في صيغة (21) نحصل على دالة المخاطرة للتوزيع الاسي المختلط

$$h_{E_E_E}(t;\lambda,\beta) = \frac{\beta\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \beta\lambda_2 e^{-\lambda_2 t} + \lambda_3 e^{-\lambda_3 t}}{\beta e^{-\lambda_1 t} + \beta e^{-\lambda_2 t} + e^{-\lambda_3 t}} \quad (22)$$

وان التوقع والتباين للتوزيع الاسي المختلط الجديد هي:

$$E(t) = \int_0^\infty t f_{E_E_E}(t,\beta,\lambda)dt \quad (23)$$

وبتعويض صيغة (17) في صيغة (23) نحصل على التوقع (24):

$$E(t) = \frac{\beta}{(2\beta+1)\lambda_1} + \frac{\beta}{(2\beta+1)\lambda_2} + \frac{1}{(2\beta+1)\lambda_3} \quad (24)$$

ويمكن إيجاد التباين باستعمال الصيغة الاتية:

$$V(t) = E(t^2) - [E(t)]^2 \qquad \therefore V(t) = \frac{\beta}{(2\beta+1)\lambda_1^2} + \frac{\beta}{(2\beta+1)\lambda_2^2} + \frac{1}{(2\beta+1)\lambda_3^2}$$

7. طرائق تقدير المعلمات Parameter estimation methods

سيتم استعمال طريقتين لتقدير معلمات التوزيع الاسي المختلط وهي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة المربعات الصغرى.

1.7. طريقة الإمكان الأعظم *Maximum Likelihood Method(ML)*

تعد هذه الطريقة من اهم الطرائق في التقدير لأنها تمتلك خصائص جيدة ومن اهم هذه الخصائص هي خاصية الثبات (اي ان المعلمة المقدرة بهذه الطريقة تحتوي على اكبر كمية من المعلومات عند تعويضه بدالة البقاء او نسبة الفشل) ، فان هذه المقدرات تبقى اعظم ما يمكن ويعرف التقدير لهذه الطريقة بأنه قيم المعلمات التي تجعل دالة الامكان في نهايتها العظمى ، افرض ان $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ وهي عبارة عن عينة عشوائية ذات توزيعات مستقلة وموزعة بشكل مماثل كتوزيعات أسية مختلطة مكونة من ثلاث مخاليط دالة الـ $\Pi.\Lambda.\Phi$ لها هي: $f(t;\psi)$ و $\psi = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \beta)$ هي مجموعة معلمات لهذا التوزيع والدالة الاحتمالية للإمكان كلاتي: [11,16]:

$$L(\psi,t) = \prod_{i=1}^{n} f_{E_E_E}(t_i,\beta,\lambda) \quad (25)$$

وبتعويض صيغة (17) في (25) نحصل على الدالة الاحتمالية للإمكان الأعظم للتوزيع الاسي المختلط

$$L(\psi,t) = \prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\beta}{2\beta+1}\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_i} + \frac{\beta}{2\beta+1}\lambda_2 e^{-\lambda_2 t_i} + \frac{1}{2\beta+1}\lambda_3 e^{-\lambda_3 t_i}\right] \quad (26)$$

وبأخذ اللوغاريتم للدالة الاحتمالية للصيغة (26) نحصل على:

$$logL(\psi,t) = log\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{\beta}{2\beta+1}\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_i} + \frac{\beta}{2\beta+1}\lambda_2 e^{-\lambda_2 t_i} + \frac{1}{2\beta+1}\lambda_3 e^{-\lambda_3 t_i}\right] \quad (27)$$

$$logL(\psi,t) = \sum_{i=1}^{n} log\left[\frac{\beta}{2\beta+1}\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_i} + \frac{\beta}{2\beta+1}\lambda_2 e^{-\lambda_2 t_i} + \frac{1}{2\beta+1}\lambda_3 e^{-\lambda_3 t_i}\right] \quad (28)$$

وللإيجاد مقدرات المعلمات الغير معروفة نشتق الصيغة (28) وكلاتي:

$$\frac{dlogL(\psi,t)}{d\beta} = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\frac{\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_i} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_i} - 2\lambda_3 e^{-\lambda_3 t_i}}{(2\beta+1)^2}}{\frac{\beta\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_i} + \beta\lambda_2 e^{-\lambda_2 t_i} + \beta\lambda_3 e^{-\lambda_3 t_i}}{(2\beta+1)}}\right] \quad (29)$$

$$\frac{dlogL(\psi,t)}{d\lambda_1}=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\frac{\beta e^{-\lambda_1 t_i}-\beta\lambda_1 t_i e^{-\lambda_1 t_i}}{(2\beta+1)^2}}{\frac{\beta\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_i}+\beta\lambda_2 e^{-\lambda_2 t_i}+\lambda_3 e^{-\lambda_3 t_i}}{(2\beta+1)}}\right] \quad (30)$$

$$\frac{dlogL(\psi,t)}{d\lambda_2}=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\frac{\beta e^{-\lambda_2 t_i}-\beta\lambda_2 t_i e^{-\lambda_2 t_i}}{(2\beta+1)^2}}{\frac{\beta\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_i}+\beta\lambda_2 e^{-\lambda_2 t_i}+\lambda_3 e^{-\lambda_3 t_i}}{(2\beta+1)}}\right] \quad (31)$$

$$\frac{dlogL(\psi,t)}{d\lambda_3}=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\frac{e^{-\lambda_3 t_i}-\lambda_3 t_i e^{-\lambda_3 t_i}}{(2\beta+1)^2}}{\frac{\beta\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_i}+\beta\lambda_2 e^{-\lambda_2 t_i}+\lambda_3 e^{-\lambda_3 t_i}}{(2\beta+1)}}\right] \quad (32)$$

2.7. طريقة المربعات الصغرى *Least Square Method(LS)*

اقترحت هذه الطريقة من قبل الباحثين (Swain K Venkatraman and Wilson) وتسمى بأسلوب الانحدار (Regression Procedure) وتم استعمالها من قبل الباحثين لتقدير معلمات توزيعات اخرى ، وذلك بتحويل هذه النماذج الى صيغة مجموع مربعات الانحرافات (اي الصيغة المعتمدة في طريقة الربعات الصغرى الاعتيادية)، وان فكرتها تعتمد على وجود علاقة انحدار بين التوزيعات التجريبية $\hat{F}$ والتوزيعات المعلمية Φ، باعتبار المشاهدات المرتبة $(t_{(1)} \le t_{(2)} \le \cdots \le t_{(n)})$ مقابل التوزيع التجريبي $\hat{F}(t_i)=\frac{i}{n+1}$، وصيغتها الرياضية كلاتي[7]:

$$Q(\psi)=\sum_{i=1}^{n}\left(F_{E_E_E}(t;\lambda,\beta)-\frac{i}{n+1}\right)^2 \quad (33)$$

وبتعويض صيغة (19) في صيغة (33) نحصل على مجموع مربعات الأخطاء للتوزيع الاسي المختلط وكلاتي:

$$Q(\psi)=\sum_{i=1}^{n}\left(1-\left(\frac{1}{2\beta+1}\left(\beta e^{-\lambda_1 t}+\beta e^{-\lambda_2 t}+e^{-\lambda_3 t}\right)\right)-\frac{i}{n+1}\right)^2 \quad (34)$$

$$A=\left(\left(1-\left(\frac{1}{2\beta+1}\left(\beta e^{-\lambda_1 t}+\beta e^{-\lambda_2 t}+e^{-\lambda_3 t}\right)\right)\right)-\frac{i}{n+1}\right) \quad (35)$$

ولإيجاد مقدرات المعلمات غير المعروفة يتم اشتقاق الصيغة (34) وكلاتي:

$$\frac{dQ}{d\beta}=2\sum_{i=1}^{n}\left[A\left(\frac{-e^{-\lambda_1 t_i}-e^{-\lambda_2 t_i}+2e^{-\lambda_3 t_i}}{(2\beta+1)^2}\right)\right] \quad (36)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda_1}=2\sum_{i=1}^{n}\left[A\left(\frac{\left(\beta t_i e^{-\lambda_1 t_i}\right)}{2\beta+1}\right)\right] \quad (37)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda_2}=2\sum_{i=1}^{n}\left[A\left(\frac{\left(\beta t_i e^{-\lambda_2 t_i}\right)}{2\beta+1}\right)\right] \quad (38)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda_3}=2\sum_{i=1}^{n}\left[A\left(\frac{\left(t_i e^{-\lambda_3 t_i}\right)}{2\beta+1}\right)\right] \quad (39)$$

هذه المعادلات عند مساواتها بالصفر لا يمكن الحصول على المقدرات بسبب اللاخطية، لذلك سيتم استعمال طرائق عددية لتقدير وهي خوارزمية نيوتن رافسون.

8. تجربة المحاكاة

تضمنت تجربة المحاكاة عدة مراحل تم تطبيقها للحصول على المعلمات وتقدير دالة البقاء ومعدل الفشل أو الخطر للتوزيع الجديد الخليط الأسي. تم استعمال طريقة محاكاة مونت كارلو والتي تعتبر الأكثر شيوعاً والأكثر استخداماً في البحث وتحليل تقديرات المعلمات بعدة طرق للنموذج قيد الدراسة ومقارنة أفضلية الطرائق المستخدمة باستعمال عينات عديدة ذات أحجام مختلفة. وتتميز عملية المحاكاة بالمرونة حيث أنها تعطي إمكانية التجربة والاختبار من خلال تكرار العملية عدة مرات من خلال تفسير المدخلات لعملية التقدير في كل مرة. تتكون هذه الطريقة من الخطوات التالية:

الجدول (1): يمثل نتائج المحاكاة المعلمات المقدرة باستخدام طريقة (Ml&LS) للنموذج الأول

N	Method	$\beta = 0.6$	$\lambda_1 = 2$	$\lambda_2 = 2.5$	$\lambda_3 = 1.5$
25	**ML**	0.018874	0.0072613	0.20178	0.10602
	LS	0.001750	3.0625	2.1025	0.0225
50	**ML**	0.004525	0.007737	0.15942	0.20932
	LS	0.0225	2.1025	0.9025	0.0625
100	**ML**	0.068479	1.1025	0.17303	0.20952
	LS	0.0625	0.9025	0.5625	0.1225

الجدول (2): يمثل نتائج المحاكاة المعلمات المقدرة باستخدام طريقة (ML&LS) لأنموذج الثاني

N	Method	$\beta = 0.2$	$\lambda_1 = 0.5$	$\lambda_2 = 1.5$	$\lambda_3 = 2.5$
25	**ML**	0.41869	0.64	0.16751	0.01
	LS	0.47601	0.24283	0.18191	1.6085
50	**ML**	0.43082	0.18271	0.0007979	1.0573
	LS	0.056817	0.0225	1.3225	3.8025
100	**ML**	0.0346	0.13304	0.0009779	1.0635
	LS	0.09362	0.0225	1.1025	3.4225

الجدول (3): يمثل نتائج المحاكاة المعلمات المقدرة باستخدام طريقة (ML&LS) الانموذج الثالث

N	Method	$\beta = 0.4$	$\lambda_1 = 1.5$	$\lambda_2 = 0.5$	$\lambda_3 = 2$
25	**ML**	0.22997	0.0908	0.48814	0.01431
	LS	0.21066	0.37424	0.77319	0.27989
50	**ML**	0.23306	0.045395	0.49571	0.012932
	LS	0.0036932	1.1025	0.0225	1.5625
100	**ML**	0.00010069	0.020112	0.0225	0.0067704
	LS	0.1225	0.9025	0.0625	0.5625

الجدول (4): يمثل نتائج المحاكاة المعلمات المقدرة باستخدام طريقة (ML&LS) الانموذج الرابع

N	Method	$\beta = 0.8$	$\lambda_1 = 2.5$	$\lambda_2 = 2$	$\lambda_3 = 0.5$
25	**ML**	0.085049	0.00091597	0.041869	0.78914
	LS	0.083394	2.1025	4.6225	0.3025
50	**ML**	0.064538	0.0045983	0.024927	0.3025
	LS	0.078594	1.8225	3.8025	0.2025
100	**ML**	0.037306	1.5625	0.0019903	0.1225
	LS	0.0036132	0.1225	0.0225	0.0625

الجدول (1،2،3،4) يوضح نتائج المحاكاة باستعمال معيار المقارنة MSE لطريقتين (ML,LS) ومن خلال النتائج كانت طريقة (LS) افضل حيث حققت اقل MSE في اغلب النماذج اما طريقة (ML) فقد كانت لها افضلية عندما (N=25) .

9. الاستنتاجات

تم اقتراح توزيع أسي مختلط جديد عن طريق إضافة عامل خلط باستخدام الفكرة الجديدة المتمثلة في خلط توزيع واحد بثلاثة مستويات مختلطة ، ويتعامل هذا النوع من التوزيع مع البيانات الغير متجانسة ، ويعد أكثر مرونة من التوزيعات الكلاسيكية المعروفة، ويحافظ على خصائص التوزيع الأصلي ، وقد تم إيجاد بعض الخصائص لهذا التوزيع وايضاً تم تقدير معلماته باستعمال طريقة الإمكان الأعظم (ML)وطريقة المربعات الصغرى (LS)، وتم استعمال خوارزمية نيوتن-رافسون، لحل المعادلات غير الخطية الناتجة من طريقة (ML,LS). وقد استنتج من النتائج التجريبية أن طريقة (LS) كانت مقدراتها افضل حيث حققت اقل MSE في النماذج المستخدمة.

المصادر

[1] Abid, S. H., Al-Noor, N. H., & Boshi, M. A. A. (2020). The Generalized Gamma–Exponentiated Weibull Distribution with its Properties. Al-Mustansiriyah Journal of Science, 31(2), 30-37.

[2] Al-Wakeel, A. A. Monte Carlo Estimation of the Two-Component Mixture Weibull Distribution Parameters.

[3] El-Bassiouny, A. H., Medhat, E. D., Abdelfattah, M., & Eliwa, M. S. (2016). A mixture of exponentiated generalised Weibull-Gompertz distribution and its applications in reliability. J. Stat. Appl. Probab, 5(3), 455-468.

[4] Erişoğlu, Ü., Erişoğlu, M., & Erol, H. (2011). A mixture model of two different distributions approach to analysing heterogeneous survival data. International Journal of Computational and Mathematical Sciences, 5(2), 75-79.

[5] Erisoglu, U., Erisoglu, M., & Erol, H. (2012). Pak. J. Statist. 2012 Vol. 28 (1), 115-130 MIXTURE MODEL APPROACH TO THE ANALYSIS OF HETEROGENEOUS SURVIVAL DATA. Pak. J. Statist, 28(1), 115-130.

[6] Hussain, J. N., & Shareef, A. M. (2021, May). Parameters estimation of new mixed Weibull Rayleigh and Exponential distribution. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1879, No. 2, p. 022125). IOP Publishing.

[7] Khudhair, M. S., & Aboudi, E. H. (2023). Estimating an Exponentiated Expanded Power Function Distribution Using an Artificial Intelligence Algorithm. Journal Of AL-Turath University College, 2(35).

[8] Mohammed, Y. A., Yatim, B., & Ismail, S. (2013). A simulation study of a parametric mixture model of three distributions to analyse heterogeneous survival data. Modern Applied Science, 7(7), 1-9.

[9] Mohammed, Y. A., Yatim, B., & Ismail, S. (2014, July). A parametric mixture model of three different distributions: An approach to analyse heterogeneous survival data. In AIP Conference Proceedings (Vol. 1605, No. 1, pp. 1040-1045). American Institute of Physics.

[10] Mohammed, Y. A., Yatim, B., & Ismail, S. (2015). A mixture model of the exponential, gamma and Weibull distributions to analyse heterogeneous survival data. Journal of Scientific Research and Reports, 5(2), 132-139.

[11] Muhammad, M. Z. K., & Muhammad, R. S. (2022). Comparison between the estimates of the potential function and Bayes using the exponential distribution of the reliability function (Cascade stress-strength). Journal of Administration and Economics, (132), 248-259.

[12] Razali, A. M., & Salih, A. A. (2009). Combining two Weibull distributions using a mixing parameter. European Journal of Scientific Research, 31(2), 296-305.

[13] Taheer, H. F., & Al-Saffar, R. S. (2023). EXPANDED BETA DISTRIBUTION FOR RISK FUNCTION ESTIMATION WITH APPLICATION. Journal of Higher Education Theory and Practice, 23(1), 794.

[14] Tahir, M., Aslam, M., Abid, M., Ali, S., & Ahsanullah, M. (2020). A 3-component mixture of exponential distribution assuming doubly censored data: properties and Bayesian estimation. Journal of Statistical Theory and Applications, 19(2), 197-211.

[15] Türkan, A. H., & ÇALIŞ, N. (2014). Comparison of two-component mixture distribution models for heterogeneous survival datasets: A Review Study. Istatistik Journal of The Turkish Statistical Association, 7(2), 33-42.

[16] Yilmaz, M., & Buyum, B. (2015). Parameter estimation methods for two-component mixed exponential distributions. Istatistik Journal of The Turkish Statistical Association, 8(2), 51.

DOI: https://doi.org/10.31272/ jae.i145.1283
Available online at: https://admics.uomustansiriyah.edu.iq/index.php/admeco

Journal of Administration & Economics

Mustansiriyah University
College of Administration & Economics

P-ISSN: 1813 - 6729

E- ISSN: 2707-1359

Comparison of Some Estimation Methods for the Mixed Exponential Distribution for Heterogeneous Data

Raghda Raed Sadoon
Dep. of Statistics, College of Administration and Economics, Mustansiriyah University, Baghdad , Iraq.
Email: raghda.raed@uomustansiriyah.edu.iq, ORCID ID:\ https://orcid.org/
Rawaa Salh Al-Saffar
Dep. of Statistics, College of Administration and Economics, Mustansiriyah University, Baghdad , Iraq.
Email: rawaaaIsaffar@uomustansiriyah.edu.iq, ORCID ID:\ https://orcid.org/0000-0001-6934-9161

Article Information

Article History:
Received: 24 / 12 / 2023
Accepted : 23 / 1 / 2024
Available Online: 1 / 9 / 2024
Page no : 64 – 71

Keywords:
Methodology Mixture , Mixed exponential distribution model , survival , failure rate , Maximum Likelihood Method (ML) , Least squares (LS) .

Correspondence:
Researcher name:
Raghda Raed Sadoon

Email:
raghda.raed@uomustansiriyah.edu.iq

Abstract

The research dealt with a new idea for mixing: using a new mixing method for some distributions to find a new mixed distribution. Thus, we can obtain a mixed distribution with many parameters, where three identical exponential distributions are mixed to get a new distribution that is more flexible than the classical distributions. The mixed distribution is represented by a new coefficient, the mixing coefficient, which means the percentage of contribution to the mixed distribution. Some characteristics of the mixed distribution were also found, and the (ML, LS) method was used to estimate the parameters of the new mixed distribution. Due to the nonlinear relationship between the parameters, we used the Newton-Raphson numerical algorithm to estimate the parameters, and the results of the least squares (LS) method were the best for all sample sizes used.