

ARMA الكشف عن القيم الشاردة في النماذج المختلطة

علي جاسم محمد**

أ.د. جواد كاظم خضير*

المستخلص :

ان تحليل السلسلة الزمنية يعتمد وبشكل كبير على دقة البيانات وعدم احتوائها على قيم شاردة التي تعمل على تلويث السلسلة الزمنية المدروسة , وتؤثر في خصائص مقدرات الانموذج , فضلاً عن تأثيرها في خصائص التوزيع الاحتمالي للسلسلة الزمنية بسبب الانحراف الذي يحصل في النسق العام للمشاهدات والذي بدوره يؤثر في معاملات التفرطح (Kurtosis) والالتواء (Skewness) , مما ينعكس سلباً على مقدرات الانموذج وقوة التنبؤ المستقبلي . اما تطبيقاً فإن البحث يتناول تحليل سلسلة اسعار النحاس العالمية اليومية باستخدام الانموذج المدروس (ARMA) واستخدام اختبار نسبة الامكان للكشف عن الشوارد وتقديرها ومن ثم تحديد نوعها , وقد توصلنا الى ان الانموذج الملائم للبيانات المدروسة كان (AR (1) مع وجود خمس قيم شاردة تم كشف نوعها وتقديرها . الكلمات المفتاحية : الانموذج المختلط ARMA , القيم الشاردة , الكشف عن الشوارد , اختبار نسبة الامكان.

ARMA Detection of stray values in mixed models

Abstract

The analysis of time series largely depends on the accuracy of the data and does not contain stray values that contaminate the studied time series, and affect the characteristics of the model's capabilities, as well as its effect on the characteristics of the probability distribution of the time series due to the deviation that occurs in the general pattern of observations, which in turn affects the Kurtosis and skewness coefficients, which adversely affect the model's capabilities and future forecasting power.

As for the application, the research deals with analyzing the daily global copper price chain using the studied model (ARMA) and using the test of the proportion of places to detect and estimate the electrolytes and then determine their type, and we have found that the appropriate model for the studied data was AR (1) with five stray values revealed Its type and appreciation.

Keywords: ARMA mixed model, stray values, electrolytes detection, location ratio test.

-1

المقدمة :

ان وجود القيم الشاردة في البيانات هو شيء وارد أياً كانت تلك البيانات ومهما كانت دقة الحصول عليها , حيث تتولد عادةً القيم الشاردة من التوزيعات ثقيلة الاطراف (Heavy Tailed Distribution) او من التوزيعات الخليطة (Mixture Distribution) او من اخطاء في التسجيل او القراءات او حدوث تقلبات غير طبيعية كالأزمات المالية والاقتصادية الاخرى . وبالتالي فإن وجود هذه الشوارد تؤثر وبشكل سلبي على مقدرات الطرائق الاعتيادية , اذ تزداد حساسية تلك المقدرات بزيادة عدد الشوارد او زيادة شرودها اي ابتعادها عن النسق العام للبيانات . لذا فان عملية الكشف عن الشوارد هي المرحلة والاكثر اهمية في الكشف والتخلص من القيم الشاردة وبالتالي الحصول على مقدرات ذات خصائص جيدة .

1.1 مشكلة البحث :

ان معظم الدراسات والبحوث التي تناولت موضوع السلاسل الزمنية ولاسيما نماذج ARMA , كانت تهدف الى الحصول على مقدرات بخصائص جيدة لمعلومات الانموذج . الا ان وجود الشوارد بأنواعها المختلفة في تلك النماذج يؤدي الى التحيز في المقدرات والذي بدوره يؤثر في قوة الاختبار الاحصائي ويزيد من فترات الثقة للمعلومات , وبالتالي سوف يؤثر على قوة التنبؤ المستقبلي .

2.1 هدف البحث :

يهدف البحث الى الكشف عن القيم الشاردة في نماذج ARMA باستخدام اساليب الكشف للأنواع المختلفة من الشوارد لسلسلة اسعار النحاس العالمية اليومية (اسعار الحد الأدنى) مقاسة بالرطل باستخدام الانموذج المختلط ARMA .

2- الجانب النظري :

يتضمن هذا الجانب عرضاً موجزاً للنموذج ARMA ومراحل بنائه , فضلاً عن عرض تفصيلي لأنواع الشوارد والكشف عنها في السلاسل الزمنية المطابقة لأنموذج ARMA .

1.2 انموذج ARMA(p,q) :

قد يكون اقرب تعبير عن السلاسل الزمنية ذو اقل عدد من المعلمات هو انموذج ARMA من النماذج شائعة الاستخدام في مجال السلاسل الزمنية المالية والاقتصادية والصحية وغيرها من المجالات , حيث يكون خليطاً من نماذج الانحدار الذاتي (AR) ونماذج المتوسط المتحرك (MA) (3) :

و يقال للسلسلة الزمنية $\{Z_t\}$ انها عملية ARMA(p,q) اذا كان:

$$\phi(L)Z_t = \theta(L)a_t$$

اذ ان :

$$\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$$

$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q \quad \dots\dots\dots(1)$$

اذ ان $\phi(L)$ و $\theta(L)$ متعددات الحدود للانحدار الذاتي والمتوسط المتحرك من الرتبة (p) و (q) على التوالي . كما يمكن كتابة الانموذج ARMA(p,q) على النحو الاتي :

$$Z_t = \mu_t + \sum_{i=1}^p \phi_i Z_{t-i} + a_t - \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} \quad \dots\dots\dots(2)$$

اذ ان μ_t يمثل المتوسط المشروط للسلسلة الزمنية ويعتمد على المعلومات السابقة لحد الزمن (t-1) والتي يطلق عليها (F_{t-1}) حيث يكون :

$$\mu_t = E(Z_t/F_{t-1}) = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i Z_{t-i} - \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} \quad \dots\dots\dots(3)$$

اذ ان $\{a_t\}$ هو حد الخطأ الذي يخضع لأنموذج عشوائي نقي أو ما يعرف بمصطلح التشويش الابيض (White Noise) , أي ان $a_t \sim WN(0, \sigma_a^2)$ والتباين الشرطي يكون ثابت بمعنى ان $\text{var}(Z_t|F_{t-1}) = \sigma_a^2$ وأن $Z_t|F_{t-1} \sim N(\mu_t, \sigma_a^2)$.

2.2 مراحل بناء انموذج ARMA(p,q) وفقاً لطريقة بوكس-جينكز:

لبناء نماذج ARMA , يتم اتباع المراحل التقليدية لبناء أي انموذج في السلاسل الزمنية وكما يأتي :

1.2.2 المرحلة الاولى- التشخيص (Identification):

تعتبر هذه المرحلة مرحلة أساسية وهامة في بناء نماذج السلسلة الزمنية حيث يتم تحديد نوع ورتبة الانموذج , اي أن مرحلة التشخيص تشتمل على معرفة نوع الانموذج الملائم للظاهرة المدروسة ورتبته فيما اذا كان AR او MA او ARMA , من خلال تطبيق عدد من الاختبارات المعروفة , فان مرحلة التشخيص تتكون من خطوتين وكالاتي :

1- التعرف على الانموذج الملائم : من الادوات الاساسية المستخدمة في هذه المرحلة للتعرف على الانموذج الملائم للظاهرة هي دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) , فيكون الانموذج الملائم $AR(p)$ اذا كانت دالة (ACF) متناقصة أسياً نحو الصفر او بشكل موجات جيبيية ودالة (PACF) تنقطع بعد الازاحة (p) . او يكون الانموذج الملائم $MA(q)$ اذا كانت دالة (PACF) متناقصة أسياً نحو الصفر او بشكل موجات جيبيية ودالة (ACF) تنقطع بعد الازاحة (q) . او يكون الانموذج الملائم هو الانموذج المختلط $ARMA(p,q)$ اذا سلكت كل من دالتي (ACF) و (PACF) سلوك التناقص الاسي نحو الصفر .

2- تحديد رتبة الانموذج :

في هذه المرحلة يتم تحديد كل من (p,q) وذلك باستخدام الخواص النظرية لدالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) , فضلاً عن ذلك يتم الاعتماد على معايير تحديد الرتبة كمعيار AIC و معيار BIC , وكالاتي :

1.2.1.2.2 معيار معلومات (AIC) :

وضع هذا المعيار من قبل الباحث (Akaike, 1978) اذ يستخدم لمعرفة مدى ملائمة انموذج معين من خلال توفيق نماذج مقترحة عن طريق اختيار أقل قيمة للمعيار . وأن الصيغة العامة للمعيار تعطى كما يأتي (1):

$$AIC(r) = T \ln(\hat{\sigma}_e^2) + 2(r) \quad \dots\dots\dots(4)$$

اذ ان : T : تمثل عدد المشاهدات .

r : تمثل عدد معلمات الانموذج .

$\hat{\sigma}_e^2$: يمثل مربع التباين المقدّر لبواقي الانموذج ويحسب وفق الصيغة الآتية:

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{1}{T - (m + n)} \sum_{t=1}^T (a_t - \hat{a}_t)^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

2.2.1.2.2 معيار معلومة بيز (Bayesian Information criterion (BIC):⁽²⁾

قام الباحث (Akaike, 1978, 1979) بتطوير معيار (AIC) الى معيار جديد يعرف بمعيار معلومة بيز (Bayesian Information criterion) ويرمز له اختصاراً (BIC) وتكتب صيغته كالآتي:

$$BIC(r) = T \ln \hat{\sigma}_\alpha^2 - (T - r) \ln \left(1 - \frac{r}{T}\right) + r \ln T + r \ln \left[\left(\frac{\hat{\sigma}_\alpha^2}{\hat{\sigma}_\alpha^2} - 1\right)/r\right] \quad (6)$$

إذ أن $\hat{\sigma}_\alpha^2$: يمثل مقدّر تباين الخطأ.

r: تمثل عدد معلمات الانموذج.

$\hat{\sigma}_\alpha^2$: يمثل مقدّر تباين السلسلة.

وبإهمال بعض الحدود يتم الحصول على الصيغة النهائية، وكالاتي: $BIC(r) = T \ln(\hat{\sigma}_\alpha^2) + r \ln(T)$

2.2.2 المرحلة الثانية- التقدير (Estimation):

أن عملية التقدير تتم باستخدام طريقة ذات المرحلتين (Two Stage Method). ففي المرحلة الاولى يتم تقدير المعادلة الموضحة أدناه (4):

$$Z_t = \phi_1 + \sum_{i=1}^p \phi_i Z_{t-i} + a_t - \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-1} \quad \dots\dots\dots (7)$$

باستخدام طريقة الامكان الاعظم المشروطة وعلى فرض عدم وجود (ARCH) والحصول على البواقي المقدرة \hat{a}_t . إذا كان نموذج ARMA(p,q) كما في المعادلة (7) فإن الخطأ يكون:

$$a_t = Z_t - \phi_0 - \sum_{i=1}^p \phi_i Z_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-1} \quad \dots\dots\dots (8)$$

وعندما يتبع الخطأ التوزيع الطبيعي المشروط بالمعلومات الماضية فإن دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة تكون:

$$f(a_t | F_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{a_t^2}{2\sigma^2}\right), \quad -\infty < a_t < \infty \quad \dots\dots\dots (9)$$

وان دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة لـ Z_t بمتوسط يساوي صفراً وتباين يساوي h تكون:

$$f(Z_t | F_{t-1}) = \left| \frac{\partial a_t}{\partial Z_t} \right| f(a_t | F_{t-1}) = f(a_t | F_{t-1}) \quad \dots\dots\dots (10)$$

لان $\left| \frac{\partial a_t}{\partial Z_t} \right| = 1$ لنماذج ARMA(p,q).

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي لدالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير Z_t يكون:

$$l_t = \ln(f(Z_t | F_{t-1})) = -\frac{\ln(2\pi)}{2} - \frac{\ln(\sigma^2)}{2} - \frac{a_t^2}{2\sigma^2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

وان $(\sum_{t=1}^n l_t)$ هو لوغاريتم دالة الامكان. ولتقدير المعلمات نجد المشتقات الآتية:

$$\frac{\partial l_t}{\partial \psi} = \frac{\partial l_t}{\partial Z_t} \frac{\partial Z_t}{\partial \psi}$$

إذ ان مشتقات لوغاريتم دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير Z_t بالنسبة الى كل من ϕ_0 و ϕ_i و θ_j تكون:

$$\frac{\partial l_t}{\partial \phi_0} = \frac{-a_t}{\sigma^2} \frac{\partial Z_t}{\partial \phi_0} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial l_t}{\partial \phi_i} = \frac{-a_t}{\sigma^2} \frac{\partial Z_t}{\partial \phi_i} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{\partial l_t}{\partial \theta_j} = \frac{-a_t}{\sigma^2} \frac{\partial Z_t}{\partial \theta_j} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$t = 1, 2, \dots, T$; $i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, q$ إذ أن

وهي مشتقات تتأثر بتغير دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير Z_t .

اما مشتقات المتغير Z_t بالنسبة الى كل من ϕ_0 و ϕ_i و θ_j تكون:

$$\frac{\partial Z_t}{\partial \phi_0} = \left[1 + \sum_{k=1}^p \phi_k \frac{\partial Z_{t-k}}{\partial \phi_0}\right] \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{\partial Z_t}{\partial \phi_i} = \left[Z_{t-i} + \sum_{k=1}^p \phi_k \frac{\partial Z_{t-k}}{\partial \phi_i}\right] \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{\partial Z_t}{\partial \theta_j} = \left[-a_{t-i} + \sum_{k=1}^p \phi_k \frac{\partial Z_{t-k}}{\partial \theta_j} \right] \quad \dots\dots\dots (17)$$

إذ أن $t = 1, 2, \dots, T$; $i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, q$
وهي مشتقات لا تتأثر بتغير دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير Z_t كونها معتمدة على الانموذج ARMA(p,q).

3.2.2 المرحلة الثالثة- فحص دقة الانموذج (Diagnostic Checking Model):
يتم في هذه المرحلة عملية تدقيق الانموذج لبيان ملائمة لبيانات السلسلة المدروسة , من خلال اخضاع الانموذج محل الدراسة لعدد من الاختبارات الاحصائية لبيان صلاحية هذا الانموذج , اما في حالة عدم ملائمة نعود الى المرحلة الثانية . ومن هذه الاختبارات تم استخدام اختبار (Ljung - Box Test).

1.3.2.2 اختبار (Ljung - Box Test) :
أقترح هذا الاختبار من قبل الباحثين (Ljung & Box, 1978) لاختبار عشوائية البواقي الناتجة عن مطابقة الانموذج محل الدراسة . وذلك من خلال حساب معاملات الارتباط الذاتي للبواقي لمجموعة من الإزاحات , ومن ثم اختبارها بالفرضية الموضحة ادناه(6):

$$k=1,2,\dots,r H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k \dots = \rho_r = 0$$

$$H_1: \rho_k \neq 0 \quad \text{for some values of } k$$

وان صيغة احصاء الاختبار تكون :

$$LB(r) = T(T+2) \sum_{k=1}^r \frac{\hat{\rho}_k^2}{T-k} \sim \chi_{r-(p+q)}^2 \quad \dots\dots\dots (18)$$

إذ أن :

تمثل عدد مشاهدات السلاسل الزمنية . T:

تمثل عدد الإزاحات للارتباط الذاتي . r:

تمثل مقدرات مربعات معاملات الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي للانموذج . $\hat{\rho}_k^2$:

وتقارن قيمة أحصاء $(LB(r))$ مع القيمة الجدولية لتوزيع مربع كاي بدرجة حرية $(r - (p + q))$ عند مستوى معنوية α , فإذا كانت قيمة أحصاء الاختبار أصغر من القيمة الجدولية لاختبار مربع كاي هذا يعني ان الأخطاء عشوائية وبالتالي يكون النموذج دقيق وملائم لبيانات السلسلة المدروسة .

3.2 الشوارد في السلاسل الزمنية:

1.3.2 الشوارد في الانموذج ARMA:

تأخذ القيم الشاردة في السلاسل الزمنية أشكالاً عديدة . وعلى فرض ان هذه السلسلة مطابقة لانموذج ARMA فيمكن تصنيف القيم الشاردة على النحو الاتي(5):

1. الشوارد المضافة: (Additive Outliers) :

أن الشوارد المضافة (AO) هو تغير خارجي لملاحظة منفردة للسلسلة الزمنية , وعادة ما ترتبط مع حوادث معزولة مثل أثار أخطاء القياس لأسباب خارجية .

على فرض أن السلسلة $\{y_t\}$ متأثرة بوجود الشوارد من نوع (AO) عند النقطة $t=k$ تكون كما يأتي:

$$y_t = z_t + \omega \delta_t^k, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad \dots\dots\dots (19)$$

أذ أن

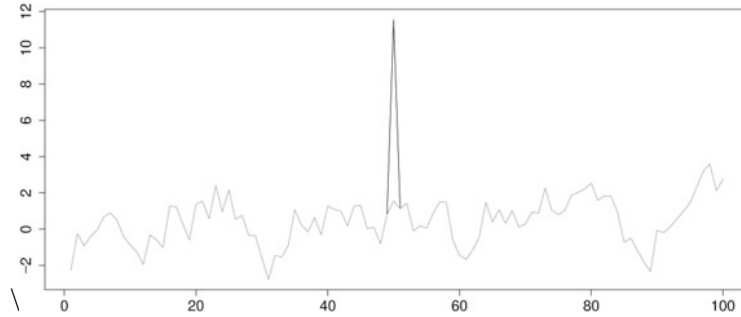
$$Z_t = \frac{\theta(L)}{\phi(L)} a_t$$

$\{z_t\}$ تتبع انموذج (ARIMA) بالصيغة :

ω : حجم الشوارد (Outliers size)

δ_t^k : متغير المؤشر (Indicator Variable) بحيث أن :

$$\delta_t^k = \begin{cases} 1 & \text{if } t = k \\ 0 & \text{if } t \neq k \end{cases} \quad \dots\dots\dots (20)$$



الشكل (1.2) يمثل السلسلة المستقرة مع وبدون الشوارد من نوع (AO) (5)

2. الشوارد النمطية: (Innovative Outliers):
أن الشوارد النمطية (IO) هو تغير داخلي لملاحظة منفردة للسلسلة الزمنية , وعادة ما ترتبط مع حوادث معزولة مثل أثار الاسباب الداخلية .

على فرض أن السلسلة $\{y_t\}$ متأثرة بوجود الشوارد من نوع (IO) عند النقطة $t=k$ تكون كما يأتي:

$$\epsilon_t = \alpha_t + \omega \delta_t^k$$

أذ أن

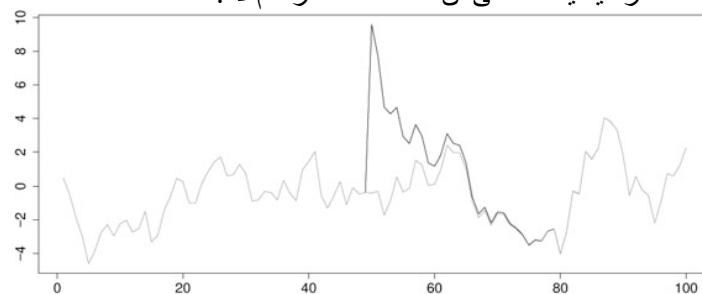
α_t : تمثل التشويش الابيض للسلسلة الخالية من الشوارد z_t .

وبضرب طرفي معادلة (20) بـ $\psi(B)$ ينتج أن

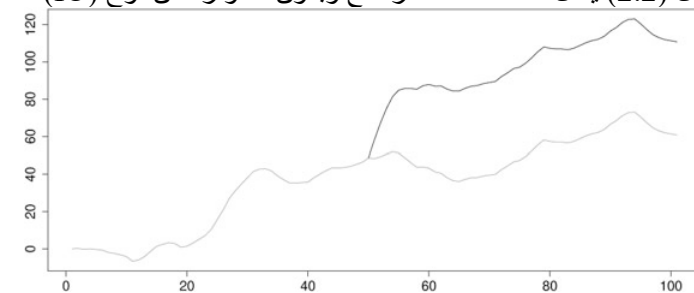
$$y_t = z_t + \psi(B)\omega \delta_t^k$$

(21)

أن تأثير (IO) على السلسلة الزمنية يعتمد على أن السلسلة مستقرة أم لا .



الشكل (2.2) يمثل السلسلة المستقرة مع وبدون الشوارد من نوع (IO) (5)



الشكل (3.2) يمثل السلسلة غير المستقرة مع وبدون الشوارد من نوع (IO) (5)

3. تحول المستوى: (Level Shift):

أن تحول المستوى (LS) هو تغير في مستوى المتوسط للسلسلة الزمنية بدءاً من $t=k$ ويستمر لحين نهاية الفترات المشاهدة . وعليه أن السلسلة $\{y_t\}$ متأثرة بوجود (LS) عند $t=k$ تكون معطاة كما يأتي:

$$y_t = z_t + \omega v_t^k$$

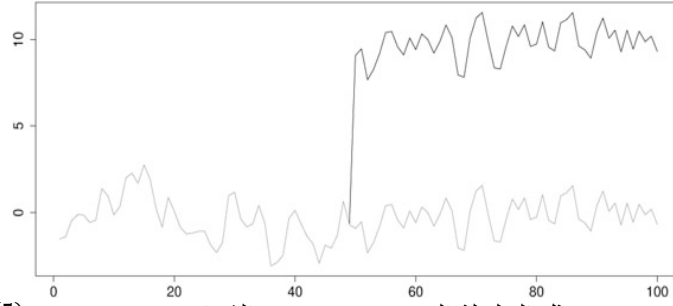
(22)

أذ أن $v_t^k = (1 - B)^{-1} \delta_t^k$ تدعى بدالة الخطوة (Step Function) أذ يلاحظ أن (LS) تؤثر بشكل متسلسل على التشويش وكما يأتي :

$$\epsilon_t = \alpha_t + \pi(B)\omega v_t^k$$

(23)

كما أن تأثير (LS) يكون مقارب لتأثير (IO) في السلاسل الزمنية غير المستقرة .



الشكل (4.2) يمثل السلسلة المستقرة مع وبدون الشوارد من نوع (LS) (5)

4. التغيرات المؤقتة: (Temporary Changes) :

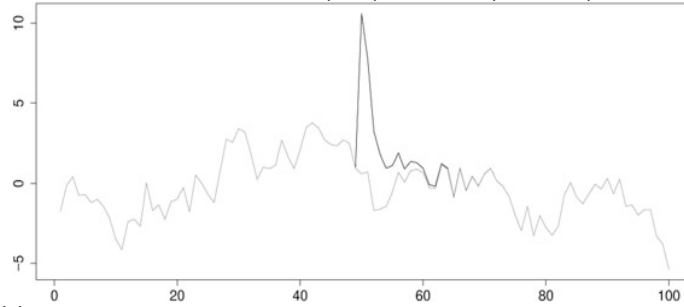
أن التغير المؤقت (TC) هو التغير الذي يتناقص بشكل أسي . فعليه السلسلة $\{y_t\}$ المتأثرة بوجود (TC) عند النقطة $t=k$ تكون معطاه بالشكل الاتي :

$$y_t = z_t + \frac{1}{1-sB} \omega \delta_t^k \quad \dots\dots\dots (24)$$

أذ أن s معلمة التناقص الاسي بحيث أن $0 < s < 1$. فإذا كانت s تميل الى الصفر فإن (TC) تنتقلص الى (AO) , بينما اذا كانت s تميل الى (1) فإن (TC) تنتقلص الى (LS) . وعند وجود (TC) فإن الاخطاء (التشويش) تكون كما يأتي :

$$\epsilon_t = \alpha_t + \frac{\pi(B)}{1-sB} \omega \delta_t^k \quad \dots\dots\dots (25)$$

وإذا كانت $\pi(B)$ تقترب من $(1 - sB)$ فإن تأثير (TC) على الاخطاء يكون قريباً جداً من (IO) .



الشكل (5.2) يمثل السلسلة المستقرة مع وبدون الشوارد من نوع (TC) (5)

2.3.2 الكشف عن الشوارد في نماذج ARMA :

تعد عملية الكشف عن الشوارد وتحديد نوعها من المراحل الأكثر أهمية بسبب تأثيراتها السلبية على مقدرات معلمات الانموذج الملائم . ومن الاختبارات المهمة في هذا المجال هو اختبار نسبة الامكان (Likelihood Ratio Test) . ويتلخص هذا الاختبار بما يأتي (7):

على فرض وجود مشاهدة شاردة منفردة , فإن الانموذج ARMA لسلسلة $\{y_t\}$ يمكن كتابته على النحو الاتي :

$$\pi^{-1}(L)y_t = \pi^{-1}(L)Z_t + \psi(L) \omega \delta_t^k + \epsilon_t \quad \dots\dots\dots (26)$$

اذ ان :

$$\phi(L)y_t = \theta(L)e_t$$

$$\phi(L)Z_t = \theta(L)e_t$$

$\psi(L)$: الوزن المرافق للقيمة الشاردة (ω) .

δ_t^k : دالة الموجه (معرف سابقاً) .

ϵ_t : متسلسلة متغيرات عشوائية مستقلة بمتوسط (صفر) وتباين (1) .

e_t : تمثل عملية التشويش الابيض بمتوسط (صفر) وتباين (σ_e^2) .

وباستخدام المربعات الصغرى يمكن تقدير القيمة الشاردة (ω) وكماياتي :

(i) حالة الشوارد المضافة AO :

$$\hat{\omega}_{AO} = \pi^{-1}(L)e_t \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\text{var}(\hat{\omega}_{AO}) = \pi^{-2}(L)\sigma_e^2 \quad \dots\dots\dots (28)$$

(ii) حالة الشوارد النمطية IO :

$$\hat{\omega}_{IO} = e_t \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\text{var}(\hat{\omega}_{IO}) = \sigma_{e_t}^2 \quad \dots\dots\dots (30)$$

(iii) حالة تحول المستوى LS :

$$\hat{\omega}_{LS} = (1 - L)^{-1} \pi^{-1}(L) e_t \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\text{var}(\hat{\omega}_{LS}) = (1 - L)^{-2} \pi^{-2}(L) \sigma_{e_t}^2 \quad \dots\dots\dots (32)$$

(iv) حالة التغيرات المؤقتة TC :

$$\hat{\omega}_{TC} = (1 - \delta L) \pi^{-1}(L) e_t \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$\text{var}(\hat{\omega}_{TC}) = (1 - L)^2 \pi^{-2}(L) \sigma_{e_t}^2 \quad \dots\dots\dots (34)$$

وبالتالي يمكن تكوين احصاء الاختبار للتحري عن وجود الشوارد عند النقطة $t=T$ لاختبار فرضية العدم التي تنص على عدم وجود قيمة شاردة عند النقطة $t=T$ تحت افتراض ان معلمات السلسلة والنقاط الزمنية التي تظهر فيها الشوارد تكون معلومة .

على فرض ان احصاء اختبار نسبة الامكان تتبع التوزيع الطبيعي اي ان $\lambda_{(.)T} \sim N(0, \sigma^2)$. فان احصاء الاختبار للشوارد المذكورة تكون على النحو الاتي :

(i) في حالة وجود AO :

$$\lambda_{AO} = \frac{\hat{\omega}_{AO}}{\pi^{-1}(L) \sigma_{e_t}} \quad \dots\dots\dots (35)$$

(ii) في حالة وجود IO :

$$\lambda_{IO} = \frac{\hat{\omega}_{IO}}{\sigma_{e_t}} \quad \dots\dots\dots (36)$$

(iii) في حالة وجود LS :

$$\lambda_{LS} = \frac{\hat{\omega}_{LS}}{(1-L) \pi^{-1}(L) \sigma_{e_t}} \quad \dots\dots\dots (37)$$

(iv) في حالة وجود TC :

$$\lambda_{TC} = \frac{\hat{\omega}_{TC}}{(1-\delta L)^{-1} \pi^{-1}(L) \sigma_{e_t}} \quad \dots\dots\dots (38)$$

وللكشف عن وجود الشوارد عند النقطة (T) , ينبغي ان تكون الاحصاء $\lambda_{(.)T}$ معنوية اكبر من القيمة الحرجة التي يتم اختيارها , فعلى سبيل المثال اذا كانت $\lambda_{AO,T}$ معنوية واكبر من $\lambda_{LS,T}$, $\lambda_{IO,T}$, $\lambda_{TC,T}$, فان ذلك يشير الى وجود قيمة شاردة من نوع (AO) .

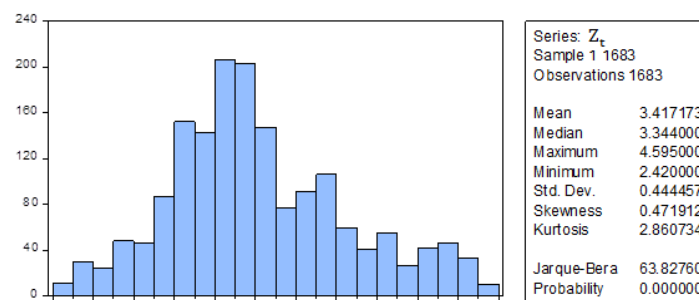
3- الجانب العملي :

يتم في هذا الجانب تطبيق لما ورد في الجانب النظري سابقاً من تحليل بيانات سلسلة أسعار النحاس اليومية العالمية وبناء الانموذج الملائم للبيانات الاصلية واختبار السلسلة من حيث احتوائها على قيم شاردة واستخدام اساليب الكشف عنها وتشخيص نوعها .

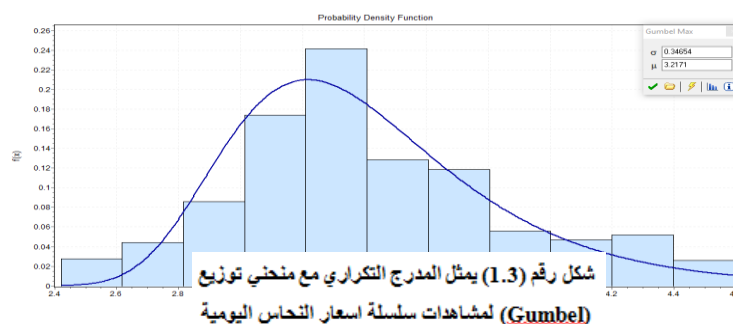
1.3 وصف البيانات :

تم التطبيق على مشاهدات تمثل الحد الأدنى لسعر اغلاق مادة النحاس العالمية اليومية وان البيانات اخذت من الموقع الالكتروني (Investing.com) . بواقع (1683) مشاهدة يومية المذكورة في الملحق جدول رقم (1م) . وباستخدام برنامج (Eviews 10) للحصول على الاحصاء الوصفي للسلسلة وبيان طبيعة توزيعها .

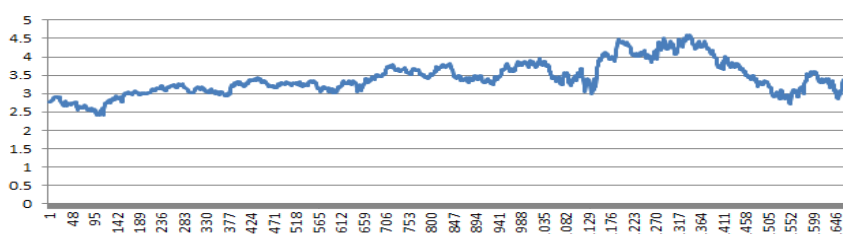
جدول رقم (1.3) يمثل الاحصاء الوصفي مع اختبار (Jarque-Bera) لسلسلة أسعار النحاس اليومية



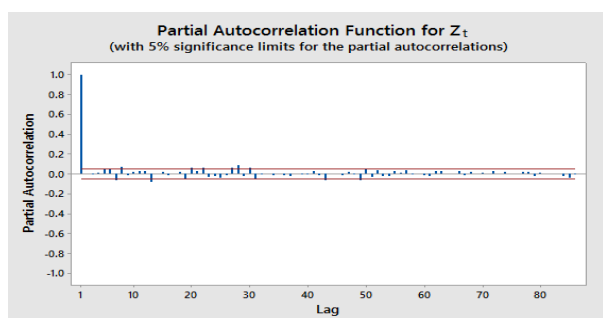
يتبين من الجدول (1.3) أن قيمة اختبار (Jarque-Bera) مساوية إلى (63.8276) التي تشير إلى أن السلسلة الزمنية المدروسة لا تتبع التوزيع الطبيعي عند مستوى معنوية (0.05). فضلاً عن ذلك فإن معامل التفرطح يساوي (2.860734)، وهو يختلف قليلاً عن معامل التفرطح للتوزيع الطبيعي الذي يكون مساوياً إلى (3)، ومعامل الالتواء تساوي (0.471912)، وهي قيمة موجبة تدل على أن توزيع السلسلة $\{Z_t\}$ له ذيل طويل من جهة اليمين. ثم تم رسم المدرج التكراري مع منحنى توزيع كامبل (Gumbel Distribution) بمتوسط ($\mu = 3.2171$) وانحراف معياري ($\sigma = 0.34654$) باستخدام البرنامج الجاهز (Easyfit 5.6) كما موضح بالشكل (1.3).



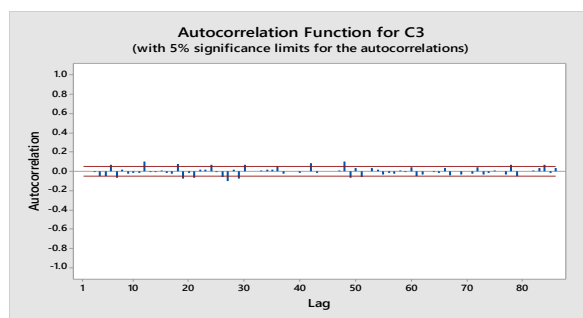
ولمعرفة سلوك السلسلة الزمنية تم رسم مشاهداتها باستخدام برنامج Microsoft Excel 2010 كما في الشكل رقم (3.3).



ويلاحظ الشكل السلسلة تذبذب حول المتوسط مع وجود تقلبات ضعيفة في قيم السلسلة حيث تميل بالارتفاع بدءاً بالملاحظة ذات التسلسل (1176) ثم تنخفض تدريجياً انتهاءً بالملاحظة ذات التسلسل (1355). وللتأكد من استقرارية السلسلة من دعمها تم رسم دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) كما في الشكلين (4.3) و (5.3).



شكل رقم (5.3) يبين رسم معاملات (PACF) لسلسلة
اسعار النحاس اليومية العالمية



شكل رقم (4.3) يبين رسم معاملات (ACF) لسلسلة
اسعار النحاس اليومية العالمية

يلاحظ من الشكل (3.3) ان السلسلة تتذبذب حول المتوسط , ومن الشكل (4.3) ان السلسلة مستقرة في المتوسط أذ ان معاملات الارتباط الذاتي متذبذبة داخل وخارج حدود الثقة .
2.3 بناء الانموذج ARMA(p,q) :

ان اهم مراحل بناء هذا الانموذج لسلسلة اسعار النحاس اليومية هي مرحلة تحديد رتبة الانموذج ARMA(p,q) . ولتحديد هذه الرتبة فقد لوحظ ان سلوك دالتي الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي الموضحان في الشكلين (4.3) و (5.3) لا تتوافقان مع السلوك النظري لنماذج (Box-Jenkins) . وعليه تم توفيق مجموعة من النماذج المقترحة بالاعتماد على مشاهدات السلسلة الاصلية , ومن اختيار الانموذج الملائم بحساب المعايير (Log Likelihood) (AIC , BIC , MSE , Eviews) . والجدول رقم (2.3) يبين النتائج التي تم الحصول عليها باستخدام البرنامج (10) .

جدول رقم (2.3) يبين مطابقة مجموعة مقترحة لنماذج ARMA لسلسلة اسعار النحاس اليومية

Model	LogL	AIC*	BIC	MSE
ARMA(1, 0)	8217.86900	-9.751579	-9.78279	0.0023060
ARMA(2, 0)	8193.570223	-9.732110	-9.719208	0.0023881
ARMA(1, 1)	8193.539549	-9.732073	-9.719172	0.0023072
ARMA(0, 2)	5146.147858	-6.110693	-6.097791	0.0023132
ARMA(0, 1)	4392.845499	-5.216691	-5.207015	0.0023106
ARMA(1, 2)	8194.190495	-9.731658	-9.715531	0.0023085
ARMA(2, 1)	8207.266436	-9.747197	-9.731070	0.0023076
ARMA(2, 2)	8211.433205	-9.750960	-9.731608	0.0023084

ومن خلال الجدول رقم (2.3) يتبين أن الانموذج الملائم هو ARIMA(1,0,0) الذي يكافئ الانموذج AR(1) , حيث اعطى هذا الانموذج اقل المعايير (AIC , BIC , MSE) بالمقارنة مع معايير النماذج الاخرى . وكانت الصيغة التقديرية للانموذج على النحو الاتي :

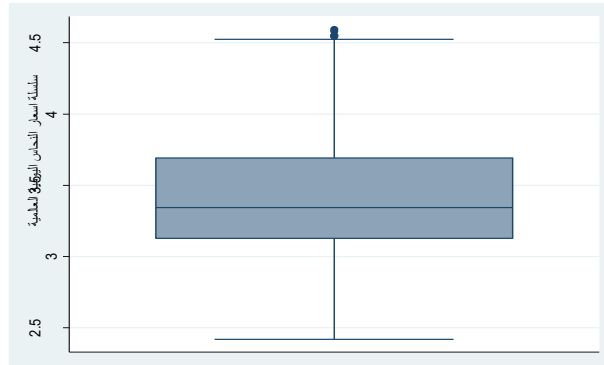
$$Z_t = 0.0167 + 0.9051 Z_{t-1} + a_t$$

(14.32) (378.51)

حيث كانت قيمة متوسط مربعات الخطأ للانموذج مساوية الى (MSE = 0.002306) . وان القيم بين الاقواس تمثل قيم (t) المحسوبة .

وبعد الانتهاء من مرحلة تحديد وتقدير الانموذج , ينبغي فحص ملائمة الانموذج وذلك من خلال دراسة سلوك سلسلة البواقي الناتجة عن مطابقة الانموذج AR(1) .
2.3.3 كشف وتشخيص القيم شاردة :

بعد ان تم تحديد وتقدير الانموذج $AR(1)$ كأنموذج ملائم لسلسلة اسعار النحاس اليومية وايجاد سلسلة البواقي (a_t) كما ذكر انفاً . فقد تم استخدام الرسم (Boxplot) للتحري عن وجود قيم شاردة من عدمها في سلسلة الاسعار بشكل عام . حيث استخدم اولاً الرسم المذكور لفحص وجود القيم الشاردة في الانموذج المقدر $AR(1)$ الذي يمثل معادلة المتوسط كما في الشكل رقم (6.3) .



شكل رقم (6.3) يمثل الرسم (Boxplot) لسلسلة اسعار النحاس اليومية العالمية حيث يظهر من خلال الشكل (6.3) وجود (5) قيم مرشحة ان تكون شاردة تحمل النقاط الزمنية (1336, 1337, 1342, 1343, 1344) . ولاختبار النقاط المذكورة تم استخدام اختبار نسبة الامكان للكشف عن الشوارد في الانموذج $ARMA$ باستخدام الصيغ (35) ولغاية (38) كما في الجدول رقم (3.3) .

Lag	ACF	Lag	ACF	Lag	ACF	Lag	ACF	Lag	ACF
1	-0.002983	11	-0.019600	21	-0.064731	31	0.001628	41	-0.002415
2	0.006021	12	0.098469	22	0.018728	32	-0.001488	42	0.087751
3	-0.012650	13	-0.011592	23	0.016678	33	0.009871	43	-0.013332
4	-0.048157	14	-0.010260	24	0.070145	34	0.018707	44	-0.004226
5	-0.047608	15	0.012570	25	-0.011033	35	0.013973	45	0.000249
6	0.069669	16	-0.013531	26	-0.062064	36	0.052615	46	-0.007812
7	-0.070585	17	-0.026230	27	-0.099403	37	-0.024196	47	0.008741
8	0.020749	18	0.075671	28	0.020080	38	-0.005315	48	0.102911
9	-0.023433	19	-0.075763	29	-0.080296	39	-0.006925	49	-0.066500
10	-0.017322	20	-0.021097	30	0.071573	40	-0.012747	50	0.031769

جدول رقم (3.3) يوضح نتائج اختبار نسبة الامكان للكشف عن الشوارد في الانموذج $ARMA$

Timing	$\hat{\omega}_{AO}$	λ_{AO}	$\hat{\omega}_{LO}$	λ_{LO}	$\hat{\omega}_{LS}$	λ_{LS}	$\hat{\omega}_{TC}$	λ_{TC}
1336	0.0715	1.4894	0.0715	1.4895	0.0060	0.1250	0.0388	0.8080
1337	-0.0455	-0.9467	-0.0455	-0.9468	-0.1170	-2.4366	-0.0812	-1.6910
1342	0.0325	0.6773	0.0325	0.6773	0.0178	0.3707	0.0254	0.5290
1343	0.0415	0.8648	0.0415	0.8648	0.0090	0.1874	0.0253	0.5269
1344	-0.0315	-0.6552	-0.0315	-0.6552	-0.0937	-2.0134	-0.0522	-1.0871

ويظهر من خلال الجدول (3.3) ان قيمة $\lambda_{C,T}$ للنقاط الزمنية (1336, 1342, 1343) كانت غير معنوية بمستوى (0.05) . فيما كانت قيمة λ_{LS} للنقطة (1344) معنوية اكبر من القيمة الحرجة (1.645) بمستوى (0.05) , وبذلك فإن قيمة هذه النقطة تعد شاردة من نوع (LS) . اما بالنسبة للنقطة الزمنية (1337) , فقد ظهر ان قيمة كل من λ_{LS} و λ_{TC} معنوية عند مستوى (0.05) . ونظراً لكون $\lambda_{LS} > \lambda_{TC}$ فان قيمة النقطة الزمنية (1337) تعد قيمة شاردة من نوع (LS) .

3.3.3 فحص ملائمة الانموذج :

بعد الانتهاء من تشخيص الانموذج الملائم وتحديد درجته وتقدير معالمه لسلسلة اسعار النحاس اليومية العالمية لابد من التأكد من دقة ملائمة الانموذج , وذلك من خلال تطبيق اختبار (Ljung-Box-test) الموضح في الجانب النظري لاختبار المعنوية الاحصائية للارتباطات الذاتية للبواقي (الخطاء) الناتجة من مطابقة الانموذج $AR(1)$. من خلال استخدام برنامج (Minitab 18) تم الحصول على النتائج الاتية :

جدول رقم (4.3) يمثل نتائج اختبار (Ljung-Box-test) للبواقي الناتجة من مطابقة الانموذج $AR(1)$

يبين الجدول (4.3) معاملات الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي ولمجموعة , حيث درست (50) ازاخة وكانت قيمة احصاءة (Ljung-Box-test) الموضحة بالصيغة (18) مساوية الى (63.52) وبمقارنتها مع القيمة الجدولية لمربع كاي بدرجة حرية (49) وبمستوى معنوية (0.05) والتي تساوي (67.50) , تبين ان سلسلة البواقي عشوائية ومستقلة . وبالتالي فإن الانموذج $AR(1)$ يكون ملائم لتمثيل سلسلة اسعار النحاس اليومية العالمية .

4- الاستنتاجات :

من خلال ما ورد في البحث تم التوصل الى جملة من الاستنتاجات فيما يلي نصها :

1. من خلال الجدول (1.3) تبين ان سلسلة سعر الاغلاق لمادة النحاس اليومية العالمية $\{Z_t\}$ تتبع توزيع $Gumbel (\mu = 3.217, \sigma = 0.346)$ وهي قريبة للتوزيع الطبيعي .

2. ان معظم السلاسل الزمنية المالية تكون غير مستقرة , ولكن تبين ان سلسلة اسعار النحاس كانت مستقرة من خلال رسوم السلسلة الاصلية ومعاملات دالة الارتباط الذاتي كما في الشكلين (3.3) و (4.3) على التوالي

3. تبين ان البيانات مطابقة لأنموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الاولى $AR(1)$, بعد توليفة من عدة نماذج $ARMA$ برتب مختلفة من خلال اختيار اقل قيمة لمعايير (AIC, BIC, MSE) واكبر قيمة لـ ($Log(L)$) والموضحة في الجدول (2.3) .

4. وباستخدام الرسم ($Boxplot$) لسلسلة المتوسط $\{Z_t\}$ فقد تبين وجود (5) قيم مرشحة ان تكون شاردة كما في الشكل (6.3) . وبعد اجراء اختبار نسبة الامكان فتبين ان مشاهدتين فقط عند النقاط الزمنية (1337 , 1334) كانت قيم شاردة من نوع (LS) , والثلاث المتبقية (1366 , 1342 , 1343) لم تعد قيم شاردة طبقاً لنتائج الاختبار كما في الجدول (3.3) .

5- التوصيات :

من خلال ما تقدم في البحث يمكن التوصية بما يأتي :

1. أقترح اجراء دراسة موسعة للانموذج الموسمي $SARMA$ في ظل وجود الشوارد بأنواعها المختلفة وطرائق الكشف عنها .

2. أقترح اجراء مقارنة بين طرائق التقدير البيزية وطريقة الامكان الاعظم في تقدير الانموذج $ARMA$ بوجود الشوارد .

3. أقترح اجراء دراسة معمقة للانموذج الكسري $ARFIMA$ في ظل وجود الشوارد بأنواعها المختلفة وطرائق الكشف عنها .

المصادر :

1. Akaike, H. (1978), "On the likelihood of a time series model". *The Statistician*, VOL. 27, pp 217-235 .
2. Akaike, H. (1979), "A Bayesian extension of the minimum AIC procedure of autoregressive model fitting " . *Biometrika* , Vol. 66, pp 237-242 .
3. Box, G.E.P. and Jenkins J.M. (1976), *Time series analysis: Forecasting and control*. Holden-Day, San Francisco, CA .
4. Francq, C. and Zakoian, J.M. (2004), "Maximum likelihood estimation of pure GARCH and ARMA–GARCH processes". *Bernoulli*, Vol. 10, pp 605-637 .
5. Galeano, P. and Peña, D. (2013), "Finding outliers in linear and nonlinear time series". In *Robustness and Complex Data Structures*, pp 243-260, Springer .
6. Ljung, Greta M. and Box E.P. (1978), "On a measure of lack of fit in time series models". *Biometrika*, Vol. 65, No. 2, pp 297-303 .

7. Lasisi, T.A. and Shangodoyin, D.K (2014), "ARIMA Methods Of Detecting Outliers In Time Series Preiodic Processes ".*International Journal Of Modren Mathematical sciences*, Vol. 11, No. 1, pp 40-48 .

الملحق :

جدول رقم (1م) يمثل سلسلة اسعار النحاس اليومية العالمية

t	value	t	value	t	value	t	value	t	value
1	2.764	44	2.716	87	2.551	130	2.756	173	3.032
2	2.759	45	2.724	88	2.589	131	2.815	174	3.011
3	2.759	46	2.712	89	2.602	132	2.804	175	2.993
4	2.773	47	2.693	90	2.592	133	2.847	176	2.964
5	2.794	48	2.731	91	2.534	134	2.844	177	3.003
6	2.794	49	2.716	92	2.533	135	2.854	178	3.022
7	2.789	50	2.709	93	2.526	136	2.868	179	3.029
8	2.828	51	2.735	94	2.558	137	2.884	180	3.039
9	2.821	52	2.748	95	2.577	138	2.846	181	3.036
10	2.826	53	2.748	96	2.562	139	2.842	182	3.072
11	2.893	54	2.756	97	2.529	140	2.827	183	3.055
12	2.923	55	2.784	98	2.553	141	2.844	184	3.026
13	2.896	56	2.773	99	2.493	142	2.864	185	3.038
14	2.906	57	2.775	100	2.46	143	2.924	186	3.03
15	2.912	58	2.755	101	2.465	144	2.909	187	3.009
16	2.9	59	2.762	102	2.428	145	2.89	188	3.011
17	2.896	60	2.645	103	2.421	146	2.887	189	2.974
18	2.922	61	2.595	104	2.453	147	2.865	190	2.967
19	2.888	62	2.553	105	2.449	148	2.881	191	3.009
20	2.905	63	2.609	106	2.42	149	2.894	192	2.951
21	2.902	64	2.651	107	2.458	150	2.901	193	2.953
22	2.9	65	2.658	108	2.489	151	2.867	194	2.993
23	2.893	66	2.647	109	2.555	152	2.861	195	3.032
24	2.905	67	2.599	110	2.532	153	2.844	196	3.021
25	2.875	68	2.599	111	2.555	154	2.777	197	3.022
26	2.788	69	2.606	112	2.557	155	2.779	198	2.99
27	2.76	70	2.592	113	2.618	156	2.844	199	3.018
28	2.753	71	2.592	114	2.541	157	2.942	200	2.996
29	2.735	72	2.605	115	2.517	158	2.935	201	3.018
30	2.741	73	2.647	116	2.424	159	2.96	202	2.991
31	2.695	74	2.638	117	2.586	160	2.999	203	2.991
32	2.66	75	2.629	118	2.7	161	3.031	204	2.991
33	2.675	76	2.677	119	2.755	162	3.006	205	2.986
34	2.693	77	2.696	120	2.739	163	2.991	206	.0023
35	2.72	78	2.66	121	2.753	164	2.981	207	3.006
36	2.81	79	2.636	122	2.748	165	2.986	208	3.013
37	2.755	80	2.616	123	2.756	166	3.013	209	3.014
38	2.715	81	2.565	124	2.744	167	3.039	210	3.028
39	2.668	82	2.561	125	2.809	168	2.985	211	3.019
40	2.677	83	2.592	126	2.801	169	2.982	212	3.023
41	2.712	84	2.575	127	2.81	170	3.018	213	3.029
42	2.733	85	2.578	128	2.816	171	2.99	214	3.03
43	2.721	86	2.564	129	2.813	172	2.756	215	3.081
t	value	t	value	t	value	t	value	t	value
216	3.071	261	3.231	306	3.078	351	3.039	396	3.325
217	3.09	262	3.243	307	3.091	352	3.059	397	3.329
218	3.13	263	3.227	308	3.142	353	3.059	398	3.274
219	3.082	264	3.205	309	3.155	354	3.037	399	3.254
220	3.065	265	3.193	310	3.133	355	3.06	400	3.31
221	3.072	266	3.194	311	3.135	356	005.3	401	3.265
222	3.079	267	3.168	312	3.148	357	2.977	402	3.288
223	3.062	268	3.181	313	3.18	358	3.035	403	3.26
224	3.092	269	3.162	314	3.18	359	3.037	404	3.26
225	3.092	270	3.194	315	3.165	360	3.058	405	3.243
226	3.163	271	3.2	316	3.164	361	3.045	406	3.264
227	3.169	272	3.217	317	3.165	362	3.043	407	3.229
228	3.143	273	3.236	318	3.13	363	3.042	408	3.211
229	3.127	274	3.273	319	3.107	364	3.025	409	3.215
230	3.126	275	3.239	320	3.143	365	3.006	410	3.192
231	3.14	276	3.224	321	3.173	366	3.003	411	3.19
232	3.14	277	3.236	322	3.143	367	2.993	412	3.21
233	3.157	278	3.237	323	3.155	368	2.984	413	3.221
234	3.146	279	3.224	324	3.159	369	2.946	414	3.261
235	3.143	280	3.264	325	3.14	370	2.972	415	3.28
236	3.186	281	3.26	326	3.139	371	2.955	416	3.287
237	3.205	282	3.235	327	3.109	372	2.928	417	3.261
238	3.216	283	3.174	328	3.085	373	2.989	418	3.299
239	3.188	284	3.184	329	3.079	374	2.981	419	3.319

240	3.171	285	3.147	330	3.05	375	2.93	420	3.365
241	3.113	286	3.164	331	3.036	376	2.977	421	3.35
242	3.095	287	3.147	332	3.068	377	2.971	422	3.333
243	3.101	288	3.151	333	3.067	378	2.988	423	3.341
244	3.099	289	3.13	334	3.063	379	3.026	424	3.372
245	3.088	290	3.143	335	3.03	380	3.09	425	3.376
246	3.08	291	3.143	336	3.013	381	2.996	426	3.361
247	3.11	292	3.107	337	3.021	382	3.147	427	3.375
248	3.142	293	3.07	338	3.068	383	3.247	428	3.37
249	3.164	294	3.052	339	3.11	384	3.249	429	3.345
250	3.18	295	3.055	340	3.088	385	3.213	430	3.368
251	3.157	296	3.044	341	3.119	386	3.208	431	3.345
252	3.166	297	3.046	342	3.09	387	3.173	432	3.389
253	3.155	298	3.024	343	3.063	388	3.227	433	3.397
254	3.195	299	3.029	344	3.061	389	3.225	434	3.384
255	3.198	300	3.015	345	3.058	390	3.268	435	3.349
256	3.214	301	3.033	346	3.035	391	3.305	436	3.394
257	3.208	302	3.029	347	3.048	392	3.276	437	3.423
258	3.22	303	3.031	348	3.019	393	3.257	438	3.395
259	3.2	304	3.049	349	2.998	394	3.319	439	3.405
260	3.21	305	3.038	350	3.066	395	3.314	440	3.416
t	value	t	value	t	value	t	value	t	value
441	3.382	486	3.239	531	3.195	576	3.176	621	3.265
442	3.416	487	3.247	532	3.195	577	3.187	622	3.258
443	3.42	488	3.299	533	3.255	578	3.145	623	3.272
444	3.357	489	3.291	534	3.259	579	3.143	624	3.297
445	3.344	490	3.291	535	3.257	580	3.132	625	3.283
446	3.303	491	3.273	536	3.259	581	3.125	626	3.291
447	3.338	492	3.281	537	3.24	582	3.156	627	3.281
448	3.32	493	3.261	538	3.219	583	3.141	628	3.266
449	3.35	494	3.265	539	3.224	584	3.144	629	3.364
450	3.36	495	3.24	540	3.239	585	3.155	630	3.333
451	3.356	496	3.245	541	3.246	586	3.134	631	3.29
452	3.304	497	3.259	542	3.246	587	3.048	632	3.273
453	3.318	498	3.31	543	3.208	588	3.039	633	3.283
454	3.322	499	3.288	544	3.233	589	3.076	634	3.239
455	3.301	500	3.291	545	3.307	590	3.07	635	3.236
456	3.288	501	3.284	546	3.329	591	3.066	636	3.282
457	3.26	502	3.276	547	3.311	592	3.141	637	3.345
458	3.247	503	3.26	548	3.353	593	3.138	638	3.361
459	3.264	504	3.282	549	3.34	594	3.127	639	3.324
460	3.242	505	3.292	550	3.33	595	3.032	640	3.318
461	3.2	506	3.252	551	3.295	596	3.036	641	3.302
462	3.195	507	3.229	552	3.32	597	3.008	642	3.265
463	3.204	508	3.213	553	3.329	598	3.035	643	3.291
464	3.202	509	3.217	554	3.363	599	3.038	644	3.291
465	3.204	510	3.281	555	3.348	600	3.025	645	3.143
466	3.185	511	3.267	556	3.301	601	3.006	646	3.071
467	3.186	512	3.293	557	3.311	602	3.09	647	3.051
468	3.221	513	3.264	558	3.309	603	3.045	648	3.178
469	3.225	514	3.257	559	3.295	604	3.045	649	3.151
470	3.22	515	3.268	560	3.3	605	3.129	650	3.163
471	3.219	516	3.255	561	3.264	606	3.152	651	3.228
472	3.18	517	3.293	562	3.248	607	3.19	652	3.228
473	3.151	518	3.294	563	3.139	608	3.194	653	3.15
474	3.159	519	3.299	564	3.168	609	3.192	654	3.068
475	3.155	520	3.303	565	3.148	610	3.17	655	3.121
476	3.166	521	3.273	566	3.17	611	3.18	656	3.127
477	3.156	522	3.248	567	3.142	612	3.177	657	3.148
478	3.147	523	3.283	568	3.135	613	3.219	658	3.148
479	3.163	524	3.298	569	3.067	614	3.204	659	3.194
480	3.221	525	3.308	570	3.037	615	3.255	660	3.275
481	3.249	526	3.325	571	3.102	616	3.305	661	3.243
482	3.26	527	3.22	572	3.088	617	3.357	662	3.334
483	3.23	528	3.221	573	3.107	618	3.327	663	3.333
484	3.232	529	3.215	574	3.154	619	3.295	664	3.401
485	3.22	530	3.237	575	3.172	620	3.284	665	3.411
t	value	t	value	t	value	t	value	t	value
666	3.395	711	3.73	756	3.542	801	3.547	846	3.65
667	3.357	712	3.73	757	3.562	802	3.519	847	3.641
668	3.342	713	3.731	758	3.529	803	3.498	848	3.526
669	3.333	714	3.71	759	3.518	804	3.495	849	3.499
670	3.301	715	3.756	760	3.59	805	3.541	850	3.45
671	3.32	716	3.752	761	3.63	806	3.541	851	3.429
672	3.355	717	3.717	762	3.634	807	3.555	852	3.433
673	3.351	718	3.732	763	3.68	808	3.562	853	3.444
674	3.359	719	3.752	764	3.657	809	3.57	854	3.405
675	3.393	720	3.767	765	3.643	810	3.619	855	3.425

676	3.416	721	3.783	766	3.663	811	3.612	856	3.433
677	3.445	722	3.731	767	3.669	812	3.64	857	3.46
678	3.43	723	3.723	768	3.643	813	3.732	858	3.477
679	3.467	724	3.694	769	3.663	814	3.717	859	3.487
680	3.442	725	3.646	770	3.626	815	3.705	860	3.482
681	3.416	726	3.634	771	3.619	816	3.67	861	3.495
682	3.386	727	3.656	772	3.634	817	3.647	862	3.454
683	3.381	728	3.634	773	3.618	818	3.701	863	3.44
684	3.4	729	3.652	774	3.625	819	3.705	864	3.36
685	3.48	730	3.668	775	3.643	820	3.709	865	3.417
686	3.505	731	3.654	776	3.568	821	3.719	866	3.406
687	3.5	732	3.662	777	3.524	822	3.724	867	3.365
688	3.514	733	3.673	778	3.51	823	3.753	868	3.341
689	3.49	734	3.652	779	3.53	824	3.767	869	3.353
690	3.465	735	3.632	780	3.526	825	3.784	870	3.357
691	3.495	736	3.591	781	3.534	826	3.77	871	3.397
692	3.485	737	3.597	782	3.53	827	3.789	872	3.381
693	3.478	738	3.624	783	3.498	828	3.753	873	3.417
694	3.47	739	3.659	784	3.489	829	3.73	874	3.414
695	3.497	740	3.643	785	3.511	830	3.745	875	3.44
696	3.468	741	3.657	786	3.5	831	3.714	876	3.352
697	3.501	742	3.654	787	3.452	832	3.711	877	3.358
698	3.454	743	3.652	788	3.446	833	3.74	878	3.317
699	3.525	744	3.643	789	3.455	834	3.736	879	3.298
700	3.543	745	3.701	790	3.447	835	3.765	880	3.35
701	3.517	746	3.671	791	3.44	836	3.79	881	3.421
702	3.523	747	3.679	792	3.454	837	3.757	882	3.406
703	3.552	748	3.64	793	3.446	838	3.804	883	3.426
704	3.531	749	3.643	794	3.406	839	3.765	884	3.411
705	3.546	750	3.572	795	3.437	840	3.762	885	3.375
706	3.597	751	3.583	796	3.433	841	3.813	886	3.361
707	3.65	752	3.575	797	3.482	842	3.749	887	3.353
708	3.679	753	3.582	798	3.451	843	3.688	888	3.348
709	3.741	754	3.564	799	3.477	844	3.688	889	3.426
710	3.721	755	3.561	800	3.483	845	3.668	890	3.423
t	value	t	value	t	value	t	value	t	value
891	3.49	936	3.458	981	3.786	1026	3.875	1071	3.337
892	3.439	937	3.449	982	3.88	1027	3.847	1072	3.279
893	3.432	938	3.443	983	3.838	1028	3.954	1073	3.343
894	3.47	939	3.419	984	3.849	1029	3.902	1074	3.288
895	3.497	940	3.392	985	3.82	1030	3.802	1075	3.25
896	3.44	941	3.464	986	3.764	1031	3.833	1076	3.252
897	3.384	942	3.446	987	3.791	1032	3.884	1077	3.38
898	3.389	943	3.436	988	3.862	1033	3.791	1078	3.438
899	3.381	944	3.445	989	3.822	1034	3.77	1079	3.562
900	3.4	945	3.464	990	3.804	1035	3.782	1080	3.472
901	3.407	946	3.459	991	3.768	1036	3.784	1081	3.475
902	3.402	947	3.49	992	3.76	1037	3.803	1082	3.517
903	3.468	948	3.517	993	3.836	1038	3.878	1083	3.514
904	3.498	949	3.644	994	3.812	1039	3.872	1084	3.538
905	3.46	950	3.63	995	3.857	1040	3.881	1085	3.585
906	3.446	951	3.661	996	3.874	1041	3.764	1086	3.52
907	3.489	952	3.616	997	3.868	1042	3.752	1087	3.506
908	3.328	953	3.67	998	3.82	1043	3.729	1088	3.296
909	3.312	954	3.676	999	3.826	1044	3.736	1089	3.334
910	3.334	955	3.667	1000	3.856	1045	3.734	1090	3.368
911	3.297	956	3.705	1001	3.815	1046	3.784	1091	3.317
912	3.296	957	3.724	1002	3.84	1047	3.743	1092	3.272
913	3.311	958	3.765	1003	3.785	1048	3.63	1093	3.205
914	3.285	959	3.817	1004	3.769	1049	3.595	1094	3.252
915	3.292	960	3.8	1005	3.709	1050	3.605	1095	3.314
916	3.373	961	3.832	1006	3.728	1051	3.578	1096	3.292
917	3.377	962	3.748	1007	3.829	1052	3.53	1097	3.362
918	3.378	963	3.74	1008	3.902	1053	3.487	1098	3.38
919	3.412	964	3.694	1009	3.888	1054	3.406	1099	3.361
920	3.362	965	3.658	1010	3.841	1055	3.396	1100	3.429
921	3.326	966	3.607	1011	3.8	1056	3.403	1101	3.462
922	3.314	967	3.687	1012	3.859	1057	3.393	1102	3.482
923	3.324	968	3.641	1013	3.831	1058	3.397	1103	3.473
924	3.329	969	3.618	1014	3.861	1059	3.423	1104	3.394
925	3.363	970	3.615	1015	3.865	1060	3.461	1105	3.349
926	3.273	971	3.608	1016	3.826	1061	3.433	1106	3.391
927	3.332	972	3.588	1017	3.826	1062	3.417	1107	3.528
928	3.308	973	3.605	1018	3.752	1063	3.33	1108	3.537
929	3.279	974	3.62	1019	3.725	1064	3.37	1109	3.566
930	3.245	975	3.68	1020	3.756	1065	3.398	1110	3.553
931	3.289	976	3.629	1021	3.702	1066	3.391	1111	3.472
932	3.301	977	3.65	1022	3.733	1067	3.468	1112	3.557

933	3.34	978	3.71	1023	3.792	1068	3.425	1113	3.467
934	3.369	979	3.768	1024	3.786	1069	3.376	1114	3.577
935	3.462	980	3.78	1025	3.83	1070	3.352	1115	3.675
t	value	t	value	t	value	t	value	t	value
1116	3.628	1161	4.01	1206	4.351	1251	4.011	1296	4.21
1117	3.688	1162	4.045	1207	4.364	1252	3.954	1297	4.247
1118	3.487	1163	4.092	1208	4.373	1253	4.073	1298	4.238
1119	3.366	1164	4.072	1209	4.311	1254	4.032	1299	4.305
1120	3.357	1165	4.12	1210	4.329	1255	4.038	1300	4.335
1121	3.213	1166	4.12	1211	4.391	1256	4.016	1301	4.421
1122	3.08	1167	4.096	1212	4.37	1257	3.95	1302	4.4
1123	3.042	1168	4.083	1213	4.337	1258	3.955	1303	4.399
1124	3.216	1169	4.092	1214	4.298	1259	3.96	1304	4.365
1125	3.27	1170	4.057	1215	4.28	1260	3.974	1305	4.268
1126	3.353	1171	4.061	1216	4.292	1261	3.846	1306	4.27
1127	3.411	1172	4.001	1217	4.303	1262	3.894	1307	4.345
1128	3.39	1173	3.947	1218	4.24	1263	4.01	1308	4.294
1129	3.287	1174	3.932	1219	4.194	1264	3.997	1309	4.241
1130	3.3	1175	3.948	1220	4.098	1265	3.974	1310	4.173
1131	3.234	1176	3.965	1221	4.078	1266	3.932	1311	4.07
1132	3.366	1177	3.939	1222	4.048	1267	3.96	1312	4.15
1133	3.277	1178	4.003	1223	4.101	1268	4.114	1313	4.183
1134	3.264	1179	3.962	1224	4.083	1269	4.154	1314	4.079
1135	3.226	1180	3.995	1225	4.032	1270	4.098	1315	4.123
1136	3.02	1181	3.988	1226	4.05	1271	4.133	1316	4.17
1137	3.071	1182	3.986	1227	4.058	1272	4.149	1317	4.248
1138	3.001	1183	3.993	1228	4.02	1273	4.207	1318	4.295
1139	3.086	1184	3.874	1229	4.083	1274	3.935	1319	4.477
1140	3.103	1185	3.93	1230	4.097	1275	4.28	1320	4.458
1141	3.107	1186	3.924	1231	4.055	1276	4.281	1321	4.459
1142	3.297	1187	4.034	1232	4.108	1277	4.407	1322	4.437
1143	3.405	1188	4.082	1233	4.062	1278	4.403	1323	4.431
1144	3.18	1189	4.204	1234	4.022	1279	4.356	1324	4.408
1145	3.303	1190	4.32	1235	4.028	1280	4.266	1325	4.45
1146	3.251	1191	4.376	1236	4.025	1281	4.18	1326	4.32
1147	3.43	1192	4.376	1237	4.047	1282	4.175	1327	4.295
1148	3.692	1193	4.497	1238	4.056	1283	4.259	1328	4.271
1149	3.705	1194	4.41	1239	4.123	1284	4.23	1329	4.308
1150	3.76	1195	4.437	1240	4.12	1285	4.249	1330	4.466
1151	3.901	1196	4.423	1241	4.12	1286	4.277	1331	4.498
1152	3.915	1197	4.431	1242	4.06	1287	4.362	1332	4.495
1153	3.894	1198	4.37	1243	4.043	1288	4.444	1333	4.441
1154	3.878	1199	4.392	1244	4.085	1289	4.509	1334	4.459
1155	3.947	1200	4.375	1245	4.135	1290	4.418	1335	4.524
1156	3.894	1201	4.374	1246	4.136	1291	4.356	1336	4.595
1157	3.972	1202	4.425	1247	4.174	1292	4.235	1337	4.549
1158	3.98	1203	4.409	1248	4.099	1293	4.21	1338	4.48
1159	4.074	1204	4.367	1249	4.08	1294	4.242	1339	4.499
1160	4.058	1205	4.412	1250	4.04	1295	4.256	1340	4.495
t	value	t	value	t	value	t	value	t	value
1341	4.509	1386	4.114	1431	3.845	1476	3.466	1521	2.97
1342	4.541	1387	4.075	1432	3.82	1477	3.458	1522	2.978
1343	4.582	1388	4.094	1433	3.812	1478	3.371	1523	3.05
1344	4.55	1389	4.183	1434	3.775	1479	3.344	1524	3.02
1345	4.509	1390	4.093	1435	3.776	1480	3.379	1525	2.987
1346	4.509	1391	4.096	1436	3.739	1481	3.399	1526	2.938
1347	4.48	1392	4.077	1437	3.723	1482	3.29	1527	2.904
1348	4.34	1393	4.054	1438	3.797	1483	3.284	1528	2.912
1349	4.337	1394	3.982	1439	3.821	1484	3.18	1529	2.927
1350	4.306	1395	3.98	1440	3.8	1485	3.215	1530	2.889
1351	4.34	1396	3.977	1441	3.799	1486	3.28	1531	2.845
1352	4.224	1397	4.000	1442	3.807	1487	3.316	1532	2.857
1353	4.213	1398	3.95	1443	3.725	1488	3.262	1533	2.91
1354	4.322	1399	3.936	1444	3.774	1489	3.3	1534	3.089
1355	4.31	1400	3.788	1445	3.782	1490	3.321	1535	3.087
1356	4.273	1401	3.713	1446	3.66	1491	3.323	1536	2.97
1357	4.23	1402	3.701	1447	3.66	1492	3.28	1537	2.966
1358	4.34	1403	3.731	1448	3.73	1493	3.253	1538	2.92
1359	4.359	1404	3.704	1449	3.645	1494	3.245	1539	2.928
1360	4.367	1405	3.715	1450	3.648	1495	3.257	1540	2.93
1361	4.429	1406	3.763	1451	3.668	1496	3.244	1541	2.941
1362	4.379	1407	3.682	1452	3.674	1497	3.275	1542	2.857
1363	4.341	1408	3.749	1453	3.627	1498	3.344	1543	2.9
1364	4.35	1409	3.835	1454	3.629	1499	3.338	1544	2.96
1365	4.324	1410	3.804	1455	3.57	1500	3.333	1545	2.973
1366	4.253	1411	3.783	1456	3.59	1501	3.32	1546	2.97
1367	4.278	1412	3.668	1457	3.626	1502	3.332	1547	2.923
1368	4.25	1413	3.712	1458	3.6	1503	3.332	1548	2.876

1369	4.309	1414	3.902	1459	3.562	1504	3.32	1549	2.842
1370	4.3	1415	3.852	1460	3.49	1505	3.303	1550	2.763
1371	4.35	1416	3.886	1461	3.478	1506	3.251	1551	2.743
1372	4.415	1417	4.027	1462	3.49	1507	3.228	1552	2.725
1373	4.422	1418	3.947	1463	3.513	1508	3.19	1553	2.781
1374	4.397	1419	3.95	1464	3.489	1509	3.18	1554	2.79
1375	4.335	1420	3.938	1465	3.438	1510	3.17	1555	2.931
1376	4.313	1421	3.957	1466	3.428	1511	3.193	1556	2.971
1377	4.279	1422	3.942	1467	3.421	1512	3.151	1557	3.02
1378	4.22	1423	3.827	1468	3.448	1513	3.05	1558	3.104
1379	4.205	1424	3.776	1469	3.421	1514	3.022	1559	3.101
1380	4.26	1425	3.787	1470	3.391	1515	2.952	1560	3.095
1381	4.21	1426	3.769	1471	3.389	1516	2.926	1561	3.02
1382	4.246	1427	3.749	1472	3.447	1517	2.925	1562	3.072
1383	4.217	1428	3.713	1473	3.42	1518	2.922	1563	3.006
1384	4.183	1429	3.783	1474	3.493	1519	2.99	1564	3.072
1385	4.17	1430	3.768	1475	3.486	1520	2.981	1565	3.084
t	value	t	value	t	value				
1566	2.951	1611	3.417	1656	3.075				
1567	2.9	1612	3.336	1657	2.996				
1568	2.92	1613	3.336	1658	3.034				
1569	2.935	1614	3.317	1659	3.036				
1570	2.91	1615	3.372	1660	3.089				
1571	3.103	1616	3.304	1661	3.28				
1572	3.106	1617	3.352	1662	3.297				
1573	3.169	1618	3.372	1663	3.37				
1574	3.13	1619	3.393	1664	3.33				
1575	3.12	1620	3.309	1665	3.288				
1576	3.171	1621	3.285	1666	3.276				
1577	3.183	1622	3.38	1667	3.334				
1578	3.05	1623	3.356	1668	3.38				
1579	3.047	1624	3.327	1669	3.359				
1580	2.995	1625	3.34	1670	3.358				
1581	3.154	1626	3.345	1671	3.349				
1582	3.26	1627	3.38	1672	3.378				
1583	3.319	1628	3.41	1673	3.312				
1584	3.316	1629	3.358	1674	3.31				
1585	3.345	1630	3.334	1675	3.435				
1586	3.353	1631	3.337	1676	3.421				
1587	3.53	1632	3.277	1677	3.38				
1588	3.533	1633	3.308	1678	3.411				
1589	3.47	1634	3.408	1679	3.433				
1590	3.467	1635	3.188	1680	3.369				
1591	3.485	1636	3.151	1681	3.353				
1592	3.498	1637	3.205	1682	3.346				
1593	3.47	1638	3.211	1683	3.342				
1594	3.514	1639	3.288						
1595	3.49	1640	3.361						
1596	3.563	1641	3.239						
1597	3.593	1642	3.272						
1598	3.54	1643	3.247						
1599	3.549	1644	3.099						
1600	3.602	1645	3.064						
1601	3.58	1646	3.093						
1602	3.538	1647	3.035						
1603	3.58	1648	3.017						
1604	3.602	1649	2.966						
1605	3.6	1650	2.923						
1606	3.576	1651	2.872						
1607	3.542	1652	2.873						
1608	3.514	1653	2.86						
1609	3.498	1654	2.875						
1610	3.459	1655	2.976						