

## المقارنة بين لوحتي السيطرة هوتلنك ( $T^2$ ) والإشارة ( $SN^2$ ) متعددة المتغيرات

أ.د. حمزة اسماعيل شاهين\*

م.أمنية كريم عيسى\*\*

المستخلص

تناول هذا البحث المقارنة بين أداء لوحة السيطرة المعلمية هوتلنك ( $T^2$ ) متعددة المتغيرات ، ولوحة الإشارة ( $SN^2$ ) اللامعلمية متعددة المتغيرات ، وذلك من خلال تنفيذ تجارب المحاكاة في حالتين التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات وتوزيع (t) متعدد المتغيرات وبعتماد حجوم عينات (15 ، 25 ، 50) ، وإجريت المقارنة على أساس معيارين هما التوزيع التقاربي للحدود العليا ومتوسط طول المدى . تم التوصل الى أفضلية لوحة الإشارة اللامعلمية ( $SN^2$ ) في حالة توزيع (t) متعدد المتغيرات ، في حين كانت الأفضلية للوحة هوتلنك ( $T^2$ ) في حالة التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات ، ومن ثم تطبيق نتائج تجارب المحاكاة على بيانات تخص الفحوصات الكيميائية والفيزيائية للمياه الصالحة للشرب في دائرة ماء بغداد / مختبر الكرخ .

### *Comparison of the Heinelink control panels ( $T^2$ ) and the multivariate ( $SN^2$ ) signal*

#### *Abstract*

*This research examined the comparison between the performance of the multivariate parameter control ( $T^2$ ), and the multivariate non-parametric signal panel ( $SN^2$ ), by implementing simulation experiments in the cases of multivariate natural distribution and multivariate (t) distribution and by adopting sample sizes (15, 25, 50), and the comparison was made on the basis of two criteria: convergence distribution for the upper limits and the average range length. The preference of the non-parametric signal plate ( $SN^2$ ) was reached in the case of multivariate (t) distribution, while the preference of the Heinelink board ( $T^2$ ) was in the case of multivariate normal distribution, and then the results of simulation experiments were applied to data related to chemical tests and physical water for drinking water in Baghdad Water Department / Karkh Laboratory.*

#### **1- المقدمة وهدف البحث :**

تعد لوحات السيطرة متعددة المتغيرات ( Multivariate Control Charts ) واحدة من أهم وسائل وأدوات عمليات السيطرة الاحصائية (SPC) ( Statistical Process Control ) على النوعية والتي يمكن من خلالها رصد ومراقبة عدة متغيرات في وقت واحد وتحديد فيما إذا كانت العملية الإنتاجية تحت السيطرة أم خارج نطاق السيطرة . إن منهجية لوحات السيطرة المعلمية متعددة المتغيرات (Multivariate Parametric Control Charts) تستند على إفتراضات محددة وأساسية أهمها إن البيانات المشاهدة تتبع توزيعاً احتمالياً محدداً ولكن من الناحية العملية فإنه من النادر أن تتوقع تحقق هذه الإفتراضات أو إن تنفيذها سوف يكون دقيق ، عندئذ فإن أداء لوحات السيطرة المعلمية متعددة المتغيرات غالباً ما يتدهور من حيث تقديمها نتائج مضللة وإنذارات كاذبة وسوف لا نضمن مراقبة العملية الإنتاجية بشكل جيد والحفاظ عليها بحالة مستقرة ، وفي مثل هذه الحالات يكون البديل الافضل لوحات السيطرة اللامعلمية متعددة المتغيرات (Multivariate Nonparametric Control Charts) . إن أهمية لوحات السيطرة اللامعلمية متعددة المتغيرات تكمن في عدة أمور من أهمها : إن هذه اللوحات لا تحتاج الى أي توزيع احتمالي معلمي للعملية الأساسية ، وإنها أقل تأثراً بالقيم الشاذة ( Outliers ) ، ويمكن أن تستخدم في حالة أحجام العينات الصغيرة بشكل أسرع وأسهل من لوحات السيطرة المعلمية متعددة المتغيرات . تم في هذا البحث المقارنة بين لوحة هوتلنك ( $T^2$ ) ولوحة سيطرة الإشارة ( $SN^2$ )

باستخدام معيارين هما متوسط طول المدى (ARL) (Average Run Length) ، وحدود السيطرة العليا التقريبية من خلال استخدام تجارب المحاكاة عند مستوى معنوية (0.05) .

## 2- لوحة السيطرة هوتلنك ( $T^2$ أو $x^2$ ) Control Chart [1],[2],[3],[7]:

لوحة السيطرة هوتلنك ( $T^2$ ) متعددة المتغيرات التي اقترحها العالم (Hotelling) عام (1947) هي الأكثر شهرة وإستخداماً من بين لوحات السيطرة المعلمية متعددة المتغيرات ، والتي تستخدم لمراقبة التغيرات (الانحرافات) الحاصلة في موجه متوسط العملية عند مراقبة عدة متغيرات في ان واحد وذلك في حالة كون هذه المتغيرات تتبع التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات بموجه متوسط ( $\mu$ ) ومصفوفة تباين مشترك ( $\Sigma$ ) .

وبافتراض إن وجود عينة من المشاهدات بحجم ( $n$ ) ، وتم أخذ ( $p$ ) من القياسات (المتغيرات) لكل مشاهدة ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) ، وبافتراض إن مجموعة البيانات تتبع التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات بموجه متوسطات ( $\mu$ ) ومصفوفة التباين المشترك ( $\Sigma$ ) ، فعندما يكون متوسط المجتمع ( $\mu$ ) ومصفوفة التباين المشترك ( $\Sigma$ ) معلومين فإن إحصاء هوتلنك يمكن حسابها لكل مشاهدة من البيانات حسب الصيغة الآتية :

$$\chi_j^2 = (\underline{X}_j - \underline{\mu})' \Sigma^{-1} (\underline{X}_j - \underline{\mu}) \quad (1)$$

وتعرف الصيغة (1) بإحصاء لوحة السيطرة ( $\chi^2$ ) (مربع كاي) وإن حدود السيطرة للوحة ( $\chi^2$ ) تكون :

$$\left. \begin{aligned} UCL &= \chi_{\alpha,p}^2 \\ LCL &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

إذ أن ( $\chi_{\alpha,p}^2$ ) : تمثل النسبة المئوية لـ  $\{100(1 - \alpha)^{th}\}$  من توزيع مربع كاي بدرجة حرية ( $p$ ) وبمستوى معنوية ( $\alpha$ ) .

أما في حالة كون موجه المتوسطات ومصفوفة التباين المشترك غير معلومين فإنه لابد من تقديرهما من بيانات عينة الدراسة ، عندئذ فإن إحصاء لوحة السيطرة هوتلنك تحسب لكل مشاهدة حسب الصيغة الآتية :

$$T_j^2 = (\underline{X}_j - \bar{\underline{X}})' S^{-1} (\underline{X}_j - \bar{\underline{X}}) \quad (3)$$

إذ إن  $S, \bar{\underline{X}}$  يمثلان مقدري طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimators) للمعلمتين، ( $\Sigma$ ) ( $\mu$ ) على التوالي ، إذ إن :

$$\left. \begin{aligned} \bar{\underline{X}} &= \frac{\sum_{j=1}^n \underline{\bar{X}}_j}{n} \\ S &= \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\underline{X}_j - \bar{\underline{X}})(\underline{X}_j - \bar{\underline{X}})' \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

إن حدود السيطرة للوحة هوتلنك ( $T^2$ ) تكون :

$$\left. \begin{aligned} UCL &= T_{\alpha,p}^2 \\ LCL &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

إذ أن  $(T_{\alpha,p}^2)$  تمثل النسبة المئوية لـ  $\{100(1 - \alpha)^{th}\}$  من توزيع  $(T^2)$  (T<sup>2</sup>-distribution) بدرجة حرية  $(p)$  وبمستوى معنوية  $(\alpha)$ . إذ أن من خواص إحصاءة  $(T^2)$  هي إمكانية تحويلها إلى إحصاءة توزيع  $(F)$  (F-distribution) بدرجة حرية  $(n - p, p)$  تحت إفتراض إن التوزيع طبيعي متعدد المتغيرات وباستخدام التحويل الآتي :

$$\frac{(n - p)}{p(n - 1)} T^2 \sim F_{(\alpha,p,n-p)} \quad (6)$$

وعليه فإن حدود السيطرة للوحة هوتلنك  $(T^2)$  التقليدية باستخدام توزيع  $(F)$  في حالة المشاهدات المفردة (Individual Observation) تكون :

$$\left. \begin{aligned} UCL &= \frac{p(n + 1)(n - 1)}{n^2 - np} F_{(\alpha,p,n-p)} \\ LCL &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

إذ أن  $F_{(\alpha,p,n-p)}$  تمثل النسبة المئوية بـ  $100(1 - \alpha)^{th}$  من توزيع  $(F)$  بدرجة حرية  $(n - p, p)$  وبمستوى معنوية  $(\alpha)$ .

إذ إن  $(\alpha)$  تمثل احتمال الخطأ من النوع الأول (Type I error)، وتسمى في مجال السيطرة النوعية بمعدل إحتمال الإنذار الكاذب (False Alarm Rate) وللاختصار تكتب  $(FAR)$  والتي يمكن أن تحدد قيمتها من قبل الباحث وتكون محصورة ما بين الصفر والواحد، وإن  $(\alpha)$  يتم تقديرها بنسبة عدد المشاهدات في السيطرة التي عرفت بصورة غير صحيحة على إنها خارج السيطرة إلى العدد الكلي للمشاهدات في السيطرة.

إن حدود السيطرة التي تم تحديدها وفق الصيغ (2)، (5)، (7) تستعمل لمراقبة العملية وتحديد فيما إذا كانت ضمن السيطرة أم خارج نطاق السيطرة، ويقال بأن المشاهدات خارج حدود السيطرة (Out Of Control Limits) في حالة كون قيم  $(x_j^2)$  المحسوبة وفق الصيغة (1) وقيم  $(T_j^2)$  المحسوبة وفق الصيغة (3) تتجاوز الحدود العليا للسيطرة للصيغ (2)، (5) و (7) على التعاقب، وتتم عملية المراقبة من خلال رسم الحدود العليا للوحات السيطرة مقابل قيم  $(x_j^2)$  أو  $(T_j^2)$  لجميع مشاهدات العينة إذ أن  $(j = 1, 2, \dots, n)$ .

### 3- لوحة سيطرة الإشارة $(SN^2)$ متعددة المتغيرات [6],[8],[9]:

#### The Multivariate Sign Control Chart $(SN^2)$

تعتبر لوحة سيطرة الإشارة متعددة المتغيرات واحدة من أهم لوحات السيطرة اللامعلمية متعددة المتغيرات التي تستخدم في مراقبة النوعية في العمليات الإنتاجية أو الخدمية وبيان فيما إذا كانت العملية تحت أو خارج السيطرة. تستند لوحة الإشارة على صيغة إختبار الإشارة (Sign Test) وهو أحد الإختبارات اللامعلمية والذي يعتمد على حساب الوسيط للبيانات وإعطاء الإشارة الموجبة (+) للقيم التي تقع فوق قيمة الوسيط والإشارة السالبة (-) للقيم التي تقع دون قيمة الوسيط. إن فكرة لوحة سيطرة الإشارة التي يرمز لها بـ  $(SN^2)$ ، تقوم على أساس إفتراض إننا نحتاج إلى مراقبة الوسيطيات (Medians)  $(\theta_i)$  ضمن السيطرة لـ  $(p)$  من المتغيرات (الصفات)، إذ إن :

$$\theta_i = \theta_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (8)$$

إذ أن  $(\theta_{i0})$  تمثل قيمة معلومة للوسيط ويتم حسابها من بيانات العينة.

عندئذ يتم حساب إحصاءة الإشارة لكل متغير من المتغيرات التي عددها  $(p)$  حسب الصيغة الآتية :

$$S_i = \sum_{j=1}^n \text{Sgn}(X_{ij} - \theta_{io}) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (9)$$

إذ إن :

$X_{ij}$  : تمثل الملاحظة ( $j$ ) للمتغير ( $i$ ) .

$\theta_{io}$  : قيمة الوسيط للمتغير ( $i$ ) .

$\text{sgn}(X_{ij} - \theta_{io})$  : تمثل إشارة الفرق بين قيمة الملاحظة ( $X_{ij}$ )

وقيمة الوسيط ( $\theta_{io}$ ) للمتغير ( $i$ ) .

هذا يعني إن :

$$\text{Sgn}(X_{ij} - \theta_{io}) = \begin{cases} 1, & \text{if } X_{ij} - \theta_{io} > 0 \\ -1, & \text{if } X_{ij} - \theta_{io} < 0 \end{cases} \quad (10)$$

ويمكن إعادة كتابة إحصاء الإشارة في الصيغة (9-2) بالشكل الآتي :

$$S_i = \#(X_{ij} > \theta_{io}) - \#(X_{ij} < \theta_{io}) \quad (11)$$

وبافتراض إن ( $S$ ) هو موجه ( $p \times 1$ )  $\perp (s_i)$  ، أي :

$$= (s_1, s_2, \dots, s_p) \quad (12) \quad S'$$

فإنه من المعلوم  $(n^{-\frac{1}{2}} S)$  يتوزع تقاربياً توزيعاً طبيعياً متعدد المتغيرات بموجه متوسط  $(0)$  ومصفوفة تباين مشترك ( $V$ ) ، أي :

$$S \sim N_p(\underline{0}, V) \quad \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (13)$$

إذ أن :

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1p} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{p1} & v_{p2} & \dots & v_{pp} \end{bmatrix} \quad (14)$$

وإن التقدير المتسق (Consistent Estimate) لمصفوفة التباين المشترك ( $V$ ) يعبر عنه بـ  $(\hat{V})$  ، إذ أن :

$$\left. \begin{aligned} \hat{v}_{ii} &= n \quad , i = 1, 2, \dots, p \\ \hat{v}_{ij} &= \sum_{k=1}^n \text{Sgn}(X_{ik} - \theta_{io})(X_{jk} - \theta_{jo}) \quad , i, j = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

عندئذ فإن إحصاء لوحة الإشارة متعددة المتغيرات ( $SN^2$ ) تكون حسب الصيغة التالية :

$$SN^2 = S' \hat{V}^{-1} S \quad (16)$$

وكما هو معلوم فإن توزيع الإحصاءة ( $SN^2$ ) يقترب من توزيع ( $\chi^2$ ) ( $\chi^2$  - distribution) في حالة أحجام العينات الكبيرة بدرجة حرية ( $p$ ) ، وبالتالي يتم تحديد الحدود العليا للسيطرة للوحة الإشارة متعددة المتغيرات بمعدل إنذار كاذب ( $\alpha$ ) باستخدام توزيع ( $\chi^2$ ) ، هذا يعني إن الحدود العليا والدنيا للوحة ( $SN^2$ ) متعددة المتغيرات تكون :

$$\left. \begin{aligned} UCL_{SN^2} &= \chi^2_{\alpha, p} \\ LCL_{SN^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

#### 4- الجانب التجريبي :

المحاكاة (Simulation) هي تجارب مختلفة تحاكي الواقع فهي مختبر أو حقل تجارب للباحثين حيث يقوم الباحث بتوليد بيانات أو مشاهدات تمثل ظاهرة معينة ومن ثم إجراء التجارب التي تسمح له في كل مرة بتغيير المدخلات المعطاة (مثلاً : تغيير حجم العينة، تغيير قيم الثوابت الأساسية الداخلة في تركيب بعض الدوال ،... ، الخ ) .

في هذا البحث تم توظيف المحاكاة في دراسة أداء لوحات السيطرة متعددة المتغيرات في حالة افتراض إن العملية تحت السيطرة (In Control) ، وذلك باستعمال عدة أحجام عينات صغيرة ومعتدلة وبعدها من التكرارات ولنوعين من التوزيعات متعددة المتغيرات الطبيعي وتوزيع ( $t$ ) وذلك للحصول على نتائج تجريبية تعطي معلومات حصرية تفيد في استخدام هذه اللوحات ، ومن أجل الوصول إلى النتائج تم استعمال برنامج (R 3.3.2) للمقارنة بين لوحة السيطرة اللامعلمية الإشارة ( $SN^2$ ) ، مع لوحة هوتلنك ( $T^2$  أو  $\chi^2$ ) وتم حساب الحدود العليا ومقياس متوسط طول المدى (ARL) لهذه اللوحات بمعدل إنذار كاذب (0.05) .

لغرض توليد البيانات الخاصة بالمتغيرات العشوائية المستخدمة في هذا البحث تم الاعتماد على التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات (Multivariate Normal Distribution) وتوزيع ( $t$ ) متعدد المتغيرات (Multivariate t Distribution) بدرجة حرية هي (20) ، ولقد تم استعمال ثلاثة أحجام للعينات وهي (50، 25، 10) لدراسة تأثير حجم العينة على لوحات السيطرة ، وكررت كل تجربة (5000) مرة وذلك من أجل محاكاة البيانات الحقيقية والتي ستستعمل في الجانب التطبيقي من البحث .

تجدر الإشارة هنا إلى أنه في حالة استخدام توزيع ( $t$ ) متعدد المتغيرات فإنه من الضروري ملاحظة إن المعلمة ( $\Sigma_{(v)}$ ) لدالة الكثافة الاحتمالية (pdf) لتوزيع ( $t$ ) متعدد المتغيرات لا تمثل مصفوفة التباين المشترك ( $\Sigma$ ) (Covariance Matrix) للتوزيع الطبيعي ، ولضمان إن مصفوفة التباين المشترك ( $\Sigma$ ) هي نفسها واحدة للتوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات وتوزيع ( $t$ ) متعدد المتغيرات والذي تم افتراضه في الدراسة فقد تم إختيار المعلمة ( $\Sigma_{t(v)}$ ) لتحقيق مصفوفة تباين مشترك للتوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات وتوزيع ( $t$ ) متعدد المتغيرات ، وتم استخدام المعلمات الآتية لتوليد خمسة متغيرات عشوائية تمثل خصائص النوعية وهي :

$$\underline{\mu}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \Sigma = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0.4 & 0.3 \\ 0.4 & 0.5 & 1.0 & 0.5 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.5 & 1.0 & 0.5 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.5 & 1.0 \end{bmatrix}$$

وللحصول على مصفوفة التباين المشترك ( $\Sigma$ ) في حالة البيانات تتبع توزيع ( $t$ ) ، تم استخدام القيم الآتية للمعلمة ( $\Sigma_{t(v)}$ ) :

$$\Sigma_{t(20)} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.45 & 0.36 & 0.27 & 0.18 \\ 0.45 & 0.9 & 0.45 & 0.36 & 0.27 \\ 0.36 & 0.45 & 0.9 & 0.45 & 0.36 \\ 0.27 & 0.36 & 0.45 & 0.9 & 0.45 \\ 0.18 & 0.27 & 0.36 & 0.45 & 0.9 \end{bmatrix}$$

#### 1-4 نتائج تجارب المحاكاة :

إن عملية تحليل النتائج التي نحصل عليها من تنفيذ أسلوب المحاكاة تكون ذات أهمية كبيرة في قياس أداء لوحات السيطرة اللامعلمية من خلال مقارنتها مع لوحة السيطرة هوتلنك ( $\chi^2$ ) ، إذ تتم عملية المقارنة أما على أساس حساب حدود السيطرة العليا أو على أساس متوسط طول المدى لجميع لوحات السيطرة التي تمت دراستها في الجانب النظري من هذا البحث .

#### 2-4 مقارنة حدود السيطرة العليا :

من خلال الجدول (1) الذي يبين حدود السيطرة العليا للوحتي السيطرة المستخدمة في هذا البحث بإعتماد التوزيعات متعددة المتغيرات (الطبيعي ،  $t_{(20)}$ ) ومستوى معنوية (0.05) ، يتضح بأن حدود السيطرة العليا للوحتي السيطرة ( $\chi^2$ ) و ( $SN^2$ ) منخفضة عن قيمة حدود السيطرة العليا للتوزيع التقاربي ، وتقترب حدود السيطرة العليا من حدود السيطرة العليا للتوزيع التقاربي كلما إزداد حجم العينة ، مع ملاحظة إن حدود السيطرة العليا للوحة ( $\chi^2$ ) أقرب لقيمة حدود السيطرة العليا للتوزيع التقاربي في حالة التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات . أما في حالة توزيع ( $t$ ) متعدد المتغيرات فإن حدود السيطرة العليا تتخفف أكثر عن حدود السيطرة العليا للتوزيع التقاربي ، وإن حدود السيطرة للوحة ( $SN^2$ ) كانت أقرب الى حدود السيطرة العليا للتوزيع التقاربي .

#### جدول (1)

الحدود العليا للوحدات السيطرة باستخدام المحاكاة عند مستوى (0.05)

التوزيع	حجم العينة	التوزيع التقاربي $SN^2, \chi^2$	$\chi^2$	$SN^2$
طبيعي متعدد متغيرات	10	11.07	8.124506	4.015236
	25	11.07	8.654892	4.523897
	50	11.07	9.103569	6.312365
$t_{(20)}$ متعدد المتغيرات	10	11.07	4.56632	5.653021
	25	11.07	6.541238	7.874563
	50	11.07	7.0311405	8.147812

#### 2-4 مقارنة متوسط طول المدى في السيطرة :

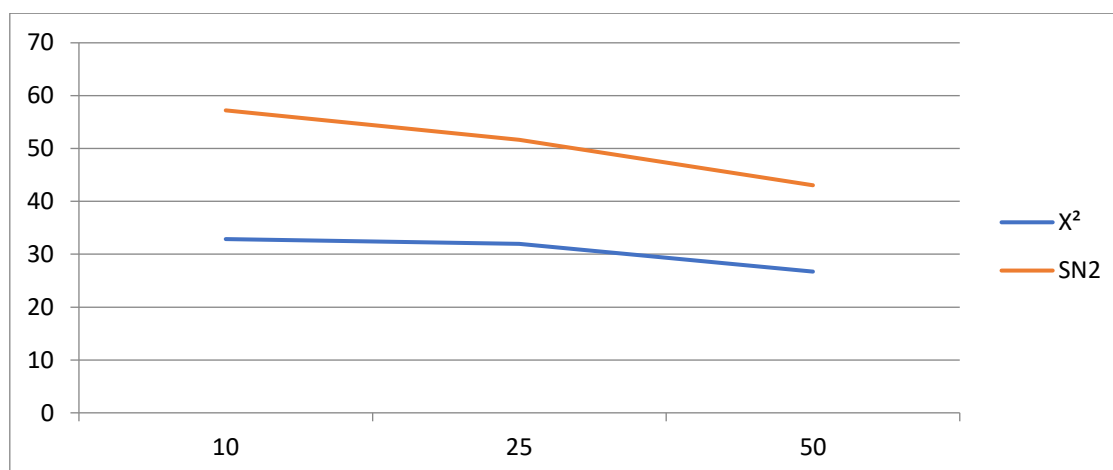
من خلال الجدول (2) والأشكال (1) و (2) التي تمثل متوسط طول المدى ( $ARL$ ) في حالة استخدام حدود السيطرة التقاربية للوحتين هوتلنك ( $\chi^2$ ) والإشارة ( $SN^2$ ) عند مستوى معنوية (0.05) ، تبين إن اللوحتين هوتلنك ( $\chi^2$ ) و ( $SN^2$ ) في حالة التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات أعطت قيم متوسط طول مدى حقيقية ( $ARL_0$ ) قريبة من قيمة متوسط طول المدى الافتراضية (20) ، كما لوحظ إقتراب القيم الحقيقية ( $ARL_0$ ) من القيمة الافتراضية أكثر كلما إزداد حجم العينة . أما في حالة توزيع ( $t$ ) متعدد المتغيرات فإن لوحة السيطرة اللامعلمية ( $SN^2$ ) أعطت قيم متوسط طول مدى حقيقية أعلى من (20) ، بينما أعطت لوحة هوتلنك ( $\chi^2$ ) قيم متوسط طول المدى الحقيقية أقل من قيمة متوسط طول المدى الافتراضية ، وتقترب قيم متوسط طول المدى الحقيقية ( $ARL_0$ ) للوحتين من (20) كلما إزداد حجم العينة

#### جدول (2)

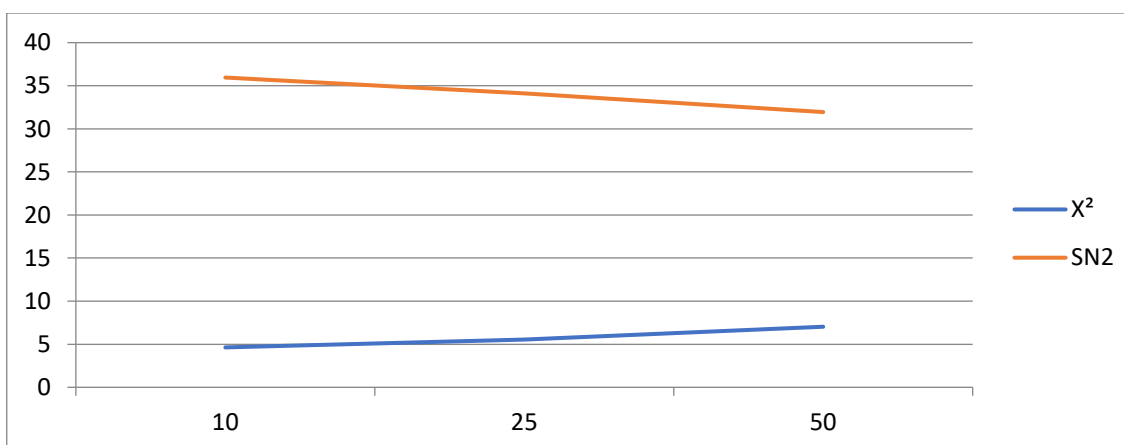
متوسط طول المدى باستخدام التوزيع التقاربي عند  $FAR = 0.05$  ،  $ARL=20$

التوزيع	حجم العينة	$\chi^2$	$SN^2$
طبيعي متعدد المتغيرات	10	32.87	57.22
	25	31.94	51.63

	50	26.72	43.05
متعدد المتغيرات $t_{(20)}$	10	4.63	35.95
	25	5.54	34.12
	50	7.03	31.94



شكل (1)  
متوسط طول المدى لبيانات التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات



شكل (2)  
متوسط طول المدى لبيانات التوزيع متعدد المتغيرات  $t_{(20)}$

##### 5- الجانب التطبيقي :

الماء هو أساس الحياة فقد جعل الله تعالى منه كلّ شيء حي ، إذ يدخل الماء في كل شيء في حياة الإنسان والنبات وبقية الكائنات الحية ، وكذلك في مجالات الحياة الأخرى كافة كالصناعة والزراعة وغيرها . يشكل الماء ثلاثة أرباع مساحة الكرة الأرضية ، لكن نسبة الماء الصالح للشرب تكون نسبة قليلة وتتطلب توفر معايير معينة ليكون الماء صالحاً للشرب ، ومن أهم تلك المعايير :

- 1- أن يكون نقياً لا طعم له ولا لون ولا رائحة .
- 2- أن يكون خالٍ من أية شوائب وعوالق طبيعية أو حيوية ، وخالٍ من أية مركبات غير عضوية أو عضوية .
- 3- أن يكون خالٍ من أية ملوثات بيولوجية كالجراثيم والميكروبات الناقلة للأمراض .

- 4- يجب يحتوي على عناصر معدنية بنسب محددة ، ومن بينها الكبريتات ، والكربونات ، والصوديوم ، والمغنيسيوم ، والكالسيوم ، إذ أن زيادة تركيز المغنيسيوم والكالسيوم مثلاً تسبب عسرة في الماء .
- 5- يجب أن يكون خالٍ من المعادن الثقيلة كالرصاص ، والزنك ، والزرنيخ ، والنترات ، والحديد .
- تم في هذه البحث أخذ البيانات من دائرة ماء بغداد / مختبر الكرخ لشهر نيسان لعام 2017 ، وتم الحصول على الفحوصات الكيميائية والفيزيائية للبيانات وكانت كما يلي :
- $X_1$  ويسمى فلورايد (Fluoride) والمقدار المسموح به في الماء يكون (1) وبدون وحدات قياس وهي تمثل اجاء من المليون ويرمز له بالرمز (F)
  - $X_2$  ويسمى الالمنيوم (ALminuim) وهو مقدار التعقيم المسموح به في الماء يكون (2) ويرمز له بالرمز (AL)
  - $X_3$  ويسمى عكورة (Turbidity) وهو مقدار من المواد غير الذائبة المسموح به في الماء يكون (5) ويرمز له بالرمز (Tur)
  - $X_4$  ويسمى كلورين 4 (Free chlorine) وهو مقدار التعقيم المسموح في الماء يكون (3.5) ويرمز بالرمز (FCL)
  - $X_5$  الاس الهيدروجيني (PH) وهو الدالة الحامضية المسموح به في الماء يكون (8.5) ويرمز له بالرمز (PH) .

### جدول ( 3 )

يمثل القراءات الكيميائية والفيزيائية لدائرة ماء بغداد / فرع الكرخ

TIME	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
1	0.75	0.8	0.9	0.5	2.5
2	0.85	1.04	0.85	0.95	5.25
3	0.62	1.5	0.66	1.05	3.75
4	0.85	0.59	0.59	1.5	1.45
5	0.70	1.65	0.85	0.9	2.35
6	0.90	0.89	0.89	0.85	1.85
7	1.10	0.12	0.55	1.25	4.25
8	0.50	0.45	0.45	0.75	2.65
9	0.65	0.18	0.18	1.1	1.75
10	0.62	0.68	0.68	0.5	1.5
11	0.40	0.62	0.62	1.85	4.5
12	0.70	2.1	2.1	3.66	1.65
13	1.10	0.87	0.87	4.5	2.65
14	0.50	0.85	0.85	1.35	6.45
15	0.84	0.42	0.42	2.75	3.95
16	0.50	0.92	0.92	1.75	2.35
17	0.48	1.15	1.15	1.35	1.35
18	0.40	0.55	0.55	0.75	6.25
19	0.44	0.86	0.86	1.85	5.25
20	0.45	0.67	0.67	0.65	4.5
21	2.8	0.9	0.9	3.45	4.15
22	0.35	0.93	0.93	2.75	1.15
23	0.57	1.5	1.5	1.5	2.25
24	0.45	1.45	1.45	2.5	1.75
25	0.50	2.00	1.05	3.5	2.5



#### 5-1- إختبار بيانات الدراسة :

تم إختبار بيانات الدراسة لغرض معرفة فيما إذا كانت البيانات الخاصة بفحوصات مياه الشرب تتبع التوزيع الطبيعي أم لا ، وذلك بإستخدام إختبار كولموكروف - سميرنوف (Kolmogorov-Smirnov Test) بمستوى معنوية (0.05) ومن خلال الفرضية التالية :

$H_0$  : البيانات تتبع التوزيع الطبيعي

$H_1$  : البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي

من خلال الجدول (4) نجد إن قيم الإحصاءات الخاصة بإختبار (Kolmogorov Smirnov) كانت تصب في صالح رفض فرضية العدم المذكورة آنفاً ، وإن قيم مؤشر قوة الإختبار (P-Value) لكافة الفحوصات هي أقل من مستوى المعنوية (0.05) ، وعليه فإن بيانات فحوصات المياه الصالحة للشرب لا تتبع التوزيع الطبيعي .

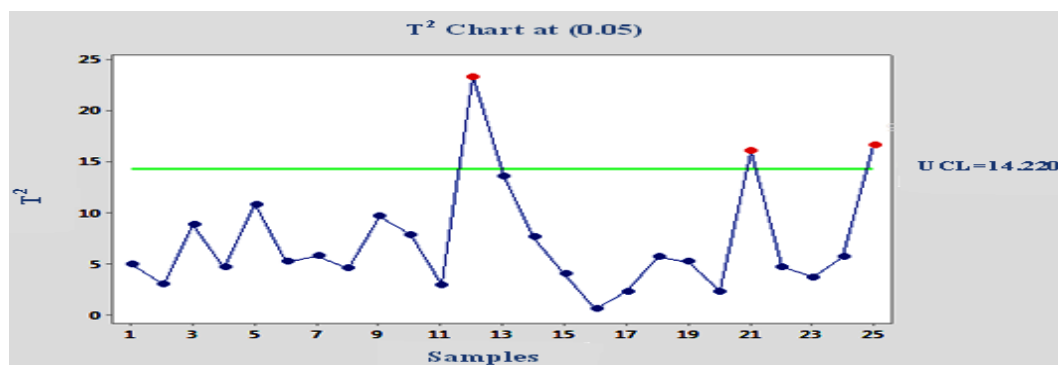
#### جدول (4)

إختبار (Kolmogorov Smirnov) لبيانات الدراسة

Variable	Kolmogorov Smirnov	P.V.
$X_1(F)$	0.235	0.010
$X_2(AL)$	0.194	0.023
$X_3(Tur)$	0.227	0.010
$X_4(FCL)$	0.195	0.035
$X_5(PH)$	0.217	0.010

#### 5-2 خرائط السيطرة هوتلنك ( $T^2$ ) والإشارة ( $SN^2$ ) متعددة المتغيرات :

تم رسم لوحات السيطرة اللامعلمية الإشارة ( $SN^2$ ) ومقارنتها مع لوحة السيطرة هوتلنك ( $T^2$ ) للتوصل الى أفضل طريقة لمراقبة العملية الإنتاجية وعند مستوى معنوية (0.05) وكما يأتي :



الشكل (3) يمثل لوحة هوتلنك ( $T^2$ ) متعددة المتغيرات



الشكل (4) يمثل لوحة الإشارة متعددة المتغيرات

من خلال الشكل (3) الخاص برسم بيانات فحص المياه بواسطة لوحة هوتلك ( $T^2$ ) نلاحظ خروج المشاهدات من منتصف عملية الفحص في النقاط (12، 21، 25) وهذا يعني إن العملية كانت خارج السيطرة . في حين يشير الشكل (4) الذي يمثل لوحة الإشارة اللامعلمية ( $SN^2$ ) الى إن عملية فحص الماء كانت تحت السيطرة لعدم خروج أية مشاهدة ، مع ملاحظة إقتراب المشاهدة (20) من حد السيطرة الأعلى .

#### 6- الاستنتاجات والتوصيات :

##### 1-6 الاستنتاجات :

من خلال نتائج المحاكاة التي تم عرضها في الجدول (1) والتي تخص حدود السيطرة العليا للوحتي هوتلك ( $\chi^2$ ) والإشارة ( $SN^2$ ) ، وكذلك الجدول (2) والأشكال (1) و (2) الخاصة بقيم متوسط طول المدى الحقيقية ( $ARL_0$ ) ، يمكن ملاحظة مايتي :

1- أن حدود السيطرة تلك للوحتين هوتلك ( $T^2$ ) والإشارة ( $SN^2$ ) تقترب من حدود السيطرة التقريبية كلما إزداد حجم العينة .

1- إقتراب قيم متوسط طول المدى الحقيقية ( $ARL_0$ ) من القيمة الإفتراضية أكثر كلما إزداد حجم العينة في حالة التوزيعين الطبيعي و ( $t$ ) متعدد المتغيرات .

2- في حالة التوزيع الطبيعي وتوزيع ( $t_{20}$ ) متعدد المتغيرات ، فإن حدود السيطرة العليا للوحتي هوتلك ( $T^2$ ) والإشارة ( $SN^2$ ) كانت أقل من القيمة التقريبية لحدود السيطرة العليا ، وقد كان أداء لوحة هوتلك ( $T^2$ ) أفضل من أداء لوحة الإشارة ( $SN^2$ ) في حالة التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات ، والعكس صحيح في حالة توزيع ( $t$ ) متعدد المتغيرات فإن الأفضلية في الأداء كانت للوحة الإشارة اللامعلمية ( $SN^2$ ) .

3- في حالة التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات إمتازت لوحة هوتلك ( $\chi^2$ ) بقيم متوسط طول مدى حقيقية ( $ARL_0$ ) قريبة من قيمة متوسط طول المدى الإفتراضية (20) ، في حين سجلت لوحة الإشارة ( $SN^2$ ) قيمة أعلى لمتوسط طول المدى الحقيقي ( $ARL_0$ ) ، أما في حالة توزيع ( $t$ ) متعدد المتغيرات فإن قيم متوسط طول المدى الحقيقي ( $ARL_0$ ) للوحة السيطرة اللامعلمية ( $SN^2$ ) كانت أعلى من قيمة متوسط طول المدى الإفتراضي ، بينما كانت قيم متوسط طول المدى الحقيقي ( $ARL_0$ ) للوحة هوتلك ( $T^2$ ) أقل من قيمة متوسط طول المدى الإفتراضي .

4- من خلال الشكل (3) الخاص بلوحة هوتلك ( $T^2$ ) متعددة المتغيرات ، يتضح إن لوحة السيطرة هوتلك ( $T^2$ ) يتدهور أداؤها في حالة كون البيانات لا تتبع التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات ، وهذا يعطي إنطبعا إن هذه اللوحة تعطي إنذارات كاذبة ومظلة تشير إلى أن نتائج الفحوصات الكيميائية والفيزيائية التي تجريها دائرة ماء بغداد / الكرخ بشكل يومي تدل على إن نوعية المياه هي خارج السيطرة ولا تتوفر فيها المواصفات النوعية العالية المطلوبة للحفاظ على صحة الإنسان .

5- يشير الشكل (4) الخاص بلوحة الإشارة اللامعلمية ( $SN^2$ ) إلى إن عملية فحص مياه الشرب كانت ضمن حدود السيطرة وتتوفر فيها المواصفات النوعية المطلوبة للمحافظة على صحة الإنسان .

##### 2-6 التوصيات :

1- أن تقوم دوائر الماء والمجاري في بغداد وعموم المحافظات بدراسة إمكانية تطبيق لوحات السيطرة اللامعلمية متعددة المتغيرات في جميع مراحل معالجة وفحص مياه الشرب للوصول إلى تحسين نوعية تلك المياه المستخدمة في العراق وجعلها مياه صالحة للشرب وتحقيق مواصفات الجودة العالية .

2- العمل على تطوير وتحديث الدراسات والبحوث التي تهتم بقياس أداء لوحات السيطرة اللامعلمية متعددة المتغيرات باستخدام مؤشر قياس أداء لوحات السيطرة خارج السيطرة ( $Out of control$ ) ، إضافة إلى طريقة قياس الأداء ضمن السيطرة ( $in-control$ ) ، لأن ذلك سوف يساهم بشكل فاعل وكبير في إجراء المقارنات بين لوحات السيطرة اللامعلمية ولوحات السيطرة المعلمية وإعطاء نتائج واقعية ومقبولة .

3- التوسع في استخدام لوحات السيطرة اللامعلمية متعددة المتغيرات في عمليات السيطرة الإحصائية على النوعية ( $SPC$ ) إلى جانب لوحات السيطرة المعلمية متعددة المتغيرات .

##### 7- المصادر :

1- الزهيري ، ميعاد فاضل ، (1992) . " استخدام أسلوب متعدد المتغيرات في السيطرة على النوعية في المجال الصناعي " ، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد / الجامعة المستنصرية .

2- هرمز ، أمير حنا ، (1978) . " تطبيق أساليب متعدد المتغيرات للرقابة على جودة الإنتاج " ، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة بغداد .

3-Bersimis,S.,Psarakis,S.&Panaretos,J.,(2007).”Multivariate statistical process control charts: an overview”.Quality& Reliability Engineering International,23(5),pp.517-534.

4- Hotelling , H. , (1947) . “ Multivariate Quality Control in Technique of Statistical Analysis “ . McGraw , New York .

5- Kotz,S.&Nadarajah,S. ,(2004). “ Multivariate Distributions and their Applications “ .Cambridge University Press .

6- Li,J.,(2015).“Nonparametric Multivariate Statistical Process Control Charts : a hypothesis testing – based approach “ , Journal of Nonparametric Statistics , (27) , (3) , 384-400 .

7- Montgomery,D.C., (2001) . “ Introduction to Statistical Quality Control “ . 4<sup>th</sup> Edition , Willey , New York .

8- Mottonen , J. , Oja , H. & Tienari , J.,(1997). “ On the Efficiency of spatial Multivariate Sign and Rank test “ . Journal of Annals of Statistics , 25(2) , pp. 542-552 .

9- Oja,H.&Randles,R.H.,(2004).“Multivariate Nonparametric Tasts “ . Statistical Science , pp.298-605 .

10- Tracy,N.D.,(1992).”Multivariate Control Charts for Individual Observations”. Journal of Quality Tecnology , 42(2),pp.88-95 .

