مقدر بيز للمعولية بالاعتماد على بيانات وقت الحياة الضبابية

الباحث/أحمد رياض خدام المجبلي
Ahmad10@gmail.com

أ.د. عبد الرحيم خلف راهي الحارثي
Rahi Stat@yahoo.com

الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد / قسم الاحصاء

P:ISSN 1813 - 6729
E:ISSN 2707 - 1359
http://doi.org/10.31272/JAE.43.2020.123.27

تاريخ استلام البحث 2020/1/2
مقبول للنشر بتاريخ 2020/2/28

المستخلص

تم في هذا البحث أستعمال أسلوب بيز لتقدير دالة المعولية عندما تكون بيانات وقت الحياة ضبابية ،حيث تم دراسة حالتين للتقدير الاولى تكون فيها بيانات العينة ضبابية والتوزيع الأولي يحتوي على معلمات غير ضبابية والحالة الثانية تكون فيها بيانات العينة ضبابية والتوزيع الأولي يحتوي على معلمات ضبابية بأستخدام دالة خسارة مربع الخطأ بثلاث حالات من قيم مستوى القطع (α) ،وتم تطبيق ذلك في قسم النسيج التابع الى مصنع نسيج وحياكة واسط لتقدير دالة المعولية الضبابية للمكائن ،حيث توصل البحث أن القيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية تزداد عند زيادة درجة الأنتماء .

الكلمات المفتاحية : دالة المعولية الضبابية ، دالة الانتماء ، دالة الخسارة التربيعية ، توزيع باريتو ، توزيع كاما.

مجلة الادارة والاقتصاد
العدد 123 / اذار / 2020
الصفحات 409 -395

المقدمة:- ان تقدير دالة المعولية لأي ماكنة يعتمد في الاساس على نوع البيانات التي تمثل الماكنة حيث من الممكن تعريف المعولية لماكنة معينة هي قدرة الماكنة على الأستمرار في العمل خلال فترة زمنية معينة من دون توقف ولكن في الحقيقة يمكن ان تتوقف الماكنة عن العمل قبل الفترة الزمنية المحددة لها لذلك يكون لدينا شي من عدم التأكد في البيانات التي يتم التعامل معها حيث يطلق على مثل هذه البيانات بالبيانات الضبابية .

1- الجانب النظري :-

1-1مشكلة البحث problem of the search:

تعتبر بيانات وقت الحياة للماكنة بيانات ضبابية وعند دراسة المعولية للماكنة سوف نلاحظ عدم الدقة في النتائج بسبب عدم وجود بيانات دقيقة واضحة تمثل أوقات العطل للماكنة ولمعالجة هكذا حالات من البيانات يتم استعمال نظرية المجموعات الضبابية لتقدير دالة المعولية للمكائن العاملة في المصنع .

2-1 هدف البحث purpose of search:

يهدف هذا البحث الى استعمال اسلوب بيز لتقدير دالة المعوّلية بالاعتماد على البيانات الضبابية التي تمثل أوقات العطل للمكائن .

3-1 تعريف المجموعة الضبابية (Fuzzy set)

عرف العالم (Zadeh)(16) المجموعة الضبابية في عام (1965) بأنها مجموعة من العناصر التي تمتلك درجه أنتماء بين الفترة المغلقة[0,1].

اما التعريف الذي قدمة العالم (Zimmerman)(*17*) فقد كان الأكثر دقه والذي ينص على (لتكن f مجموعة شاملة وأنْ $\tilde{X}$ مجموعة جزئية ضبابية تنتمي الى المجموعة f) وتمتاز المجموعة $\tilde{X}$ بامتلاكها دالة انتماء $M_{\tilde{x}}(f)$ أذ يمكن التعبير عن المجموعة الضبابية $\tilde{X}$ بالصيغه الاتية:-

$$\tilde{X} = \{M_{\tilde{x}}(f)/\tilde{X}_i \ \in f, i = 1,2,\dots,n \quad 0 \le M_{\tilde{x}}(f) \ \le 1\} \dots (1)$$

حيث أن المجموعة $\tilde{X}$ اذا كانت تحتوي على عنصر واحد ضبابي يمتلك درجة انتماء بين الصفر والواحد ومع ذلك تعد المجموعة $\tilde{X}$ مجموعة ضبابية بكل عناصرها .

4-1 مستوى القطع - α -CUT

يمكن تعريف مستوى القطع (α) على انها أقل درجة يمتلكها اي عنصر في المجموعة $\tilde{X}$ وأن قيمه مستوى القطع تقع ضمن الفترة المغلقة *[0,1] (3)(9)*.

5-1دالة الأنتماء(*Membership function*)

تعد دالة الأنتماء من الدوال التي لها أهمية كبيرة في تعريف نظرية المجموعات الضبابية وهي الدالة التي من خلالها يتم حساب درجة الأنتماء لكل عنصر في المجموعة الضبابية وتكون قيمة دالة الأنتماء ضمن الفترة المغلقة [0,1] ويرمز لدالة الأنتماء بالرمز$M_{\tilde{x}}(f)$ (3)(6)(*11*).

6-1 مجموعة المستوى α للمجموعة الضبابية$\tilde{X}$

تحتوي المجموعة الضبابية الجزئية $\tilde{X}$ على مجموعة من العناصر تمتلك درجة أنتماء أكبرأوتساوي α ويرمز لها بالرمز $\tilde{x}_\alpha$ ويمكن التعبير عنها بالصيغة الاتية(2)(6) :

$$\tilde{x}_\alpha = \{\tilde{x}_i \ \in f : M_{\tilde{x}}(f) \ \ge \ \alpha \ \} .. (\mathbf{2})$$

7-1 دالة المعولية الضبابية

عند أيجاد دالة المعولية لماكنة خلال فترة زمنية مغلقه $[t_2, t_1]$ حيث ان t_1 تمثل بداية عمل الماكنة وأن t_2 تمثل نهاية عمل الماكنة في حين أن بداية عمل الماكنة معلوم أي وقت التشغيل ولكن نريد معرفة مدى أستمرار الماكنة بالعمل الى الزمن t_2 فأن من المحتمل حصول بعض الظروف التي تؤثر على عمل الماكنة قبل الوصول الى الزمن t_2 اي ان زمن توقف الماكنة فية شيء من عدم التأكد لذلك تعتبر

المدة الزمنية لتوقف الماكنة عن العمل هي قيمة ضبابية وبمأن وقت توقف الماكنة t_2 هو قيمة ضبابية أي ان وقت حياة الماكنة يعتبر وقت ضبابي حسب نظرية المجموعات الضبابية التي تنص(أذا كانت المجموعة تحتوي على عنصر واحد ضبابي تعتبر المجموعة ضبابية بكل عناصرها) وفي هذه الحالة يكون لدينا بيانات أوقات حياة ضبابية لذلك سوف نتعامل مع مفهوم دالة المعولية الضبابية وصيغتها الرياضية كالاتي:-

$$\tilde{R} = P(\tilde{T} \gtrsim t)$$

حيث أن :

$\tilde{T}$: يمثل وقت العمل الضبابي

علما أن $\tilde{T}$ تمتلك دالة فشل $f(\tilde{x})$ ودالة أنتماء $M(\tilde{x})$ وبأستخدام صيغه الأحتمال الضبابي يمكن أيجاد المعولية الضبابية لأي ماكنة من خلال الصيغة الاتية(3) (13):-

$$\tilde{R}(t) = \int_{t}^{\infty} M(\tilde{x})\ f(\tilde{x})\ d(\tilde{x}) \qquad \dots (3)$$

حيث ان :-

$\tilde{x}$: تمثل متغير عشوائي ضبابي

$M(\tilde{x})$: تمثل دالة الأنتماء التي تحدد درجة الأنتماء لأي قيمة من قيم $\tilde{x}$

وفي عام 1995 قدم الباحث (CHing)(10) صيغة لدالة الانتماء خاصة لاوقات العطل وهي :-

$$M(\tilde{x}) = \begin{cases} 0 & \tilde{x} \le t_1 \\ \dfrac{\tilde{x} - t_1}{t_2 - t_1} & t_1 < \tilde{x} \le t_2 \quad , t_1 \ge 0 \\ 1 & \tilde{x} > t_2 \end{cases} \quad \dots (4)$$

حيث أن المعولية الضبابية لأي ماكنة عند قيمة معينة الى α يتم حسابها وفق الصيغة الأتية :-

$$\tilde{R}_{\alpha}(t) = \int_{t_1}^{x(\alpha)} f(\tilde{x})\ d(\tilde{x}) \qquad \dots (5)$$

حيث ان :-

$$\begin{array}{ll} x(\alpha) \le t_1 & \alpha = 0 \\ x(\alpha) = t_1 + \alpha\,(t_2 - t_1) & 0 < \alpha < 1 \\ x(\alpha) \ge t_2 & \alpha = 1 \end{array}$$

نشاهد أن الحدود العليا للتكامل قد تم تبديلها بوضع $x(\alpha)$ بدلا من t_2 لعدم المعرفة الكاملة لزمن توقف الماكنة عن العمل بشكل دقيق(5)(10) .

8-1 تقدير بيز لدالة المعولية الضبابية

يتم تقدير بيز لدالة المعولية بالاعتماد على بيانات وقت الحياة الضبابية حيث يتم اعتبار معلمات توزيع البيانات متغيرات عشوائية ذات توزيع احتمالي أولي Prior distribution يتم تحديده بالاعتماد على المعلومات السابقة عن المعلمة قبل سحب العينة وكذلك نقوم بتحديد التوزيع اللاحق Posterior distribution للمعلمة بعد سحب العينة،وبمأن البيانات التي نتعامل معها في هذه الدراسة من النوع الضبابي في حين إذا كانت معلمات التوزيع الأوليPrior distributionضبابية أوغير ضبابية لذلك ممكن دراسة حالتين للتقديروكالاتي:-

1-8-1تقديربيز لدالة المعولية الضبابية في حالة بيانات العينة ضبابية والتوزيع الأولي للمعلمة يحتوي على معلمات غير ضبابية .

يتم حساب مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية بعد تحديد درجة انتماء $M(\tilde{x}_i)$ لكل عنصر $\tilde{x}_i$ في العينة $\tilde{X}$ التي تم توضيحها في المعادلة رقم (4) وكذلك يتم أيجاد دالة المعولية الضبابية *R(t)* عند قيمة معينة الى α التي تم توضيحها في المعادلة رقم(5) للحصول على مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية من خلال المعادلة الاتية :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \int_{\forall\theta} \tilde{R}^{(t)}_{(\alpha)}\ \pi(\theta/W_0,\tilde{X}\ )\ d\theta \quad \dots(7)$$

ولتطبيق الحالة الاولى لطريقة بيز نفرض أن لدينا عينة ضبابية $\tilde{x}$ حجمها n تتبع توزيع باريتو $\tilde{x}\sim Pareto(\beta,\theta)$ وان الدالة الاحتمالية الى $\tilde{x}$ كما في الصيغة الاتية :-

$$f\ (\tilde{x}\ /\theta\ ) = \frac{\theta\beta^{\theta}}{\tilde{x}^{\theta+1}} \quad \text{with} \quad \theta > 0\ , x \geq \beta, \qquad \beta > 0 \qquad \dots(8)$$

التوزيع الأولي للمعلمةθهو توزيع $gama\ (C_0,P_0\ )$ حيث يعتبر من التوزيعات الأحتمالية المهمة. C_0 تمثل معلمة الشكل وأن P_0 تمثل معلمة القياس وان الدالة الاحتمالية للتوزيع الاولي للمعلمة θ يمكن كتابتها بالمعادلة الاتية :-

$$f(\theta/C_0\ ,P_0\ ) = \frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}}\ \theta^{C_0-1}\, e^{-\frac{\theta}{P_0}}$$

$$P_0 > 0\ \ ,C_0 > 0\ ,\theta > 0 \qquad \dots(9)$$

ثم نجد درجة الأنتماء لكل عنصر في المجموعة الضبابية $\tilde{x}$ من خلال المعادلة رقم (4) ومن ثم نجد $(H_n)_\alpha$ من خلال المعادلة الاتية :-

$$(H_n)_\alpha = f\ (\theta\ /\tilde{x}\ ) * L(\tilde{x}/\theta\ )$$
$$= \frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}}\ \theta^{C_0+n-1} e^{-\left(\frac{1}{P_0}-n\ln\beta+\sum_{i=1}^{n}\ln\tilde{x}_i\right)\theta}$$
$$* \, e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln\tilde{x}_i} \quad \dots(10)$$

يتم تعويض قيم درجة الانتماء $M(\tilde{x}_i)$ بدل عن قيم $\tilde{x}_i$ في المعادلة رقم (10) وذلك بالأعتماد على ما قدمته الباحثة (Sylvia) حيث قامت الباحثة بأستخدام درجات أنتماء للعناصر بدلا من قيم $\tilde{x}_i$ للحصول على دالة الحد الأدنى ودالة الحد الأعلى ومن خلال هاتين الدالتين السابقتين يمكن الحصول على دالة التوزيع اللاحق الدنيا لبيز ودالة التوزيع اللاحق العليا لبيز وبما أن البيانات التي تم توليدها لا تحتوي على حدود دنيا وحدود عليا ولكن هذه البيانات تمتلك درجات إنتماء خاصة بها التي تم تحديدها من خلال المعادلة رقم (4) فأنه يمكن الحصول على دالة $(H_n)_\alpha$ كالتالي(14) :-

$$(H_n)_\alpha = \frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}}\ \theta^{C_0+n-1} e^{-\left(\frac{1}{P_0}-n\ln\beta+\sum_{i=1}^{n}\ln\tilde{x}_i\right)\theta}$$
$$e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln\tilde{x}_i} \quad \dots(11)$$

لأيجاد التوزيع اللاحق للمعلمة θ يجب أن نجد $g\big(W_0\ ,\tilde{X}\ \big)$ حيث أن :-

$$g(W_0\,,\tilde{x}) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}}\,\theta^{C_0+n-1}$$
$$e^{-\left(\frac{1}{P_0}-n\ln\beta+\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)\theta}\, e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)}\, d\theta \quad \dots(12)$$

$$g(W_0\,,\tilde{x}) = \frac{1}{\Gamma_{C_0} {P_0}^{C_0}}$$

$$\frac{\Gamma_{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0}-n\ln\beta+\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)^{C_0+n}}e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)} .(13)$$

$$\pi\ (\theta/W_0,\tilde{x}\ ) = \frac{(H_n)_\alpha}{g(W_0\ ,\tilde{x})}$$

$$= \frac{\frac{1}{\Gamma_{C_0}P_0^{\ C_0}}\theta^{\ C_0+n-1}\ e^{-\left(\frac{1}{P_0}-n\ln\beta+\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)\theta}\ e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)}}{\frac{1}{\Gamma_{C_0}P_0^{\ C_0}}\frac{\Gamma_{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0}-n\ln\beta+\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)^{C_0+n}}e^{-\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)}}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{P_0}-n\ln\beta+\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)^{C_0+n}}{\Gamma_{C_0+n}}$$

$$\theta^{C_0+n-1}\ e^{-\left(\frac{1}{P_0}-n\ln\beta+\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)\right)\theta}\quad ...(14)$$

حيث أن :- $T=\sum_{i=1}^{n}\ln M(\tilde{x}_i)$

ومن خلال المعادلة رقم (*14*) نتوصل الى أن التوزيع اللاحق للمعلمة θ هو توزيع كاما $gama\ (C_0+n\ ,\ \frac{1}{P_0}-n\ln\beta+T)$.

وبأستخدام دالة خسارة مربع الخطأ (*Squared Error Loss Function*) لأيجاد تقدير بيز لدالة المعولية بالأعتماد على البيانات الضبابية نقوم بتحديد دالة المعولية الضبابية عند ثلاث حالات α وكما يلي :-

أ-عندما $\alpha=0$

وباستخدام المعادلة رقم (5) نحصل على المعادلات التالية :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)} = \int_{t_1}^{X(\alpha)}\frac{\theta\beta^\theta}{\tilde{x}^{\ \theta+1}}\ d(\tilde{x})\quad ...(15)$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)} = 0 \quad ...(16)$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \int_0^\infty \tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)}$$

$$gama\ (C_0+n\ ,\quad \frac{1}{P_0}-n\ln\beta+T)\ ...(17)$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = 0 \quad ...(18)$$

ب- عندما $0<\alpha<1$

بأستخدام معادلة رقم (5) نحصل على المعادلة التالية :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)} = \frac{\theta\beta^\theta}{\theta t_1^{\ \theta}} - \frac{\theta\beta^\theta}{\theta x(\alpha)^\theta}\ ...(19)$$

من خلال التعويض عن $x(\alpha)$ نحصل على :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)} = \frac{\beta^\theta}{t_1^{\ \theta}} - \frac{\beta^\theta}{(t_1+\alpha(t_2-t_1))^\theta}\ ...(20)$$

حيث ان مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية هو :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \int_{\forall\theta} \tilde{R}^{(t)}_{(\alpha)}\, \pi(\theta/W_0, \tilde{x})\, d\theta \quad \dots(21)$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \frac{\left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + T\right)^{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0} - (n+1)\ln\beta + \ln t_1 + T\right)^{C_0+n}} - \frac{\left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + T\right)^{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0} - (n+1)\ln\beta + \ln(t_1 + \alpha(t_2 - t_1)) + T\right)^{C_0+n}} \dots(22)$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + T\right)^{C_0+n} \left[\frac{1}{U} - \frac{1}{Z}\right] \dots(23)$$

$$U = \left(\frac{1}{P_0} - (n+1)\ln\beta + \ln t_1 + T\right)^{C_0+n}$$

$$Z = \left(\frac{1}{P_0} - (n+1)\ln\beta + \ln(t_1 + \alpha(t_2 - t_1)) + T\right)^{C_0+n}$$

ج- عندما $\alpha = 1$

من خلال التعويض عن قيمة $x(\alpha) \geq t_2$ كالتالي :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)} = \frac{\beta^\theta}{t_1{}^\theta} - \frac{\beta^\theta}{t_2{}^\theta} \dots(24)$$

لأيجاد مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية كمايلي :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \int_0^\infty \tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)}\, gama\left(C_0 + n, \frac{1}{P_0} - n\ln\beta + T\right) \dots(25)$$

من خلال تعويض عن $\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)}$ في المعادلة رقم (25) نحصل على :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \int_0^\infty \frac{\beta^\theta}{t_1{}^\theta}\, gama\left(C_0 + n, \frac{1}{P_0} - n\ln\beta + T\right) d\theta - \int_0^\infty \frac{\beta^\theta}{t_2{}^\theta}\, gama\left(C_0 + n, \frac{1}{P_0} - n\ln\beta + T\right) \dots(26)$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \frac{\left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + T\right)^{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0} - (n+1)\ln\beta + \ln t_1 + T\right)^{C_0+n}} - \frac{\left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + T\right)^{C_0+n}}{\left(\frac{1}{P_0} - (n+1)\ln\beta + \ln t_2 + T\right)^{C_0+n}} \dots(27)$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \left(\frac{1}{P_0} - n\ln\beta + T\right)^{C_0+n} \left[\frac{1}{U} - \frac{1}{W}\right] \dots(28)$$

$$U = \left(\frac{1}{P_0} - (n+1)\ln\beta + \ln t_1 + T\right)^{C_0+n}$$

$$W = \left(\frac{1}{P_0} - (n+1)\ln\beta + \ln t_2 + T\right)^{C_0+n}$$

2-8-1تقدير دالة المعولية الضبابية في حالة بيانات العينة ضبابية والتوزيع الأولي يحتوي على معلمات ضبابية.

لتقدير الدالة المعولية الضبابية في هذه الحالة يكون لدينا دالتين أنتماء الأولى دالة الأنتماء للعينة الضبابية أما دالة الأنتماء الثانية لمعلمات التوزيع الأولي للمعلمة θ ولتقدير الدالة المعولية الضبابية يتم أيجاد دالة الأنتماء $M(\tilde{X}_i)$ لكل عنصر $\tilde{X}_i$ في العينة $\tilde{X}$ من خلال المعادلة رقم (7) ،وكذلك نجد دالة الأنتماء لمعلمات التوزيع الأولي $\widetilde{W}_0$ كمايلي :-

1- نجد دالة الأنتماء الى $\tilde{P}_0$ من خلال المعادلة التالية :-

$$M(\tilde{P}_0) = \begin{cases} 0 & \tilde{P}_0 \le P_1 \\ \dfrac{\tilde{P}_0 - P_1}{P_2 - P_1} & P_1 < \tilde{P}_0 \le P_2 \,, P_1 \ge 0 \ldots (29) \\ 1 & \tilde{P}_0 > P_2 \end{cases}$$

P_1 : تمثل الحد الأدنى لحدود الثقة الى $\tilde{P}_0$

P_2: تمثل الحد الأعلى لحدود الثقة الى $\tilde{P}_0$

يتم حساب قيمة $P(\alpha)$ المقابلة لقيمة معينة الى $\propto$ التي تمثل قيم $\tilde{P}_0$من خلال المعادلة التالية:-

$$\begin{aligned} P(\alpha) &\le P_1 && \alpha = 0 \\ P(\alpha) &= P + \alpha(P_2 - P_1) && 0 < \alpha < 1 \ \ldots (30) \\ P(\alpha) &\ge P_2 && \alpha = 1 \end{aligned}$$

من ثم نعوض بدل كل قيمة $\tilde{P}_0$ بقيمة $P(\alpha)$.

2- نجد دالة الانتماء الى $\tilde{C}_0$ من خلال المعادلة التالية :-

$$M(\tilde{C}_0) = \begin{cases} 0 & \tilde{C}_0 \le C_1 \\ \dfrac{\tilde{C}_0 - C_1}{C_2 - C_1} & C_1 < \tilde{C}_0 \le C_2 \,, C_1 \ge 0 \ldots (31) \\ 1 & \tilde{C}_0 > C_2 \end{cases}$$

إذ أن :-

C_1 : تمثل الحد الأدنى لحدود الثقة الى $\tilde{C}_0$

C_2: تمثل الحد الأعلى لحدود الثقة الى $\tilde{C}_0$

يتم حساب قيمة $C(\alpha)$ المقابلة لقيمة معينة الى α التي تمثل قيم $\tilde{C}_0$ من خلال المعادلة التالية:-

$$\begin{aligned} C(\alpha) &\le C_1 && \alpha = 0 \\ C(\alpha) &= C + \alpha(C_2 - C_1) && 0 < \alpha < 1 \ \ldots (32) \\ C(\alpha) &\ge C_2 && \alpha = 1 \end{aligned}$$

من ثم نعوض بدل كل قيمة $\tilde{C}_0$ بقيمة $C(\alpha)$.

من ثم نجد دالة الاحتمالية $(H_n)_\alpha$ كمايلي :-

$$(H_n)_\alpha = \frac{1}{\Gamma_{C(\alpha)} P(\alpha)^{C(\alpha)}} \theta^{C_0+n-1}$$

$$e^{-\left(\frac{1}{P(\alpha)} - n \ln \beta + \sum_{i=1}^{n} \ln M(\tilde{x}_i)\right)\theta} e^{\sum_{i=1}^{n} \ln M(\tilde{x}_i)} \ldots (33)$$

يمكن الحصول على دالة $g\left(\tilde{P}_0, \tilde{C}_0, \tilde{X}\right)$ كمايلي :-

$$g\left(\tilde{P}_0, \tilde{C}_0, \tilde{X}\right) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma_{C(\alpha)} P(\alpha)^{C(\alpha)}} \theta^{C(\alpha)+n-1}$$

$$e^{-\left(\frac{1}{P(\alpha)} - n\ln\beta + \sum_{i=1}^{n} \ln M(\tilde{x}_i)\right)\theta} \; e^{-\sum_{i=1}^{n} \ln M(\tilde{x}_i)} \, d\theta$$

$$= \frac{1}{\Gamma_{C(\alpha)} P(\alpha)^{C(\alpha)}} \frac{\Gamma_{C(\alpha)+n}}{\left(\frac{1}{P(\alpha)} - n\ln\beta + \sum_{i=1}^{n} \ln M(\tilde{x}_i)\right)^{C(\alpha)+n}}$$

$$e^{-\sum_{i=1}^{n} \ln M(\tilde{x}_i)} \quad \dots (34)$$

لايجاد دالة التوزيع اللاحق للمعلمة θ من خلال المعادلة التالية :-

$$\pi\left(\theta / W_0, \tilde{X}\right) = \frac{(H_n)_\alpha}{g\left(\tilde{P}_0, \tilde{C}_0, \tilde{X}\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{P(\alpha)} - n\ln\beta + \sum_{i=1}^{n} \ln M(\tilde{x}_i)\right)^{C(\alpha)+n}}{\Gamma_{C(\alpha)+n}} \theta^{C(\alpha)+n-1}$$

$$e^{-\left(\frac{1}{P(\alpha)} - n\ln\beta + \sum_{i=1}^{n} \ln M(\tilde{x}_i)\right)\theta} \quad \dots (35)$$

إذ أن :- $T = \sum_{i=1}^{n} \ln M(\tilde{x}_i)$

ومن خلال المعادلة رقم (35) نتوصل الى أن التوزيع اللاحق للمعلمة θ هو توزيع كاما $gama\ \left(C(\alpha) + n\ ,\ \frac{1}{P(\alpha)} - n\ln\beta + T\right)$.

لأيجاد مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية نقوم بتحديد دالة المعولية الضبابية عند ثلاث حالات الى α وكما يلي:-

أ-عندما $\alpha = 0$

باستخدام المعادلة رقم (5) نحصل على المعادلة التالية :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)} = \int_{t_1}^{X(\alpha)} \frac{\theta\beta^{\theta}}{\tilde{X}^{\theta+1}} \, d(\tilde{X})$$

من خلال تعويض عن قيمة $X(\alpha) \le t_1$ نحصل على :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)} = \theta\beta^{\theta} \int_{t_1}^{t_1} \frac{1}{\tilde{X}^{\theta+1}} \, d(\tilde{X})$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)} = 0$$

لأيجاد مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية عندما تكون $(\alpha = 0)$ نحصل على :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \mathrm{E}\left[\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)} \ / \ t\right]$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = 0 \quad \dots (36)$$

ب- عندما $0 < \alpha < 1$

باستخدام معادلة رقم (5) نحصل على المعادلة التالية :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)} = \frac{\theta\beta^{\theta}}{\theta {t_1}^{\theta}} - \frac{\theta\beta^{\theta}}{\theta X(\alpha)^{\theta}}$$

إذ أن :- $X(\alpha) = t_1 + \alpha(t_2 - t_1)$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)} = \frac{\beta^{\theta}}{{t_1}^{\theta}} - \frac{\beta^{\theta}}{(t_1 + \alpha(t_2 - t_1))^{\theta}}$$

لأيجاد مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية كمايلي :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \int_0^{\infty} \tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)}$$

$$gama\left(C(\alpha) + n\,, \frac{1}{P(\alpha)} - n\ln\beta + T\right) \dots (37)$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{P(\alpha)} - n\ln\beta + T\right)^{c(\alpha)+n}}{\left(\frac{1}{P(\alpha)} - (n+1)\ln\beta + \ln t_1 + T\right)^{c(\alpha)+n}}$$

$$- \frac{\left(\frac{1}{P(\alpha)} - n\ln\beta + T\right)^{c(\alpha)+n}}{\left(\frac{1}{P(\alpha)} - (n+1)\ln\beta + \ln(t_1 + \alpha(t_2 - t_1)) + T\right)^{c(\alpha)+n}}$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \left(\frac{1}{P(\alpha)} - n\ln\beta + T\right)^{C(\alpha)+n} \left[\frac{1}{A} - \frac{1}{D}\right]$$

$\dots (38)$

إذ أن :-

$$A = \left(\frac{1}{P(\alpha)} - (n+1)\ln\beta + \ln t_1 + T\right)^{c(\alpha)+n}$$

$$D = \left(\frac{1}{P(\alpha)} - (n+1)\ln\beta + \ln(t_1 + \alpha(t_2 - t_1)) + T\right)^{c(\alpha)+n}$$

ج- عندما $\alpha = 1$

باستخدام معادلة رقم (5) نحصل على المعادلة التالية :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)} = \int_{t_1}^{x(\alpha)} \frac{\theta\beta^{\theta}}{{\tilde{X}_i}^{\theta+1}} \, d(\tilde{X}_i)$$

أذ أن :- $X(\alpha) = t_2$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)} = \frac{\beta^{\theta}}{{t_1}^{\theta}} - \frac{\beta^{\theta}}{(t_2)^{\theta}} \quad \dots (39)$$

لأيجاد مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية كمايلي :-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \int_0^{\infty} \tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=1)}$$
$$gama\left(C(\alpha)+n, \frac{1}{P(\alpha)} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right)$$
$$= \frac{\left(\frac{1}{P(\alpha)} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right)^{C(\alpha)+n}}{\left(\frac{1}{P(\alpha)} - (\mathrm{n}+1)\ln\beta + \ln t_1 + T\right)^{C(\alpha)+n}}$$
$$- \frac{\left(\frac{1}{P(\alpha)} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right)^{C(\alpha)+n}}{\left(\frac{1}{P(\alpha)} - (\mathrm{n}+1)\ln\beta + \ln(t_2) + T\right)^{C(\alpha)+n}}$$
$$\tilde{R}^{(t)}_{(Bayes)} = \left(\frac{1}{P(\alpha)} - \mathrm{n}\ln\beta + T\right)^{C(\alpha)+n} \left[\frac{1}{F} - \frac{1}{G}\right]$$
$$\dots (40)$$

إذ أن :-

$$F = \left(\frac{1}{P(\alpha)} - (\mathrm{n}+1)\ln\beta + \ln t_1 + T\right)^{C(\alpha)+n}$$
$$G = \left(\frac{1}{P(\alpha)} - (\mathrm{n}+1)\ln\beta + \ln(t_2) + T\right)^{C(\alpha)+n}$$

2- الجانب العملي

2-1 المقدمة:-

يتم تطبيق طريقة بيز لايجاد دالة المعولية الضبابية للمكائن العاملة في قسم النسيج التابع الى مصنع نسيج وحياكة واسط ، تم أخذ بيانات لأوقات العطل للمكائن في قسم الصيانة والتخطيط.

2-2البيانات السابقة:-

حيث يحتوي معمل النسيج على (450) ماكنة ومن الصعب دراسة أوقات العطل لهذه المكائن لذلك تم أخذ عينة تمثل عمل (10) ماكنة خلال الشهر الاول في عام(2019) وتم استبعاد التوقفات غير الميكانيكية وغير الكهربائية وقد تم الحصول على أوقات العطل كما في الجدول التالي :-

الجدول(1)يبين البيانات السابقة التي توضح أوقات العطل لكل ماكنة

التسلسل	رقم الماكنة	وقت العطل
1	31	1.1
2	240	1.9
3	132	3.4
4	46	3.7
5	397	4.8
6	332	5.7
7	164	6.5
8	254	7.8
9	111	8.3
10	330	10.3

أختبار البيانات السابقة:

لمعرفة هل ان البيانات تتبع توزيع كاما ام لا؟ تم أستخدام أختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit) بأستخدام لغة R وفقاً للفرضيات الآتية .

H_0 : البيانات تتبع توزيع كاما

H_1: البيانات لاتتبع توزيع كاما

جدول (2) يبين إختبار حسن المطابقة للبيانات السابقة

P-value	Anderson Darling	P-value	Kolmogoro smirnov
0.9815	0.22749	0.9832	0.14046

القرار:

من خلال الجدول اعلاه نجد أن قيمة مؤشر الأختبار P-value لكافة الاختبارت أكبر من مستوى المعنوية (0.05) لذلك نقبل فرضية العدم أي أن البيانات تتبع توزيع كاما .

3-2 بيانات العينة:-

تم أخذ عينة تمثل عمل (10) ماكنة خلال الشهر الثاني والثالث لسنة (2019) وتم استبعاد التوقفات غير الميكانيكية وغير الكهربائية حيث تم مشاهدة ان في عملية تسجيل اوقات العطل والتصليح شيء من عدم الدقة أي ان وقت العطل يحدث في وقت معين واصدار امر العطل يصدر في وقت اخر ،كما ان في بعض الاحيان تعطل الماكنة وثم تعود للعمل في نفس اليوم أو قبل أن يصدر امر العطل لذلك يوجد شيء من عدم الدقة في البيانات أو المعلومات ويمكن القول أن البيانات الخاصة بأوقات العطل هي أرقام ضبابية وكذلك يمكن القول انها تنتمي الى مجموعة ألاوقات الضبابية وتمتلك درجة أنتماء بين الفترة المغلقة [0,1] ، وقد تم الحصول على أوقات العطل كما في الجدول التالي :-

الجدول(3) يبين بيانات العينة التي توضح أوقات العطل لكل ماكنة

تسلسل	رقم الماكنة	وقت العطل
1	254	0.1
2	397	0.7
3	132	1.2
4	31	2.0
5	111	3.4
6	46	5.6
7	240	6.7
8	164	8.8
9	330	9.5
10	332	17.2

أختبار بيانات العينة:

لمعرفة هل ان البيانات تتبع توزيع باريتو ام لا؟ تم أستخدام أختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit) بأستخدام لغة R وفقاً للفرضيات الآتية .

H_0 : البيانات تتبع توزيع باريتو

H_1: البيانات لاتتبع توزيع باريتو

جدول (4) يبين إختبار حسن المطابقة لبيانات العينة

P-value	Anderson Darling	P-value	Kolmogoro smirnov
0.5771	0.67359	0.6851	0.2121

القرار:-

من خلال الجدول اعلاه نجد أن قيمة مؤشر الأختبار P-value لكافة الاختبارت أكبر من مستوى المعنوية (0.05) لذلك نقبل فرضية العدم أي أن البيانات تتبع توزيع باريتو

4-2 تحليل البيانات :-

يتم تحليل البيانات أوقات العطل التي تم ذكرها سابقآ والتي تتبع توزيع باريتو بالمعلمات $(\theta = 1.2 , \beta = 0.4)$ ، وكذلك بلأعتماد على البيانات السابقة التي تتبع توزيع كاما بالمعلمات $(P = 3 , C = 0.5)$،وكما يتم اخذ ثلاث فترات تمثل (t_1, t_2) وكما تم اخذ قيم مختلفة تمثل درجة الانتماء لمعرفة تأثيرها على القيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية بتطبيق طريقة بيزللحالة الاولى والثاتية بأستخدام دالة خسارة تربيعية حيث يتم توضيحه في الجدول التالي :-

الجدول (5) يبين القيم التقديرية لدالة المعولية الضبابية بطريقة بيز عند الحالة الاولى والثانية .

	t_1	t_2	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.09$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$
Bayes1	2	5	0.0015819	0.0075749	0.0130865	0.0143966	0.0520967	0.0742837
Bayes2			0.0015788	0.0074519	0.0130139	0.0143076	0.0503619	0.0696944
Bayes1	3	8	0.0014146	0.0066940	0.0115149	0.0126549	0.0445805	0.0626879
Bayes2			0.0014034	0.0065339	0.0114211	0.0125401	0.0425147	0.0574688
Bayes1	5	10	0.0006553	0.0031826	0.0055697	0.0061461	0.0242535	0.0363158
Bayes2			0.0006445	0.0030639	0.0054811	0.0060744	0.0228926	0.0327573

الاستنتاجات

1- أفضل طريقة للتقدير هي طريقة بيز الحالة الاولى عند الفترة الاولى ولجميع قيم درجة الانتماء (α) لانها تعطي أكبر قيمة تقديرية لدالة المعولية الضبابية.

2- تزداد القيمة التقديرية لدالة المعولية الضبابية بزيادة قيمة درجة الانتماء (α) للحالتين الاولى والثانية وعند الفترات الثلاثة .

من خلال نتائج التحليل نتوصل الى ان افضل طريقة لتقدير الدالة المعولية الضبابية هي طريقة بيز الحالة الاولى عندما تكون قيمة درجة الانتماء $(\alpha = 0.9)$ ولجميع الفترات.

التوصيات

1- يوصي الباحثان بتوضيف طريقة بيزلتقدير الدالة المعولية الضبابية عندما تكون درجة الانتماء اقل اومساوية (0.1) وحجم العينة صغير .

2- يمكن استخدام دوال خسارة اخرى في تقدير دالة المعولية الضبابية .

3- يوصي الباحثان باستخدام توزيعات أخرى لتمثيل البيانات فضلاً عن أعتبار توزيع العينة غير ضبابي

المصادر

1- الحديثي،(اخلاص علي حمودي)،(2010)،(مقارنة مقدرات بيز القياسية لمعلمة توزيع باريتو باستعمال دوال خسارة مختلفة)، رسالة ماجستير علوم في الاحصاء ،كلية الادارة والأقتصاد، جامعة بغداد.

2- الغنام، محمد طه و الصباغ ، هبة علي ، "دراسة في المتغيرات المضببة والأنحدار المتعدد المضبب" ، (2009)، جامعة تكريت - كلية الإدارة والاقتصاد ، مجلة تكريت للعلوم الإدارية والاقتصادية / المجلد / 5 - العدد14 – ، الصفحات 166- 180.

3- المشهداني (عذراء كامل هرموش)(2015) (أستعمال أسلوب Bayes وتحويلات Mellin لتقدير دالتي المعولية والاتاحية في حالة وجود بيانات ضبابية مع تطبيق عملي)،رسالة ماجستير علوم في بحوث العمليات، كلية الادارة والأقتصاد ،جامعة بغداد .

4- النعيمي (ليث فاضل سيد حسين)،(2015)(مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية الضبابية)،رسالة ماجستيرعلوم في الاحصاء ،كلية الادارة والأقتصاد، جامعة بغداد .

5- أوجي (زينة ياوز عبد القادر)،(2009) (مقدرات بيز لدالة المعولية الضبابية للتوزيع الأسي بأستخدام المحاكاة مع تطبيقها على الشركة العامة للصناعات الكهربائية)،أطروحة دكتوراء فلسفة في الاحصاء ،كلية الادارة والأقتصاد ،جامعة بغداد .
6- (بشار خالد علي)،(2018)،(بعض طرائق تقدير معلمات داله المعولية لنوذج احتمالي مركب مع تطبيق عملي)،رسالة ماجستير علوم في الاحصاء ،كلية الادارة والأقتصاد، جامعة بغداد.
7- (غزوان رفيق عويد)،(2012)،(مقارنة مقدرات بيز لمعلمة ودالتي المعولية ومعدل الفشل لتوزيع رالي باستعمال دوال خسارة متزنة وغير متزنة)، رسالة ماجستير علوم في الاحصاء ،كلية الادارة والأقتصاد، جامعة المستنصرية.
8 - Al-Nasser . Abdul majeed hamza ,(2009),"An introduction to statistical Reliability" , Ithraa publishing and distribution , Amman , 1st.ed.
9 - Bo Yuan and George , J.Klir ,(1995)," Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and application .publ .By prentice Hall PTR . New jersey 07458.
10 – Ching - Hsue Cheng , (1995) ," Fuzzy Reliability bead on GERT " Department of Mathematics , Chinese Military Acade Fengshan, Kaohsiung,830 Taiwan Republic of China.
11 - Harish Garg*, S.P. Sharma and Monica Rani, (2013)," Weibull fuzzy probability distribution for analyzing the behaviour of pulping unit in a paper industry" . Int. J. Industrial and Systems Engineering, Vol. 14, No. 4 , pp 395-413.
12-Islam,s.(2011), " Loss function,Utility function and Bayesian Sample Size Determination",PH.D .Thesis ,University of London.
13-LinMon and Ching-Hsut Cheng ,(1993), "Fuzzy system Reliability analysis for Components with Different Membership Function”, sets and systems 64 145-157.
14-Schnatter.Sylvia fruhwirth,(1990), "On Fuzzy Bayesian inference " Institut fur stasistik,Wirtschaftsuniversitat Wien.
15- Shuming wang @junzo warada,(2008), "Reliabilty optimization of fuzzy ranbom lifetimes",international journal of innovative computing ,information and control ,vol.5,number6.
16- Zadeh ,L.A.,(1965),"FUZZY SETS" ,Information and control ,338-353.
17- Zimmermann H.J. (1988),"Fuzzy Sets and Applications", Kluwer Nijh off publ. Boston, third printing.

Bayes Estimator For The Reliability Based on Fuzzy Life Time Data

Ahmed Riad Khaddam Megabelle prof.Dr Abdul Rahim Khalaf Alharithi

Ahmad10@gmail.com Rahi Stat@yahoo.com

Al-Mustansiryah University / Economics and Administration / Department of Statistics

ABSTRACT

In this paper, Bayes method was used to estimate the reliability function when life-time data is fuzzy, where the case was studied the sample data is fuzzy and the prior distribution contains non- fuzzy parameters by using the squared error loss function with three states of the cut-off level values (α). This was applied in the textile department of the Wasit Knitting and Weaving Factory to estimate the function of fuzzy reliability of the machines. The paper conclud that the estimated values of fuzzy reliability function increase when increasing the degree of membership as will as the sample size were increased.

Keywords: fuzzy reliability function , membership function , Squared Error Loss Function, Pareto distribution , Gamma distribution .