المقارنة بين طريقتي المربعات الصغرى المعدلة والانحرافات المطلقة الصغرى المعدلة لتقدير إنموذج الانحدار

م.م. ازهار كاظم جبارة   أ.م.د. احمد شاكر محمد طاهر
الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد / قسم الاحصاء
azmm1977@yahoo.com   Ahmutwali @ uomustansiriyah.edu.iq

P:ISSN 1813 - 6729
E:ISSN 2707 - 1359
http://doi.org/10.31272/JAE.43.2020.123.22

تاريخ استلام البحث 2019/6/23   مقبول للنشر بتاريخ 2019/7/9

الملخص

في هذا البحث تم الاعتماد على طريقتي التقدير طريقة المربعات الصغرى المعدلة بالكامل وطريقة مربعات الانحرافات المطلقة المعدلة بالكامل في تقدير معلمات انموذج الانحدار عندما يكون المتغير التفسيري غير مستقر وحدود الخطأ العشوائي مرتبط ذاتياً والتي يمكن ان تنمذج وفق احد النماذج المختلطة انحدار ذاتي- اوساط متحركة ،اذ يهدف البحث الى اجراء مقارنة بين ما تفرزه تلك الطريقتين من نتائج التقدير في محاوله للوصول الى افضل طريقه وذلك بالاعتماد على معيار المفاضلة MSE وباعتماد اسلوب المحاكاة اذ اثبتت نتائج تجربة المحاكاة الى ان طريقة الانحرافات المطلقة الصغرى المعدلة بالكامل Fully modified least Absolute deviations method هي افضل من طريقة المربعات الصغرى المعدلة بالكامل Fully modified least square method

كلمات المفاتيح: انموذج الانحدار عندما يكون المتغير التفسيري غير مستقر وحدود الخطأ العشوائي مرتبط ذاتياً ، مصفوفه التباين و التباين المشترك.

●البحث ..... مستل من اطروحة دكتوراه

المقدمة

كما هو معروف احصائياً ان انموذج الانحدار يستند على جملة من الافتراضات الاساسية التي تسهل عملية التقدير واختبارات المعنوية المتعلقة بالأنموذج المقدر . غيران هذه الافتراضات قد لا تتحقق جميعها او بعض منها وعلى درجة الخصوص عندما تكون بيانات متغيرات الانموذج بهيئة سلاسل زمنية وان المتغير التفسيري يكون غير مستقر وكذلك حدود الخطأ العشوائي تكون مرتبطة ذاتياً . الامر الذي يؤدي الى ان تكون تقديرات المربعات الصغرى غير كفوءة مما يدعو الى البحث عن طرائق تقدير بديلة ومنها طرائق التقدير الحصينة .

أنموذج الانحدار بمتغير تفسيري غير مستقر وأخطاء عشوائية تتبع النماذج المختلطة

Regression with integrated regressors with ARMA Error

في هذا الانموذج تكون المتغيرات التوضيحية غير مستقرة ومتكاملة (Integrated) ومرتبطة بحدود الخطأ العشوائي للانموذج بمعنى انها متغيرات داخلية (endogeneity) .ويمكن ان تنمذج وفق انموذج السير العشوائي وبهذا فأن صيغة الانموذج تكون بالشكل الاتي:

$$Y_t = X_t^T \beta + u_{0t} \qquad (a)$$
$$X_t = X_{t-1} + u_{1t} \qquad (b) \qquad \textbf{(1)}$$
$$\emptyset(\beta)_{u_{ot}} = \theta(\beta)_{e_t} \qquad (c)$$

أذ ان X_t تمثل مصفوفه المتغيرات التوضيحية والتي يفترض انها غير مستقرة (متكامله ومرتبطه مع حدود الخطأ العشوائي لانموذج الانحدار ((u_{ot})) ،ويفترض ان تكون تلك المصفوفة ذات رتبه كامله بمعنى انها متغيرات خارجيه ويمكن ان تنمذج وفق انموذج السير العشوائي random walk (model) وكما مبين بالمعادله b.

سلسله الاخطاء العشوائية لانموذج الانحدار (u_{ot}) تكون مرتبطه ذاتيا ويمكن ان تنمذج وفق النماذج المختلطة انحدار ذاتي –اوساط متحركة ARMA(p, q) وكما مبينه بالمعادله C .

الاخطاء العشوائية لانموذج المتغيرات التوضيحية (u_{1t}) يفترض ان تكون سلسلة زمنية مستقرة بمتوسط يساوي صفر ومن الممكن ان تكون مرتبطة مع حدود الخطأ العشوائي (e_t) للنماذج المختلطه انحدار ذاتي اوساط متحركة والتي يفترض ايضا ان تكون سلسلة زمنية مستقرة بمتوسط يساوي صفر .

متجه معلمات انموذج الانحدار المبين بالصيغة (1) يمكن تفصيلها بالاتي

$$\varphi = (\beta^T, \delta^T)^T \qquad (2)$$

اذ ان φ تمثل متجه معلمات انموذج الانحدار ذو السعة (1*p+q+k+1) والذي يتضمن متجه معلمات المتغيرات التوضيحية (β) ذو السعه (1*k+1) ،ومتجه معلمات الانموذج المختلط انحدار ذاتي اوساط متحركه $\delta^T = (\emptyset^T, \theta^T)^T$ ذو السعه (1* p + q) .

اذ ان

$$\emptyset = (\emptyset_1, \emptyset_2, \dots\dots\dots, \emptyset_p) \qquad (3)$$
$$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots\dots\dots, \theta_q) \qquad (4)$$

افتراضات حدود الخطأ العشوائي للانموذج

على افتراض ان $\underline{U}_t$ تمثل متجه الاخطاء العشوائية التي تضم كل من (u_{0t}) والتي تمثل الاخطاء العشوائية لأنموذج الانحدار المبينة بالعلاقة (2-6-a) والاخطاء العشوائية لأنموذج السير العشوائي (u1t) ويمكن تمثيلها بالمتجه المبين ادناه.

$$U_t = (u_{0t}, u_{1t}) \qquad (5)$$

يفترض بان هذا المتجه يحقق الافتراضات الاتية
1- ان U_t مستقرة تماماً وانها متسلسلة مختلطة بأعداد مختلطه متمثله بα_m،بمعنى انها تحقق الشرط الاتي .

$$\sum_{1}^{\infty} \alpha_m^{(1-\beta)/1\beta} < \infty \qquad (6)$$

لكل $1 > \beta > 2$
2- شرط العزوم الذي ينص على

$$\|U_t\|_1 < \infty \qquad (7)$$

3- دالة الكثافة الاحتمالية $h(0)$ لمتجه الاخطاء العشوائية (u_{0t})تكون متماثلة وموجبة ومستمرة في الجوار (-b,b) لنقطة الاصل لبعض $b > 0$.
في ظل تحقق الافتراضات الثلاثة المبينه اعلاه فان مصفوفة التباين والتباين المشترك على الامد الطويل للمتجه (U_t) تكون موجودة ويمكن تجزئتها كالاتي:

$$\Omega_{uu} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E(U_t U_{t-j}^T) = \begin{bmatrix} \Omega_{00} & \Omega_{o1} \\ \Omega_{1o} & \Omega_{11} \end{bmatrix} \qquad (8)$$

وبأستخدام تحويلة الجيب لسلسلة الاخطاء العشوائية لأنموذج الانحدار وكالاتي

$$v_t = sign(u_{ot}) \begin{Bmatrix} 1 & for & u_{ot} \geq 0 \\ -1 & for & u_{ot} < 0 \end{Bmatrix} \qquad (9)$$

وبتعريف متجه الاخطاء $Z_t = (v_t, u_{01}^T)$ فأن مصفوفة التباين لهذا المتجه على المدى الطويل ، تكون موجودة ايضا تحت تحقق فروض الاخطاء الثلاثة ولان متجه الاخطاء v_t يكون الة محدودة بمتجه الاخطاءu_{ot}
ويمكن تجزئه مصفوفة التباين والتباين المشترك لـZ_t وكالاتي

$$\Omega_{zz} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E(z_t z_{t-j}^T) = \begin{bmatrix} \Omega_{vv} & \Omega_{v1} \\ \Omega_{1v} & \Omega_{11} \end{bmatrix} \qquad (10)$$

وبنفس الطريقه يمكن تعريف مصفوفة التباين والتباين المشترك على الامد الطويل باتجاه واحد لكل من المتجهين U_t ، Z_t والمبين على التتابع ادناه .

$$\Delta_{uu} = \sum_{j=0}^{\infty} E(u_t u_{t-j}^T) = \begin{bmatrix} \Delta_{oo} & \Delta_{o1} \\ \Delta_{1o} & \Delta_{11} \end{bmatrix} \qquad (11)$$

$$\Delta_{ZZ} = \sum_{j=0}^{\infty} E(z_t z_{t-j}^T) = \begin{bmatrix} \Delta_{vv} & \Delta_{v1} \\ \Delta_{1v} & \Delta_{11} \end{bmatrix} \qquad (12)$$

الطرائق الحصينة لتقدير معلمات الانموذج

أن اعتماد طرائق التقدير التقليدية في تقدير أنموذج الانحدار بمتغير توضيحي غير مستقر وأخطاء عشوائية مرتبطة ذاتياً ،تؤدي الى تقديرات غير كفوءة مما يؤثر على الاستدلال الاحصائي ألامر الذي يدعو الى اعتماد طرائق تقدير حصينة تؤدي الى تقديرات كفوءه لمعلمات الانموذج وفيما يلي بعض من هذه الطرائق

أ. طريقة المربعات الصغرى المعدلة بالكامل

Fully modified least square estimator Methods (FM-OLS)

ان تقدير المربعات الصغرى(OLS) لمتجه معلمات انموذج الانحدار المبين بالصيغة (1) والمتمثل بالمتجه (φ) الذي يضم معلمات المتغيرات التوضيحية ومعلمات الانحدار الذاتي –اوساط متحركة كما موضح بالصيغة (2)، نحصل عليه عن طريق حل مجموعة المعادلات الناتجة من اشتقاق مجموع

مربعات الاخطاء بالنسبة لمعلمات الانموذج والبالغ عددها (p+q+k+1) والمبينة بالصيغة الاتية (Philips,1995)

$$\sum_{t=1}^{T}(e_t(\varphi))e_{\varphi t}=0 \qquad (13)$$

أذ ان $e_t(\varphi)$ تمثل متجه الاخطاء النقية ، اما $(e_{\varphi t})$ تمثل متجه مشتقات الاخطاء النقية بالنسبة لجميع معلمات الانموذج وكالاتي:-

$$e_{\varphi t}=\partial e_t(\varphi)/\partial\varphi \qquad (14)$$

اي ان

$$e_{\varphi t}(\varphi)=(e_{\beta t}^{T}(\varphi),e_{\emptyset t}^{T}(\varphi),e_{\theta t}^{T}(\varphi))^{T} \qquad (15)$$

وكالاتي

$$e_{\beta t}(\varphi)=-\theta^{-1}(L)\emptyset(L)X_t \qquad (16)$$
$$e_{\emptyset t}(\varphi)=-\theta^{-1}(L)(L_p)(Y_t-X_t^{T}\beta) \qquad (17)$$
$$e_{\theta t}(\varphi)=\theta^{-2}(L)\emptyset(L_q)(Y_t-X_t^{T}\beta) \qquad (18)$$

غير ان هذه الصيغة تعطي تقديرات تتصف بانها متسقة ألا انها متحيزة من الدرجة الثانية ويعود ذلك لان انحدار المربعات الصغرى لا يأخذ بنظر الاعتبار الارتباط بين المتغيرات التوضيحية وحدود الخطأ العشوائي تلك العلاقة تودي الى ان المتغيرات التوضيحية تكون متغيرات داخلية والتي تؤدي الى التحيز من الدرجة الثانية مما يؤدي الى ان توزيع الغاية لتلك التقديرات تتأثر بمصفوفة التباين والتباين المشترك Δ_{10} وذلك لان تلك المصفوفة تدخل في الصيغة الاحتمالية لذلك التوزيع التقاربي نستنتج من ذلك ان تقديرات المربعات الصغرى (OLS) لمعلمات متجه المتغيرات التوضيحية التي تتصف بعدم الاستقرارية ومتكاملة تكون غير معول عليها في الاستدلال الاحصائي أذ لايمكن استخدام الاختبارات القياسية كأختبار t وذلك بسبب وجود التحيز او الارتباط الذي يؤدي الى اخطاء معيارية غير صحيحة (Dong and Oe sook,(2002)
ولمعالجة هذه الاخفاقات أقترح كل من (Hansen and Philips,1990) و (Philips, 1995) إجراء تعديل على طريقة المربعات الصغرى (OLS) للحصول على تقديرات معدلة والتي تعرف بطريقة المربعات الصغرى المعدلة بالكامل (FM-OLS) تلك الطريقة تعالج التحيز من الدرجة الثانية وتؤدي الى تقديرات ذات توزيع تقريبي مما تسمح بأستخدام الاختبارات القياسية كأختبار t واختبار Wald. (Philips,1995)
تقدير متجه معلمات الانموذج لطريقة المربعات الصغرى المعدلة بالكامل FM-OLS يتم من خلال إجراء تصحيح للارتباط بين المتغيرات التوضيحية وحدود الخطأ العشوائي ويتم ذلك عن طريق إجراء تعديل لقيم متغير الاستجابة Y_t (إجراء عملية تحويل) بأفتراض وجود متغير توضيحي واحد وفق الصيغة الاتية(Hansen,1992)

$$Y_t^{+}=Y_t-\widehat{\Omega}_{o1}\widehat{\Omega}_{11}^{-1}u_{1t} \qquad (19)$$

اذ ان

$\widehat{\Omega}_{o1}$: تمثل مصفوفة التباين والتباين المشترك على المدى الطويل بين كل من (u_{ot},u_{1t}) .
$\widehat{\Omega}_{11}^{-1}$: تمثل مصفوفة التباين والتباين المشترك على المدى الطويل بين كل من (u_{ot},u_{1t}).
المقدرات اللبية المتسقة لكل من $\widehat{\Omega}_{11},\widehat{\Omega}_{o1}$ نحصل عليها من التقدير اللبي المتسق لمصفوفة التباين التباين المشترك على المدى الطويل وفق الصيغة الاتية (Fatma,2010)

$$\widehat{\Omega}=\sum_{j=\overline{T}+1}^{T-1}W(j/m)\Gamma(j) \qquad (20)$$

أذ أن $\hat{\Gamma}(j)$ تمثل مصفوفة التباين والتباين المشترك للعينة وفق الصيغة الاتية

$$\hat{\Gamma}(j) = 1/T \sum_{t=j+1}^{T} \hat{U}_{t-j}\hat{U}_t^T \qquad (21)$$

M: تمثل معلمة القطع لدالة كيرنل او معلمة عرض الحزمة (Bandwith)
$W(j/M)$: تمثل دالة من دوال كيرنل وقد اعتمد اغلب الباحثين على دالة Parazen وفق الصيغة الاتية(Philips and Loreton,1991)

$$W(j/m) = \begin{bmatrix} 1-6(|j/m|)^2+6|j/m|^3 & \text{for } 0 \le |j/m| \le 1/2 \\ 2(1-|j/m|)^3 & \text{for } 1/2 \le |j/m| \le 1 \\ 0 & 0.W \end{bmatrix} \quad (22)$$

وكأضافة الى حقل المعرفة والتطبيق العملي اقترح الباحث اضافة دوال اخرى من دوال كيرنل إذ تم اعتماد دالة Bartlet وفق الصيغة الاتية(Andrews,1991)

$$K(u) = \begin{cases} 1-|x| & \text{for } |x| \le 1 \\ 0 & o.w \end{cases} \quad (23)$$

تقدير متجه معلمات المربعات الصغرى المعدلة بالكامل يكون وفق الصيغة الاتية :

$$\hat{\beta}^{+} = \left(Y^{+T}X - T\hat{\Delta}_{10}^{+}\right)(X^TX)^{-1} \qquad (24)$$

أذ أن

$\hat{\Delta}_{10}^{+}$: تمثل مصوفة التباين والتباين المشترك باتجاه واحد بين (u_{ot}, u_{1t}) وفق الصيغة الاتية:

$$\hat{\Delta}_{10}^{+} = \Delta_{10} - \Delta_{11}\Omega_{11}^{-1}\Omega_{10} \qquad (25)$$

التوزيع التقاربي لمقدر متجه معلمات المربعات الصغرى المعدلة بالكامل يمكن ان يقرب الى توزيع الطبيعي بمتوسط (β) ومصفوفة تباين وتباين مشترك $q(X^TX)^{-1}$ اي ان

$$\beta_{FM-OLS}^{+} \sim N(\beta, q(X^TX)^{-1}) \qquad (26)$$

أذ أن

$$q = \Omega_{00} - \Omega_{01}\Omega_{11}^{-1}\Omega_{10} \qquad (27)$$

والمقدر المتسق لمصفوفة التباين والتباين المشترك q تكون كالاتي (Philips and Mcfariand ,1997)

$$\hat{q} = \hat{\Omega}_{00} - \hat{\Omega}_{01}\hat{\Omega}_{11}^{-1}\hat{\Omega}_{10} \qquad (28)$$

ب .طريقة الانحرافات المطلقة الصغرى المعدلة بالكامل

يمكن استخدام طريقة الانحرافات المطلقة الصغرى LAD في تقدير متجه المعلمات (φ)لانموذج الانحدار المبين في الصيغة (1) ،اذ ان مقدرات هذه الطريقة يعد الحل لمجموعة المعادلات الناتجة عن تصغير دالة الهدف الاتية (Philips,1995)

$$\sum |e_t(\varphi)| = 0 \qquad (29)$$

اذ ان $e_t(\varphi)$ تمثل متجه سلسلة الاخطاء النقية

تلك التقديرات تتصف متسقة (Consistent) ألا انها متحيزة من الدرجة الثانية كما هو الحال بالنسبة لتقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) وذلك بسبب الارتباط بين المتغير التوضيحي (X_t) والدالة الحصينة (v_t) المبينة في الصيغة (9)، والذي يمكن قياسه بمصفوفة التباين والتباين المشترك Δ_{1V} التي تعد احد عناصر مصفوفة التباين والتباين المشترك (Δ_{ZZ})المبينة في الصيغة (10) . أذ أن توزيع الغاية لتلك المقدرات يتأثر بمصفوفة التباين والتباين المشترك Δ_{1V} وذلك لان تلك المصفوفة تدخل في الصيغة الاحتمالية لذلك التوزيع التقاربي (Philips,1995)

ولمعالجة هذه الاخفاقات أقترح كل من (Philips,1995) إجراء تعديل على طريقة الانحرافات المطلقة الصغرى LAD للحصول على تقديرات معدله تعرف بالانحرافات المطلقة الصغرى المعدلة

بالكامل (FM-LAD) تلك الطريقة تعالج التحيز من الدرجة الثانية وتؤدي الى تقديرات ذات توزيع طبيعي تقريبي يمكن بموجبه أستخدام الاختبارات القياسية كأختبار t واختبار Wald .

غير ان هذه التقديرات تتصف بالحصانة ومقاومة للقيم الشاذه عندما تطبق على البيانات ثقيلة الذيل (Fatma,2010)

تقدير متجه معلمات إنموذج الانحدار وفق طريقة FM-LAD يتم من خلال إجراء تصحيح للارتباط بين المتغير التوضيحي والدالة الحصينة (v_t) .الاجراءات تتم وفق الاتي (Dong and Oe sook,2002)

1- اجراء تعديل على حدود الخطأ العشوائي للانموذج (1) للحصول على الاخطاء الحصينة وفق صيغة التحويل المبينة بالصيغة (9) .

2- تقدير متجه معلمات الانحرافات المطلقة االصغرى LAD وفق صيغة (29).

3- تقدير حدود الخطأ العشوائي بالاعتماد على متجه معلمات الانحرافات المطلقة الصغرى LAD .

4- تقدير الاخطاء $v_t{}^+$ وفق الصيغة الاتية :

$$\boldsymbol{v_t}^+ = \boldsymbol{v_t} - \boldsymbol{\Omega_{v1}\Omega_{11}^{-1}\Delta x_t} \qquad (30)$$

5- تقدير مصفوفة التباين والتباين المشترك (Δ_{1V}) بين $(v_t \;, u_{1t})$ بالاعتماد على المقدرات اللبية لكل من $\widehat{\Omega}_{11}, \widehat{\Omega}_{V1}$ وفق الصيغة الاتية (In-Moo and Maddala,2007)

$$\Delta_{1v}^{+} = \sum_{t=0}^{\infty}(u_{10}\; v_t^{+}) = \Delta_{xy} - \Delta_{11}\Omega_{11}^{-1}\Omega_{1v} \qquad (31)$$

6- بالاعتماد على Δ_{1v}^{+} فأن تقدير متجه معلمات مقدر الانحرافات المطلقة الكاملة FM-LAD يكون وفق الصيغة الاتية :

$$\mathrm{B}_{LAD}^{+} = \mathrm{B}_{LAD} - [2\hat{h}(0)X^{T}X]^{-1}\left[X^{T}\Delta X\hat{\Omega}_{11}^{-1}\hat{\Omega}_{1v} + T\hat{\Delta}_{1v}{}^{+}\right] \quad (32)$$

أذ ان

$\hat{h}(0)$: تمثل التقدير اللامعلمي المتسق لدالة الكثافة الاحتمالية لحدود الاخطاء العشوائية للأنموذج (1) عند نقطة الاصل والمقدر وفق الصيغة الاتية:

$$h(0) = \frac{1}{TK}\sum_{t=1}^{T} w\left(\frac{0-u_{0t}}{M}\right) \qquad (33)$$

أذ ان

$w\left(\frac{0-u_{ot}}{M}\right)$: تمثل معلمة دالة كيرنل

التوزيع التقريبي لمقدر متجه معلمات الانحرافات المطلقة المعدلة بالكامل FM-LAD يمكن ان يقرب الى التوزيع الطبيعي بمتوسط (β) ومصفوفة تباين وتباين مشترك $[1/(2h(0))]^2 q(X^T X)^{-1}$ اي ان

$$\beta_{FM-LAD}^{+} \sim N\left(\beta \,, [1/(2h(0))]^2 q(X^T X)^{-1}\right) \qquad (34)$$

المقدر المتسق لمصفوفة التباين والتباين المشترك q تكون كالاتي

$$\hat{q} = \hat{\Omega}_{vv} - \hat{\Omega}_{v1}\hat{\Omega}_{11}^{-1}\hat{\Omega}_{1v} \qquad (35)$$

ومن الجدير بالملاحظة ان طريقة FM-LAD تبنى على نفس فكرة طريقة FM-OLS ولكن مع الاخذ بنظر الاعتبار ان معيار المربعات الصغرى المبين في الصيغة (29) لطريقة LAD ليست له صيغة صريحة بخلاف طريقة FM-OLS وكذلك فأن هذا المعيار يعتمد على الدالة الحصينة (v_t) المبينه في الصيغة (9) بدلاً من الاعتماد على حدود الخطأ العشوائي (Philips,1995)

7- أختبار معنوية معلمات الانموذج المقدر

اشرنا سابقاً الى ان طرائق التقدير الحصينة المعدلة بالكامل (المربعات الصغرى ، الانحرافات المطلقة الصغرى) تعطي تقديرات ذات توزيع تقاربي للتوزيع الطبيعي لذا يمكن الاعتماد على اختبارات معنوية المعلمات المقدرة المعروفة كاختبار t واختبار wald لاختبار الفرضية

$H_0 = R\underline{\beta} - r = 0 \qquad V.S \qquad H_1 = R\underline{\beta} - r \neq 0$

أذ ان صيغة اختبار t لمعنوية متجه المعلمات المقدرة يكون وفق الصيغة الاتية (Dong and Oe sook,2002)

$$t_i = \frac{(\beta^{+}_{FM} - \beta_i)}{s_i} \qquad (36)$$

اذ ان

$$s_i = \sqrt{[\hat{q}(X^T X)^{-1}]_{ii}} \qquad i = 1, 2, \ldots \ldots k \qquad (37)$$

قبول فرضية العدم اذا كانت القيمة الجدولية اكبر وبعكسه قبول الفرضية البديلة .
يمكن اعتماد إحصاءه الاختبار Wald لتلك الفرضية وفق الصيغة الاتية

$$W^{+} = (R\beta^{+}_{FM} - r)^{T}\{R\hat{q}(X^{T}X)^{-1}R^{T}\}^{-1}(R\beta^{+}_{FM} - r) / \hat{q} \quad (38)$$

أذ أن إحصاءه الاختبار W^{+} تحت صحة فرضية العدم المبينة اعلاه تتبع توزيع مربع كاي بدرجة حرية (X^2_r) أذ ان r تمثل عدد القيود الخطية المفروضة على معلمات الانموذج.(Philips,1997)

الجانب التجريبي

يتناول الجانب التجريبي عرض تجربه محاكاه التي تم اعتماد نتائجها لغرض المقارنة بين طريقتي التقدير موضوع البحث.

وصف تجربة المحاكاة

تم الاعتماد على ثلاثة حجوم للعينات هي (n=100,70,30) في تنفيذ تجارب المحاكاة وذلك لتوليد البيانات الخاصة بالمتغيرات العشوائية ،حيث تم تكرار كل تجربة 2000 مرة ،ولقيم مختلفه لكل من الانحرافات المعياريه ($\sigma_1 = 0.1, \sigma_2 = 0.25$) فضلا عن قيم مختلفه من المعلمات التي تم تحديدها بالاعتماد على معلمات النماذج المقدره في دراسات سابقه حول نفس موضوع البحث، وتم الاعتماد على ثلاث دوال رياضية اعتمدت نماذج بوكس جينكز AR(1) ،MA(1) ARMA(1,1) لغرض توليد الخطأ العشوائي وقد تطلب تنفيذ المحاكاة كتابته برنامج بلغة الـ MATLAB.

الية تنفيذ وتوليد متغيرات الدراسة

تم الاعتماد على دوال رياضية مختلفة لتوليد قيم للمتغير التوضيحي X وقيم الخطأ العشوائي u_{ot} الذي يتبع احدى نماذج بوكس جينكز بالتالي توليد قيم لمتغير الاستجابة y وكالاتي.

1- توليد المتغير التوضيحي X بانه متغير غير مستقر ومتكامل (Integrated) I(1).

2- توليد متغير الخطأ العشوائي الذي يفترض ان يتبع احد نماذج بوكس جينكز وفق نموذج AR(1) ،MA(1) ARMA(1,1).

3- توليد متغير سلسلة الاخطاء النقية الذي يفترض ان تكون سلسلة مستقرة تتوزع توزيع طبيعي بمتوسط 0 وتباين σ^2 .

4- توليد متغير الا ستجابة y_t.

نتائج تقديرات طريقتي التقدير الحصينة

أ-التقديرات بافتراض ان حدود الخطأ العشوائي تنمذج وفق الانحدار الذاتي من الدرجة الاولى AR(1)

نتائج تجارب المحاكاة الخاصة بتقدير انموذج الانحدار موضوع البحث والذي تم وصفه في الجانب النظري في الفقرة (1) وبافتراض ان حدود الخطأ العشوائي وفق انموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الاولى AR(1) ، مبينة في الجدول (1) أذ اشارت تلك النتائج تفوق طريقة الانحرافات المطلقة الصغرى المعدلة بالكامل أذ حققت اقل قيمة لمعيار متوسط الخطأ (MSE) ولجميع حجوم العينات الثلاث ولمستويي الانحراف المعياري المعتمدة. مع ملاحظة انه كلما زادت حجم العينة ادى الى تقليل قيم معدل متوسط مربعات الخطأ (NMSE).وتبين كذلك انه كلما قلت قيمة الانحراف المعياري المستخدم في توليد الخطأ العشوائي للأنموذج ادى الى تقليل قيمة متوسط مربعات الخطأ لذلك الانموذج.

جدول(1) نتائج التقديرات بافتراض ان حدود الخطأ العشوائي تنمذج وفق الاوساط المتحركة من الدرجة الاولى AR(1)

			$\emptyset_1$			$\emptyset_1$			$\emptyset_1$		
			0.4			-0.4			0.9		
			$\beta_1\beta_0$	$\beta_1\beta_0$	$\beta_1\beta_0$	$\beta_1\beta_0$	$\beta_1\beta_0$	$\beta_1\beta_0$	$\beta_1\beta_0$	$\beta_1\beta_0$	$\beta_1\beta_0$
	n		3 , 1	8 , 1.5	12 , 2	3 , 1	8 , 1.5	12 , 2	3, 1	8 , 1.5	12 , 2
$\sigma_1 = 0.1$	30	Fm-ols	0.159094	0.333872	0.563893	0.189789	0.343273	0.55674	0.215426	0.371854	0.600201
		Fm-lad	0.031036	0.035183	0.032813	0.087403	0.093116	0.089246	0.141315	0.140594	0.137314
	70	Fm-ols	0.150195	0.315507	0.53547	0.176948	0.326194	0.530549	0.19428	0.35316	0.562739
		Fm-lad	0.026298	0.02949	0.027287	0.084222	0.084034	0.084838	0.129731	0.138348	0.137814
	100	Fm-ols	0.122797	0.2566	0.449291	0.139746	0.26888	0.425803	0.155674	0.266447	0.432431
		Fm-lad	0.021268	0.020703	0.020165	0.076061	0.075408	0.078404	0.123993	0.12386	0.12275
	n										
$\sigma_2 = 0.25$	30	Fm-ols	0.289439	0.542391	0.860882	0.319277	0.5449	0.853678	0.347421	0.570488	0.862652
		Fm-lad	0.098284	0.101964	0.092143	0.156801	0.163922	0.17288	0.222265	0.201835	0.202447
	70	Fm-ols	0.269194	0.488627	0.792749	0.291232	0.505476	0.79319	0.309719	0.523602	0.789174
		Fm-lad	0.093738	0.081308	0.091472	0.146719	0.141059	0.156713	0.189658	0.202222	0.191372
	100	Fm-ols	0.216131	0.386417	0.634619	0.22634	0.387248	0.61215	0.238579	0.406257	0.61859
		Fm-lad	0.06381	0.066258	0.063005	0.119967	0.12408	0.116239	0.175744	0.158669	0.176639

ب-التقديرات بافتراض ان حدود الخطأ العشوائي تنمذج وفق الاوساط المتحركة من الدرجة الاولى MA(1)

نتائج تجارب المحاكاة باعتماد انموذج الاوساط المتحركة من الدرجة الاولى MA(1) في توليد قيم متغير الخطأ العشوائي ولقيمتي الانحرافات المعيارية المعتمدة ولحجوم العينات الثلاث الخاصة بتقدير أنموذج الانحدار موضوع البحث ، مبينة في الجدول (2) أظهرت النتائج تفوق طريقة الانحرافات المطلقة الصغرى المعدلة بالكامل FM-LAD اذ حققت اقل قيمة لمعيار متوسط الخطأ (MSE) .

جدول(2) نتائج التقديرات بافتراض ان حدود الخطأ العشوائي تنمذج وفق الاوساط المتحركة من الدرجة الاولى MA(1)

			θ_1			θ_1			θ_1		
			0.2			0.6			-0.8		
			β_0 β_1	β_0 β_1	β_0 β_1	β_0 β_1	β_0 β_1	β_0 β_1	β_0 β_1	β_0 β_1	β_0 β_1
	n		3 ; 1	8 ; 1.5	12 ; 2	3 ; 1	8 ; 1.5	12 ; 2	3 ; 1	8 ; 1.5	12 ; 2
$\sigma_1 = 0.1$	30	Fm-ols	0.162495	0.334919	0.563886	0.16794	0.334712	0.562169	0.226516	0.391322	0.604143
		Fm-lad	0.054238	0.054272	0.055896	0.055008	0.052	0.055365	0.169546	0.173344	0.169614
	70	Fm-ols	0.158033	0.319088	0.543884	0.162729	0.31196	0.523485	0.207916	0.353049	0.553707
		Fm-lad	0.048435	0.05029	0.047836	0.05192	0.048254	0.047977	0.168546	0.164793	0.168453
	100	Fm-ols	0.126927	0.264954	0.442256	0.126356	0.256473	0.434787	0.170971	0.273713	0.43726
		Fm-lad	0.0414	0.040235	0.041583	0.040766	0.040554	0.041317	0.159202	0.155858	0.153755
	n										
$\sigma_2 = 0.25$	30	Fm-ols	0.298832	0.540495	0.868309	0.298956	0.527446	0.868296	0.355057	0.564162	0.868349
		Fm-lad	0.128855	0.127602	0.124043	0.111155	0.138618	0.117998	0.243286	0.248279	0.243048
	70	Fm-ols	0.287449	0.502532	0.815259	0.28266	0.515034	0.776665	0.322675	0.530398	0.801299
		Fm-lad	0.109942	0.106064	0.112791	0.108874	0.100784	0.107635	0.230476	0.2282	0.214761
	100	Fm-ols	0.216022	0.392329	0.616475	0.215647	0.399043	0.648382	0.250271	0.406533	0.632322
		Fm-lad	0.087715	0.085638	0.084616	0.086863	0.085571	0.083425	0.196208	0.202296	0.193084

ج- التقديرات بافتراض ان حدود الخطأ العشوائي تنمذج وفق الانحدار الذاتي- اوساط المتحركة من الدرجة الاولى ARMA(1,1).

تبين نتائج المحاكاة التي تم تكرارها 2000 مرة ولقيمتي الانحرافات المعيارية المعتمدة ولحجوم العينات الثلاث الخاصة بتقدير أنموذج الانحدار موضوع البحث، مبينة في الجدول (3) نجد ان طريقة الانحرافات المطلقة الصغرى المعدلة بالكامل FM-LAD اذ حققت اقل قيمة لمعيار متوسط الخطأ (MSE).

جدول(3) نتائج التقديرات بافتراض ان حدود الخطأ العشوائي تنمذج وفق الانحدار الذاتي- اوساط المتحركة من الدرجة الاولى ARMA(1,1)

			ϕ_1 ; θ_1			ϕ_1 ; θ_1			ϕ_1 ; θ_1		
			0.4 ; 0.2			-0.4 ; 0.6			0.9 ; -0.8		
			β_0 ; β_1	β_0 ; β_1	β_0 ; β_1	β_0 ; β_1	β_0 ; β_1	β_0 ; β_1	β_0 ; β_1	β_0 ; β_1	β_0 ; β_1
	n		3 ; 1	8 ; 1.5	12 ; 2	3 ; 1	8 ; 1.5	12 ; 2	3 ; 1	8 ; 1.5	12 ; 2
$\sigma_1 = 0.1$	30	Fm-ols	0.184922	0.358186	0.583935	0.265559	0.42834	0.647734	0.44108	0.602028	0.786885
		Fm-lad	0.592295	0.139552	0.139497	0.347725	0.178898	0.20542	0.299132	0.251619	0.187665
	70	Fm-ols	0.173115	0.337751	0.55206	0.251261	0.395853	0.618157	0.403528	0.537026	0.723927
		Fm-lad	0.203293	0.859994	0.102014	0.17602	0.146723	0.137205	0.25741	0.173944	0.277538
	100	Fm-ols	0.161202	0.280626	0.47717	0.195829	0.3169	0.455451	0.296413	0.369248	0.544107
		Fm-lad	0.359453	0.356002	0.278741	0.711169	0.618899	0.679233	0.160133	0.176768	0.155235
	n										
$\sigma_2 = 0.25$	30	Fm-ols	0.171816	0.336104	0.559628	0.248874	0.409168	0.598751	0.401527	0.542705	0.720809
		Fm-lad	0.091768	0.085751	0.087332	0.258558	0.275174	0.259123	0.582607	0.589198	0.598202
	70	Fm-ols	0.13973	0.278469	0.441176	0.190883	0.300035	0.451525	0.288147	0.422208	0.540737
		Fm-lad	0.057371	0.061566	0.059244	0.230126	0.231424	0.233183	0.532702	0.561511	0.577988
	100	Fm-ols	0.320408	0.501076	0.741113	0.354986	0.542684	0.76255	0.432007	0.611257	0.782491
		Fm-lad	0.863122	0.755951	0.906736	0.116131	0.106222	0.142858	0.168916	0.157252	0.599924

الاستنتاجات

1. اظهرت نتائج المحاكاه تفوق طريقة الانحرافات المطلقة الصغرى المعدلة بالكامل أذ حققت اقل قيمة لمعيار متوسط الخطأ(MSE)ولجميع حجوم العينات الثلاث ولمستويي الانحراف المعياري و لجميع النماذج .
2. كلما زاد حجم العينة قل معدل متوسطات مربعات الاخطاء ولجميع النماذج ولجميع حجوم العينة.
3. اظهرت نتائج المحاكاه ان افضل إنموذج لتمثيل حدود الخطأ العشوائي هو انموذج انحدار ذاتي AR(1) لجميع حجوم العينات الثلاث ولمستويي الانحراف المعياري.
4. اظهرت نتائج المحاكاه ان افضل إنموذج لتمثيل حدود الخطأ العشوائي عند حجم عينة (100) هو انموذج انحدار ذاتي AR(1) ولمستويي الانحراف المعياري.
5. اظهرت نتائج المحاكاه ان افضل إنموذج لتمثيل حدود الخطأ العشوائي عند حجم عينة (70) هو انموذج انحدار ذاتي –اوساط متحركة ARMA(1,1) ولمستويي الانحراف المعياري.
6. اظهرت نتائج المحاكاه ان افضل إنموذج لتمثيل حدود الخطأ العشوائي عند حجم عينة (30) هو انموذج اوساط متحركة MA(1) ولمستويي الانحراف المعياري.

المراجع

1.Andrews,.d.w.k.1991.Heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance ma-trix estimation.Econ.59(3).817-858

2.Bashier Al-Abdulrazag and Siam jaser amani. 2014.Immigration and economic growth in Jordan:Fmols approach.Business economics department .jordan university.

3.Di Iorio Francesca & fachin Stefano. 2012. A note on the estimation of long-Run relation ships in panel Equations with Cross-Section linkages.Econometrics .vol.6, Http://dx.doi.org/10.5018/economics-ejournal.ja

4.Dong wan shin and Oe sook lee.2002. .M-estimation for regressions with integrated regressors and arma error .Ewha university.

5.Fatma ozgu serttas . 2010.Essays on infinite-Variance stable errore and robust estimation procedures.Adissertation submitted to the reguirements.Iowa state university Ames.Iowa

6.Hansen Bruce, E. 1992.Tests for parameter instability in Regressions with I(1) processes.journal of Business&Economic statistics ,VOL.10,NO.3

7.Hyun hong Seung and Wagner Martin.2016.Co integrating polynomial regression :Fully modified ols Estimation and Infernce. Faculty of Statistics Technical university of Dortmund vogelpothsweg 87.

8.In-Moo kim and G.S,Maddala . 2007.Unite roots Cointegration and struvtural change.Camrridge university press.

9.Pedroni peter. 1996.Fully modified ols for heterogentous conintegrated panels and the case of purchasing power party. Econometrics .Indiana university bloomington .IN47405.

10. Philips peter, C.B. 1995 .Fully modified least squares And vector autoregression .Econometrica and vol.63,No5(Sep.1995).pp.1023-1078.

11. Philips peter,c.b and Hansen bruce,E.1990.Statistical inference in instrumental variables regression with I(1) processes.Cowles foundation for research in Economics,yale university.
12. Philips peter, C.B and Mcfarland james, w. 1997.Forward exchange market unbiasedness :The Case of the Australian dollar since 1984.Cowles foundation for Research in Economics,Yale university ,Ne haven.
13. Philips peter, C.B. 1995.Robust nonstationary regression.Cowies foundation for research in Economics yale university.
14. Philips peter, C.B and Loreton Mico. 1991.Estimationg long-run econmomics equilibria .Cowels foundation for research in economics.
15. Raphael, N.Markellos and Terence ,C.Mills. 2008.The econometric modelling of financial time series .Cambriag university,3th edition.

التوصيات

1- نوصي بـ توسيع المقارنة وذلك باعتماد طرائق تقدير حصينة اخرى.
2- بالامكان اعتماد طرائق التقدير اللامعلمية باعتبارها البديل المناسب لطرائق التقدير الحصينة واجراء مقارنة بينهما.