

مقارنة الخوارزمية الجينية مع طريقتي المربعات الصغرى اللاخطية والامكان الاعظم لتقدير انموذج BoxBOD اللاخطي باستخدام المحاكاة

جاسم حسن لازم**

أ.م.د. صباح منفي رضا*

المستخلص

في هذا البحث تمت دراسة احدى نماذج الانحدار اللاخطية الا وهو BoxBOD والذي يمتاز بمعلمات لاخطية, اذ تكمن صعوبة هذا الانموذج في تقدير معلماته لكونها لا خطية, اذ تم تقدير معلماته ببعض الطرائق التقليدية الا وهي طريقة المربعات الصغرى اللاخطية وطريقة الامكان الاعظم واحدى طرائق الذكاء الاصطناعي الا وهي الخوارزمية الجينية اذ تم الاستناد في هذه الخوارزمية على نوعين من الدوال احدهما دالة مجموع مربعات الخطأ والثانية دالة الامكان. وللمقارنة بين الطرائق المستخدمة في البحث تم الاستناد على مقياس المقارنة على متوسط مربعات الخطأ ولغرض توليد البيانات تم الاستناد على خمسة نماذج لاخطية استخدمت كنماذج محاكاة. وظهرت النتائج لنماذج الاربعة الاولى تفوق طريقة المربعات الصغرى اللاخطية على باقي الطرائق المستخدمة في البحث, اما بالنسبة لنتائج الانموذج المحاكاة الخامس فقد تفوقت الخوارزمية الجينية والمستندة على دالة الامكان على بقية الطرائق. الكلمات المفتاحية: نماذج الانحدار اللاخطية, الخوارزمية الجينية, طريقة المربعات الصغرى اللاخطية, طريقة الامكان الاعظم, المحاكاة.

Comparing the genetic algorithm with the two methods of nonlinear least squares and the greatest possibility to estimate the nonlinear boxBOD model using simulation

Abstract

In this research, one of the nonlinear regression models is studied, which is BoxBOD, which is characterized by nonlinear parameters, as the difficulty of this model lies in estimating its parameters for being nonlinear, as its parameters were estimated by some traditional methods, namely the method of non-linear least squares and the greatest possible method and one of the methods of artificial intelligence, it is a genetic algorithm, as this algorithm was based on two types of functions, one of which is the function of the sum of squares of error and the second is the function of possibility. For comparison between the methods used in the research, the comparison scale was based on the average error squares, and for the purpose of data generation, five linear models were used as simulation models. The results of the first four models showed that the non-linear least squares method outperformed the rest of the methods used in the research. As for the results of the fifth simulated model, the genetic algorithm based on the function of possibility overtook the rest of the methods.

Keyword: nonlinear regression, genetic algorithm, nonlinear least square method, maximum likelihood method, simulation

1. المقدمة Introduction

تحليل الانحدار هو اجراء احصائي يشرح العلاقة بين متغيرين او اكثر وهي تصف العلاقة بين نوعين من المتغيرات, المتغيرات المستقلة $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ والمتغير التابع او متغير الاستجابة والذي يرمز له y والشكل العام لنموذج الانحدار :

$$\dots (1) y = f(x, \beta) + e_i$$

ويكون متغير الاستجابة y من جزئين، الجزء الاول هو الجزء النظامي $f(x)$ وهو يعتمد على x ، اما الجزء الثاني وهو الجزء العشوائي وهو مستقل عن المتغيرات العشوائية x .

ونماذج الانحدار هي على نوعين، الاول هي نماذج الانحدار الخطية وهي دوال خطية لمعاملات غير معلومة اذ يتوزع e_i بصورة عامة توزيعا طبيعيا بوسط حسابي μ وتباين σ^2 . والثاني هي نماذج الانحدار اللاخطية وهي دوال لاخطية لمعاملات غير معلومة اذ يتوزع e_i توزيعا طبيعيا بوسط مساوي الى الصفر وتباين σ^2 [1].

وفي هذا البحث تم اخذ نموذجين من نماذج الانحدار اللاخطية وهما:

$$1- \text{انموذج BoxBOD [2] pp(193)}$$

$$\dots (2) y_i = \theta_1(1 - \exp(-\theta_2 x_i)) + e_i$$

اذ ان: θ_1, θ_2 هي معاملات الانموذج.

مشكلة وهدف البحث Problem and aim of search

من المعلوم ان نماذج الانحدار اللاخطية تمتاز بصعوبة الحصول على تقديرات لمعاملاتها لكون هذه المعاملات لاخطية لذلك هدف البحث هو الحصول على تقديرات لهذه المعاملات لانموذج Ratkowsky بطريقة المربعات الصغرى اللاخطية وطريقة الامكان الاعظم وبعض طرائق الذكاء الاصطناعي الا وهي الخوارزمية الجينية.

2. طريقة المربعات الصغرى اللاخطية Nonlinear least squares method

الصيغة العامة لهذه الطريقة هي كما يلي:

$$\dots (3) \underline{\alpha}_{(k+1)} = \underline{\alpha}_{(k)} - (J_{(k)})^{-1} * \underline{f}_{(k)}$$

اذ ان:

K: عدد مرات التكرار

$\underline{\alpha}_{(k+1)}$: متجه من درجة $(P*1)$ اذ ان P تمثل عدد المعاملات المقدره

$\underline{\alpha}_{(k)}$: متجه المعاملات الافتراضية اي ان عندما تكون $k=1$ فهذا يعني ان المتجه سيكون بالقيم الافتراضية الاولى او الابتدائية وعندما تكون $k=2$ اي ان $\underline{\alpha}_{(2)}$ فهذا يعني ان المتجه سيكون بالقيم الافتراضية الجديدة والتي هي قيم المعاملات المقدره في التكرار الثاني ($k=2$) في حالة عدم تحقق شرط التوقف للتكرار وهو:

$$|P_{(K+1)} - P_{(K)}| \leq 0.001$$

وهكذا كلما يستمر التكرار فان قيم متجه المعاملات الافتراضية سوف تتغير الى ان يتحقق الشرط او نتوقف عند قيمة معينة للمعاملات المقدره بحيث لا نستطيع الاستمرار بالتكرار بسبب محدد مصفوفة المعاملات المقدره يصل الى الصفر.

$J_{(k)}$: مصفوفة من المشتقات الجزئية ولتوضيح اكثر نفترض ان لدينا نموذج الانحدار اللاخطي التالي:

$$\dots (4) y_i = f(x, \underline{\theta}) + e_i$$

ان هدف طريقة المربعات الصغرى هو تصغير $Q = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x, \underline{\theta}))^2$ الى اقل ما يمكن لذلك عند اشتقاق Q بالنسبة للمعاملات تنتج معادلات بعدد المعاملات في النموذج هي $Q_1, Q_2, \dots, Q_P$ لذلك عند ايجاد الصف الاول من مصفوفة $J_{(k)}$ يجب اشتقاق المعادلة Q_1 بالنسبة الى جميع المعاملات في الانموذج وعند ايجاد الصف الثاني من المصفوفة $J_{(k)}$ يجب اشتقاق المعادلة Q_2 بالنسبة الى جميع المعاملات في الانموذج وهكذا الى ان نصل الصف الاخير من مصفوفة $J_{(k)}$.

$f_{(k)}$: متجه عمودي من المعادلات $Q_1, Q_2, \dots, Q_p$ بالقيم الافتراضية [4].

لذلك عند استخدام نموذج في المعادلة رقم (2) فإن الاشتقاق الخاصة لهذا النموذج هي كما يلي:

$$\dots (5) s_3(\theta) = \sum_{i=1}^n (y_i - \theta_1(1 - \exp(-\theta_2 x_i)))^2$$

لذلك فعند اشتقاق $s_3(\theta)$ بالنسبة الى θ_1 والى θ_2 ستكون على النحو التالي:

$$\dots (6) Q_6 = \frac{\partial s_3(\theta)}{\partial \theta_1} = \sum_{i=1}^n y_i(1 - \exp(-\theta_2 x_i)) - \sum_{i=1}^n \theta_1(1 - \exp(-\theta_2 x_i))^2$$

$$Q_7 = \frac{\partial s_3(\theta)}{\partial \theta_2} = \sum_{i=1}^n \theta_1 x_i y_i \exp(-\theta_2 x_i) - \sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i \exp(-\theta_2 x_i) + \sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i \exp(-2\theta_2 x_i) \dots (7)$$

الان نشق المعادلة رقم (6) مرة بالنسبة θ_1 ومرة بالنسبة θ_2 وكما يلي:

$$\frac{\partial Q_6}{\partial \theta_1} = - \sum_{i=1}^n (1 - \exp(-\theta_2 x_i))^2 \dots (8)$$

$$\frac{\partial Q_6}{\partial \theta_2} = \sum_{i=1}^n x_i y_i \exp(-\theta_2 x_i) - 2 \sum_{i=1}^n \theta_1 x_i \exp(-\theta_2 x_i) + 2 \sum_{i=1}^n \theta_1 x_i \exp(-2\theta_2 x_i) \dots (9)$$

الان نشق المعادلة رقم (7) مرة بالنسبة θ_1 ومرة بالنسبة θ_2 وكما يلي:

$$\frac{\partial Q_7}{\partial \theta_1} = \sum_{i=1}^n x_i y_i \exp(-\theta_2 x_i) - 2 \sum_{i=1}^n \theta_1 x_i \exp(-\theta_2 x_i) + 2 \sum_{i=1}^n \theta_1 x_i \exp(-2\theta_2 x_i) \dots (10)$$

$$\frac{\partial Q_7}{\partial \theta_2} = - \sum_{i=1}^n \theta_1 x_i^2 y_i \exp(-\theta_2 x_i) + \sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i^2 \exp(-\theta_2 x_i) - 2 \sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i^2 \exp(-2\theta_2 x_i) \dots (11)$$

لذلك المعادلة (3) بالنسبة للنموذج المستخدم في البحث تصبح على النحو الاتي:

$$\dots (12) \begin{pmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{20} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial Q_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_6}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial Q_7}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_7}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial s_3(Q)}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial s_3(Q)}{\partial \theta_2} \end{pmatrix}$$

اذ ان:

$$\begin{pmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{20} \end{pmatrix} \text{ :متجه المعلمات الافتراضية.}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial Q_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_6}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial Q_7}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_7}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} \text{ مصفوفة تمثلها المعادلات الانفة الذكر.}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial s_3(Q)}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial s_3(Q)}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} \text{ فيمثل المعادلات الانفة الذكر.}$$

3. طريقة الامكان الاعظم Maximum likelihood method

والصيغة العامة لهذه الطريقة هي نفس الصيغة (3) وباختلاف يتم توضيحه على النحو الاتي:

ان الصيغة العامة لدالة الامكان هي كما يلي:

$$L = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - f(x, \theta))^2}{2\sigma^2}} \quad (13) \dots$$

وبأدخال $\ln$ على دالة الامكان ينتج المعادلة التالية.

$$\ln L = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - f(x, \theta))^2}{2\sigma^2} \quad (14) \dots$$

وباشتقاق المعادلة (14) بالنسبة الى المعلمة الاولى ينتج المعادلة الاولى A_1 , وباشتقاق المعادلة (14) بالنسبة الى المعلمة الثانية ينتج المعادلة الثانية A_2 , وهكذا يتم الاشتقاق المعادلة (14) بالنسبة الى باقي المعلمات, ولايجاد $J(k)$ يتم الاشتقاق المعادلة A_1 مرة بالنسبة للمعلمة الاولى ومرة بالنسبة للمعلمة الثانية, وهكذا نشق المعادلة الى اخر معلمة, فينتج الصف الاول من المصفوفة $J(k)$, اما الصف الثاني فبنفس الطريقة ولكن للمعادلة A_2 فينتج الصف الثاني من مصفوفة $J(k)$, وهكذا وصولا الى اخر صف من هذه المصفوفة. ومن الجدير بالذكر عند تعظيم دالة الامكان L يجب ان تكون $\sum_{i=1}^n (y_i - f(x, \theta))^2$ اقل ما يمكن, لذلك فان القيم الافتراضية لهذه الطريقة هي القيم التقديرية لطريقة المربعات الصغرى اللاخطية. [4]

اما تقدير المعلمات للأنموذج المستخدم في البحث بطريقة الامكان الاعظم فتكون كما يلي:

$$\ln L = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \theta_1(1 - \exp(-\theta_2 x_i)))^2}{2\sigma^2} \quad (15) \dots$$

لذلك عند اشتقاق المعادلة (15) بالنسبة للمعلمات $\theta_1, \theta_2, \sigma^2$ ستكون المعادلات بالشكل التالي:

$$A_8 = \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i (1 - \exp(-\theta_2 x_i))}{\sigma^2} - \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 (1 - \exp(-\theta_2 x_i))^2}{\sigma^2} \quad (16) \dots$$

$$A_9 = \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_2} = \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 x_i y_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^2} - \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^2} + \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i \exp(-2\theta_2 x_i)}{\sigma^2} \quad (17) \dots$$

$$A_{10} = \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \theta_1(1 - \exp(-\theta_2 x_i)))^2}{2\sigma^4} \quad (18) \dots$$

فلايجاد مصفوفة الجاكوبيين Jacobian matrix اولا نشق المعادلة (16) بالنسبة الى المعلمات $\theta_1, \theta_2, \sigma^2$ وكما يلي:

$$\frac{\partial A_8}{\partial \theta_1} = -\frac{\sum_{i=1}^n (1 - \exp(-\theta_2 x_i))^2}{\sigma^2} \quad (19) \dots$$

$$\frac{\partial A_8}{\partial \theta_2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^2} - 2 \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 x_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^2} + 2 \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 x_i \exp(-2\theta_2 x_i)}{\sigma^2} \quad (20) \dots$$

$$\frac{\partial A_8}{\partial \sigma^2} = -\frac{\sum_{i=1}^n y_i (1 - \exp(-\theta_2 x_i))}{\sigma^4} + \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 (1 - \exp(-\theta_2 x_i))^2}{\sigma^4} \quad (21) \dots$$

ثانيا نشق المعادلة (17) بالنسبة الى المعلمات $\theta_1, \theta_2, \sigma^2$ وكما يلي:

$$\frac{\partial A_9}{\partial \theta_1} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^2} - 2 \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 x_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^2} + 2 \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 x_i \exp(-2\theta_2 x_i)}{\sigma^2} \quad (22) \dots$$

$$\frac{\partial A_9}{\partial \theta_2} = -\frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 x_i^2 y_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^2} + \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i^2 \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^2} - 2 \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i^2 \exp(-2\theta_2 x_i)}{\sigma^2} \quad (23) \dots$$

$$\frac{\partial A_9}{\partial \sigma^2} = -\frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 x_i y_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^4} + \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^4} - \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i \exp(-2\theta_2 x_i)}{\sigma^4} \quad (24) \dots$$

ثالثا اشتقاق المعادلة (18) بالنسبة الى المعلمات $\theta_1, \theta_2, \sigma^2$ وكما يلي:

$$\dots (25) \frac{\partial A_{10}}{\partial \theta_1} = - \frac{\sum_{i=1}^n y_i (1 - \exp(-\theta_2 x_i))}{\sigma^4} + \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 (1 - \exp(-\theta_2 x_i))^2}{\sigma^4}$$

$$\dots (26) \frac{\partial A_{10}}{\partial \theta_2} = - \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 x_i y_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^4} + \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^4} - \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i \exp(-2\theta_2 x_i)}{\sigma^4}$$

$$\dots (27) \frac{\partial A_{10}}{\partial \sigma^2} = \frac{n}{2\sigma^4} - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \theta_1 (1 - \exp(-\theta_2 x_i)))^2}{2\sigma^6}$$

لذلك فإن المعادلة (3) لهذه الطريقة للأنموذج المستخدم في البحث تكون على النحو التالي:

$$\dots (28) \begin{pmatrix} \hat{\theta}_{1ml} \\ \hat{\theta}_{2ml} \\ \hat{\sigma}_{ml}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{20} \\ \sigma_0^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial A_8}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_8}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_8}{\partial \sigma^2} \\ \frac{\partial A_9}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_9}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_9}{\partial \sigma^2} \\ \frac{\partial A_{10}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{10}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{10}}{\partial \sigma^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} \end{pmatrix}$$

اذ ان:

$$\begin{pmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{20} \\ \sigma_0^2 \end{pmatrix} \text{ يمثل متجه المعلمات الافتراضية}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial A_8}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_8}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_8}{\partial \sigma^2} \\ \frac{\partial A_9}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_9}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_9}{\partial \sigma^2} \\ \frac{\partial A_{10}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{10}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{10}}{\partial \sigma^2} \end{pmatrix} \text{ مصفوفة تمثلها المعادلات الانفة الذكر.}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} \end{pmatrix} \text{ اما المتجه فيتمثل بالمتجه التالي:}$$

$$\dots (29) \begin{pmatrix} \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sum_{i=1}^n y_i (1 - \exp(-\theta_2 x_i))}{\sigma^2} - \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 (1 - \exp(-\theta_2 x_i))^2}{\sigma^2} \\ \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1 x_i y_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^2} - \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i \exp(-\theta_2 x_i)}{\sigma^2} + \frac{\sum_{i=1}^n \theta_1^2 x_i \exp(-2\theta_2 x_i)}{\sigma^2} \\ - \frac{n}{2\sigma^2} + \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \theta_1 (1 - \exp(-\theta_2 x_i)))^2}{2\sigma^4} \end{pmatrix}$$

4. الخوارزمية الجينية Genetic algorithms [6]

ذكر Charles Darwin نظرية التطور الطبيعي في كتابه اصل الانواع, على عدة اجيال, وقال ان الكائنات الحية تتطور على اساس مبدأ الانتقاء الطبيعي اي ان الكائنات الحية التي تتكيف مع المحيط الخارجي لبيئتها او بشكل اكثر عمومية مع الطبيعة باستمرار سوف لا يطبق عليها مبدأ الانقراض للانواع, ومن هنا جاءت فكرة محاكاة الطبيعة لحل بعض المشاكل.

وفي الطبيعة كل الافراد اللذين يكونون المجتمع يتنافسون مع بعضهم البعض من حيث الموارد الافتراضية مثل الغذاء والماوى .. الخ, اذ ان الذكور تتنافس لجذب الاناث للتزاوج, وبسبب هذا التنافس بعض الافراد الذين لديهم فرصة ضعيفة في هذا التزاوج بسبب ادائهم الضعيف يملكون فرصة اقل للبقاء على قيد الحياة, اما الافراد الذين يتميزون بادائهم العالي هم اكثر تكيفاً, اذ ينتجون عددا كبيرا نسبيا من الذرية, ويلاحظ عن طريق التزاوج يمكن ان تتورث

الخصائص الجيدة لكل جيل ومن الممكن انتاج ذرية لها اللياقة بدنية اعلى من احد الابوين, وبعد بضعة اجيال تتطور الانواع بشكل عفوي لتصبح اكثر واكثر تكيفا مع البيئة.

في عام 1992 وضع Holland هذه الفكرة في كتابه "Adaptation in natural and artificial systems" ووصف كيفية تطبيق مبادئ التطور الطبيعي ومشكلات التحسين وبناء اول الخوارزميات الجينية, نظرية Holland تم تطويرها والآن اصبحت الخوارزميات الجينية قوية الاداء لحل مشكلات البحث والتحسين.

4-1 طرق تمثيل الكروموسومات

يمكن تقسيم تمثيل الكروموسومات الى ما يلي: [6]

1- التمثيل او الترميز الثنائي (Binary Encoding)
وهو النوع الاول من تمثيل الكروموسومات والذي يحتوي على الارقام الصفر والواحد فقط ويكون هذا التمثيل على شكل سلسلة وكما موضح في ادناه.

1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	كروموسوم اول
0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	كروموسوم ثاني

2- التمثيل او الترميز الكسري (Rational Encoding)
وهو النوع الثاني من تمثيل الكروموسومات والذي يكون على هيئة سلسلة من الارقام الحقيقية او الكسرية وكما موضح ادناه.

4.321	7.258	5.103	2.333	1.011	كروموسوم اول
8.121	6.138	9.433	7.592	1.284	كروموسوم ثاني

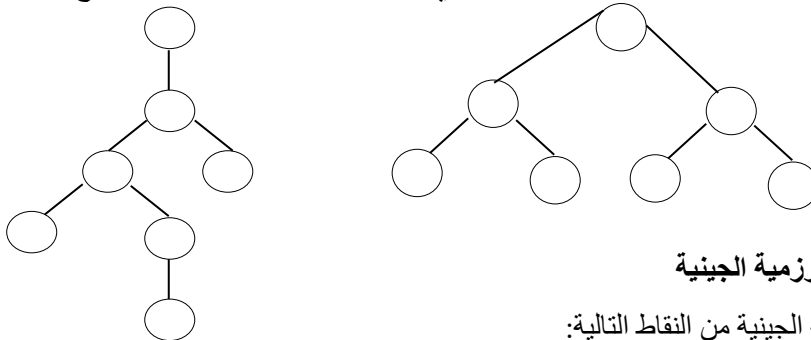
3- التمثيل او الترميز باستعمال الاعداد الصحيحة (Integer Value Encoding)
وهو النوع الثالث من تمثيل الكروموسومات والذي يكون على هيئة سلسلة من الارقام الصحيحة وكما موضح ادناه.

9	3	4	7	5	2	1	كروموسوم اول
2	5	8	6	9	7	1	كروموسوم ثاني

4- التمثيل او الترميز باستعمال الحروف (Character Representation Encoding)
وهو النوع الرابع من تمثيل الكروموسومات والذي يكون على هيئة سلسلة من حروف معينه وكما موضح ادناه.

W	A	R	D	Q	كروموسوم اول
X	I	N	K	Y	كروموسوم ثاني

5- التمثيل او الترميز الشجري (Tree Representation Encoding)
وهو النوع الخامس من تمثيل الكروموسومات والذي يكون على هيئة شجرة وكما موضح ادناه.



4-2 خطوات الخوارزمية الجينية

تتألف الخوارزمية الجينية من النقاط التالية:

4-2-1 مجتمع الخوارزمية الجينية GA-Population

المجتمع هو عبارة عن مجموعة من الحلول تكون الجيل الحالي وبمعنى اخر عبارة عن مصفوفة صفوفها الكروموسومات واعمدتها هي حجم الكروموسومات والتي تمثل في هذا البحث عدد معلمات النموذج الانحدار اللاخطي. [6]

2-2-4 دالة اللياقة Fitness Function

وهي دالة تأخذ حلاً مرشحاً للمشكلة كمدخلات وكمخرجات كم يكون هذا الحل جيداً للمشكلة المفترضة، ويتم حساب دالة اللياقة fitness لكل كروموسوم، لذا يجب أن يكون حساب الدالة سريعاً بما فيها الكفاية لأن الحساب البطيء لدالة اللياقة fitness يؤثر سلباً في عمل الخوارزمية، ويعتمد على هذه الدالة في اختيار الكروموسوم الأفضل وذلك إما عن طريق تعظيمها أو تقليلها أي بمعنى نختار الكروموسوم الذي يقابل أكبر قيمة لدالة اللياقة fitness أو نختار الكروموسوم الذي يقابل أصغر قيمة لدالة fitness [6]

3-2-4 اختيار الآباء Parent selection

هي عملية اختيار الآباء والأمهات لتشكيل الذرية في الجيل القادم، اختيار الآباء أمر بالغ الأهمية لمعدل التقارب في الخوارزمية الجينية لإنتاج ذرية أفضل ولهذا الاختيار عدة طرائق:

1-3-2-4 اختيار دالة اللياقة المتكافئة Fitness Proportionate Selection

وهي واحدة من أكثر الطرائق شيوعاً لاختيار الآباء، وفي هذه الطريقة يمكن أن يصبح كل فرد أحد الوالدين، وذلك من خلال الاحتمال الذي يتناسب مع دالة اللياقة fitness التابعة له، لذا عدد أفراد المجتمع يتوزعون على دائرة كل فرد يحتل مساحة من هذه الدائرة حسب دالة fitness الخاصة به، وسيتم التطرق إلى أسلوبين وهما: [3]

1-1-3-2-4 اختيار عجلة الروليت Roulette Wheel Selection

في اختيار عجلة الروليت، كل فرد من المجتمع يتم تقسيم دالة fitness الخاصة به على المجموع الكلي لدالة fitness لكل أفراد المجتمع، لذا فإن كل فرد يحصل على نسبة توزع على عجلة الروليت، لذلك الفرد الذي لديه نسبة عالية سوف تكون فرصته لاختياره كأحد الآباء عالية.

2-1-3-2-4 المعاينة التصادفية العالمية Stochastic Universal Sampling

وهي تشبه إلى حد كبير عجلة الروليت ولكن بدلاً من اختيار نقطة واحدة ثابتة، يتم اختيار نقاط متعددة وبذلك تعطى الفرصة لجميع الأفراد بأن يكونوا أحد الآباء.

2-3-2-4 طريقة اختيار النخبية Elitism Selection

أول من قدم هذه الطريقة هو الباحث Kenneth De Jong عام 1975 والتي تنص على الاحتفاظ ببعض أفراد الجيل ممن لديهم القدرة العالية على إنتاج الذرية ليتم تزويجهم، لذلك بعض الأفراد سوف لا يتم الاحتفاظ بهم لكونهم لا يملكون قدرة عالية لإنتاج الذرية. [5]

3-3-2-4 طريقة اختيار البطولة Tournament Selection

في هذه الطريقة يتم اختيار k من السكان عشوائياً، واختيار الأفضل من بينها لتصبح أحد الآباء وتكرر نفس العملية لاختيار الأب الثاني، ويلاحظ إمكانية استخدام هذه الطريقة حتى في قيم دالة fitness السالبة. [6]

4-3-2-4 طريقة اختيار العشوائي Random Selection

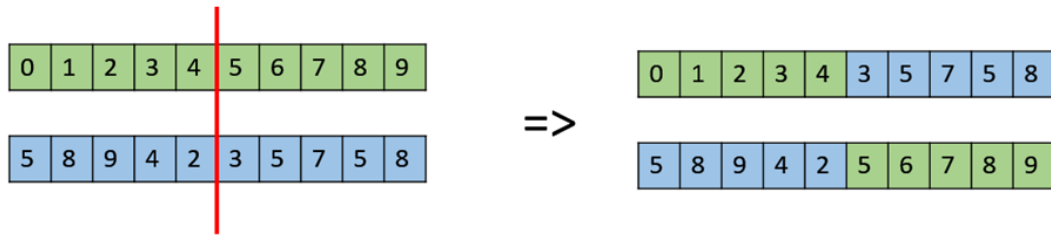
في هذه الطريقة يتم اختيار الآباء بصورة عشوائية بعيداً عن دالة fitness. [6]

4-2-4 التزاوج crossover

بعد اختيار عدد من الآباء يتم التزاوج ليتم إنتاج ذرية بواسطة المادة الجينية للآباء، التزاوج عادة ما يتم باحتمال عالي P_c ، وهي على أنواع وكما يلي:

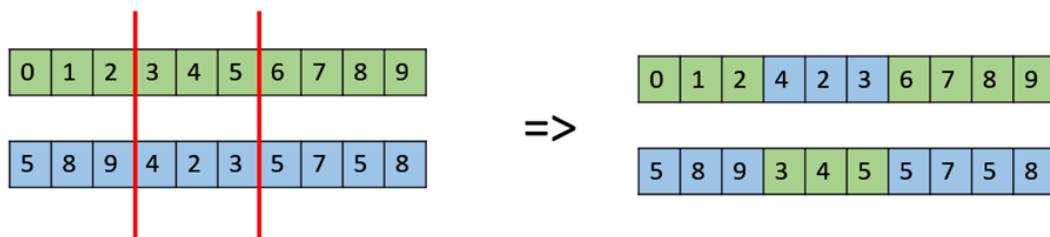
1- التزاوج بنقطة واحدة One Point Crossover

يتم التزاوج باستبدال أما نقطة من مكان معين من الكروموسوم أحد الآباء مقابل نقطة من نفس المكان من كروموسوم الأب الثاني للحصول على ذرية جديدة. [6]



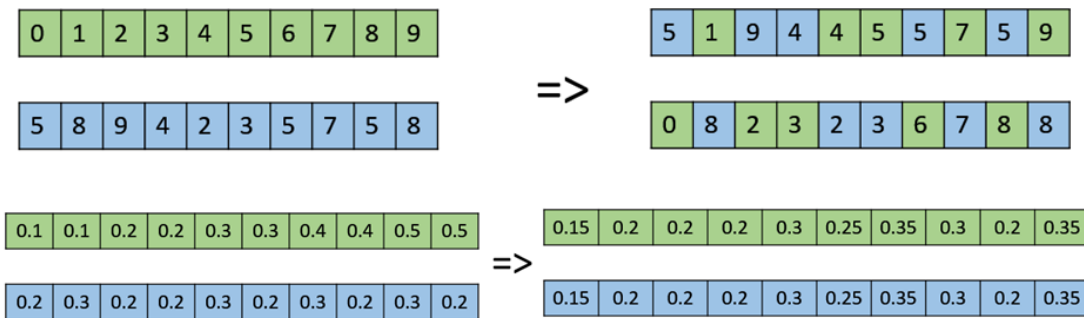
2- التزويج باكثير من نقطة Multi Point Crossover

استبدال عدة نقاط من مكان معين من كروموسوم احد الابوين مقابل نفس العدد من النقاط من الكروموسوم الاب الثاني للحصول على ذرية جديدة.[6]



3- التزويج المنتظم Uniform Crossover

في هذا النوع لا يتم تقسيم الكروموسوم الى شرائح او اقسام بل يتم التعامل مع كل جين على حده, وذلك برمي قطعة نقود معدنية اي ان نأخذ الجين الاول للاب الاول والثاني ونختار احد وجوه القطعة المعدنية ويتم رميها فاذا ظهر وجه القطعة المعدنية الذي تم اختياره يتم استبدال مواقع الجين الاول للاب الاول والثاني وهكذا بالنسبة للبقية.[6]

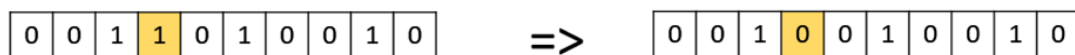


4-5 الطفرة Mutation

يمكن تعريف الطفرة بأنها عملية تغيير عشوائي صغير في الكروموسوم، للحصول على حل جديد, وعادة ما يطبق مع احتمال ضعيف P_m , وهي انواع وكما يلي:[6]

1- طفرة قلب الثويني Bit Flip Mutation

وفي هذا الطفرة نختار واحدة او اكثر من الثوينيات ثم قلبها اي اذا اخترنا الصفر نقبلها الى الواحد ونستخدم هذه الطفرة في الخوارزمية الجينية الثنائية.[8]



2- طفرة المبادلة Swap Mutation

ونحن نختار اثنين من المواقع على الكروموسوم عشوائيا، وتبادل القيم.[8]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	=>	1	6	3	4	5	2	7	8	9	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

3- طفرة التزاح Scramble Mutation

يتم اختيار مجموعة فرعية من الجينات داخل الكروموسوم الواحد وخلطها عشوائيا.[8]

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	=>	0	1	3	6	4	2	5	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

4- طفرة العكس Inversion Mutation

ونحن نختار مجموعة فرعية من الجينات ، ولكن بدلا من خلط المجموعة الفرعية، نعكس السلسلة بأكملها في المجموعة الفرعية[8].

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	=>	0	1	6	5	4	3	2	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

5. جانب المحاكاة

يمكن تعريف المحاكاة بأنها تقنية عددية تستعمل الحاسوب وتتضمن علاقات منطقية ورياضية للحصول على بيانات تجريبية من الواقع الحقيقي. وفي بعض الاحيان وعند فشل جميع الاساليب المستخدمة لحل مشكلة مرحلية تعتبر المحاكاة هنا الطريقة الامثل للحل، وقد تطورت المحاكاة في الآونة الاخيرة بتطور البرمجيات والحاسوب والتي جعلت منها احد اكثر الادوات المقبولة والمستعملة بشكل واسع في تحليل النظم. وهناك عدة انواع من المحاكاة ومن هذه الانواع والتي تعتمد على بيانات المشكلة قيد الدراسة وتسمى المحاكاة المقيدة، وتعمل المحاكاة على توليد الارقام العشوائية وبتوزيع المنتظم $u(0,1)$ وبالا اعتماد على هذه الارقام نقوم بتوليد المتغيرات العشوائية بحسب توزيع معين وهناك عدة طرق لهذا التوليد، وكذلك نقوم بتوليد الاخطاء والتي تتبع توزيع معين، وبعدها نقوم بتوليد متغير الاستجابة y_i من خلال عدة نماذج اعدت لهذا الغرض، واخيرا نكرر تجربة المحاكاة لعدة مرات لكي نحصل على بيانات قريبة من الواقع.

تم اقتراح طريقة لتوليد قيم متغير الاستجابة y_i وهي بالاعتماد على نماذج اخرى وهذه النماذج هي ايضا مقترحة من النماذج التالية:

$$1. y_1 = \sin(2x_i) + 2 \exp(-16x_i^2) + e_i \quad \dots (30)$$

$$2. y_2 = \sin(10\pi x_i) + e_i \quad \dots (31)$$

والنماذج المقترحة هي:

$$1. y_1 = \sqrt{\sin(2x_i) + 2 \exp(-16x_i^2) + e_i} \quad \dots (32)$$

$$2. y_2 = \log(10 * 2\pi \sqrt{x_i}) + e_i \quad \dots (33)$$

$$3. y_3 = \exp(\sin(10 * 2\pi * x_i)) \quad \dots (34)$$

$$4. y_4 = \exp(\cos(10 * 2\pi * x_i)) \quad \dots (35)$$

اذ تم توليد قيم x_i حسب التوزيع المنتظم اما المتغير العشوائي e_i فيتم توليده حسب التوزيع الطبيعي بوسط حسابي صفر وتباين σ^2 وبعدها يتم ادخال القيم المولدة للمتغيرين x_i, e_i في النماذج اعلاه ليتم توليد المتغير y_i .

ولتوليد بيانات تستخدم في تقدير هذا الانموذج تم الاستناد على انموذج اخر وهو: [7]

$$\dots (36)5. y_i = b_1 + (0.49 - b_1) * \exp(-b_2(x_i - 8)) + e_i$$

اذ ان:

$$b_1 = 0.7, b_2 = 0.15$$

وقد تم الاعتماد على معلمة العتبة threshold parameter لاجاد القيم الافتراضية للمعلمات المقدرة كقيم اولية Initial values وبطريقة نيوتن-رافسن, لذلك فإن القيم الافتراضية الاولى لمعلمة العتبة لانموذج المستخدم في البحث هي كما يلي:

جدول رقم (1)

يبين نتائج القيم الافتراضية لانموذج BoxBOD

الطرائق	القيم الافتراضية		الانموذج
	N=15	N=25	BoxBOD
LS	1.069555475606367	0.410183658932774	
LSgenetic	1.069331707216807	0.408497196983913	
ML	1.069616048224845	0.428809585754487	
MLgenetic	1.069159158506519	0.396618281496804	
الافضل	MLgenetic	MLgenetic	

لذلك فان دالة لخوارزمية مرة على دالة الخطأ ومرة على وفي ماييلي نتائج المحاكاة :

جدول رقم (2)

الطرائق	نماذج المحاكاة			
	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
LS	2.046499326784624	1.786912879129029	2.068117243493466	3.904833450162090
LSgenetic	9.397507946490892	14.727271419294956	24.351709095273907	9.300253463299558
ML	37.240937527426468	1.045700709010174e+02	6.989976807543320e+02	1.303524010442003e+02
MLgenetic	3.638793679478917	4.619025278832213	6.996884715372242	5.079452782456534
الافضل	LS	LS	LS	LS

يبين نتائج المحاكاة لمتوسط مربعات الخطأ ولنماذج المحاكاة الاربعة الاولى ولحجم 15

جدول رقم (3)

يبين نتائج المحاكاة لمتوسط مربعات الخطأ ولنماذج المحاكاة الاربعة الاولى ولحجم 25

اما نتائج المحاكاة بالاستناد على الانموذج المحاكاة الخامس فتكون كما يأتي:

جدول رقم (4)

الطرائق	نماذج المحاكاة			
	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄
LS	0.811106851808542	0.640896434283619	0.672788408326298	2.189590527954592
LSgenetic	2.870407896618330	3.619302641526224	5.859635473752436	4.678986142367324
ML	12.499127859066379	8.143304472735389	19.972131105098082	9.226231920693148e+02
MLgenetic	2.778971929589459	3.509284548074409	5.714058968514017	4.577617085654206
الافضل	LS	LS	LS	LS

يبين نتائج المحاكاة لمتوسط مربعات الخطأ ولأنموذج المحاكاة الخامس

اذ ان:

LS: تقدير طريقة المربعات الصغرى اللاخطية.

LSgenetic: تقدير الخوارزمية الجينية والمستندة على دالة مجموع مربعات الخطأ.

ML: تقدير طريقة الامكان الاعظم.

MLgenetic: تقدير الخوارزمية الجينية والمستندة على دالة الامكان.

6- الاستنتاجات

- 1- يتبين من النتائج المشار إليها بأن طريقة المربعات الصغرى اللاخطية هي الافضل متفوقة على جميع الطرائق المستخدمة في البحث ولنماذج المحاكاة الاربعة الاولى ولحجم 15,25 , بينما جاءت الخوارزمية الجينية والمستندة على دالة الامكان بالمرتبة الاولى ولا نموذج المحاكاة الخامس ولنفس حجوم العينات.
 - 2- أظهرت النتائج بأن الخوارزمية الجينية والمستندة على دالة الامكان جاءت بالمرتبة الثانية ولنماذج المحاكاة الاربعة الاولى بينما حلت بالمرتبة الثانية الخوارزمية الجينية والمستندة على مجموع مربعات الخطأ بالمرتبة الثانية ولا نموذج المحاكاة الخامس.
 - 3- جاءت طريقة الامكان الاعظم بالمرتبة الاخيرة ولجميع نماذج المحاكاة المستخدمة في البحث.
 - 4- ان طريقة الامكان الاعظم لا تلائم انموذج المحاكاة الرابع ولحجم 25 نظرا لزيادة متوسط مربعات الخطأ.
- 7- المصادر

- 1-Bates,M.,D.,Watts,G.,D.,(1988),"nonlinear regression analysis and its application ", A JOHN WILEY & sons.
- 2-Hasan,H., and Soner,V.,(2016)," Estimating the Parameters of Nonlinear Regression Models Through Particle Swarm Optimization" Gazi University Journal of Science, 29(1).pp(187-199).
- 3- Melanie,M.,(1996)," **An Introduction to Genetic Algorithms**", Bradford Book The MIT Press.
- 4-Seber,G.,A.,F.,Wild,C.,J.,(2003),"nonlinear regression ", A JOHN WILEY & sons, INC.
- 5- Shah, S. M., Chudasama, C. and Panchal, M.,(2011), " Comparison of Parents Selection Methods of Genetic Algorithm for TSP", International Journal of Computer Applications,pp(85-87).
- 6- Sivanandam,S.,N.,Deepa,S.,N.,(2008)," Introduction to Genetic Algorithms", Springer Berlin Heidelberg New York.pp(41-57).
- 7- Soni, N. and Kumar, T., (2014)," Study of Various Mutation Operators in Genetic Algorithms", International Journal of Computer Science and Information Technologies, Vol. 5 (3), pp(4519-4521).
- 8-Srivastava, S. and Tripathi, K.C.,(2012)," Artificial Neural Network and Non-Linear Regression: A Comparative Study", International Journal of Scientific and Research Publications, Vol. 2.

