نمذجة الانحدار الذاتي للعتبة الذاتية مع تطبيق عملي

انوار داخل هندول / الباحثة
أ.د. جواد كاظم خضير الموسوي / الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد

P: ISSN : 1813-6729
E : ISSN : 2707-1359
http://doi.org/10.31272/JAE.i130.31

تأريخ أستلام البحث : 2021/7/25 **مقبول للنشر بتأريخ : 2021/8/16**

المستخلص:-

على الرغم من ان نماذج السلاسل الزمنية الخطية لها تطبيقات واسعة للظواهر الاقتصادية عموماً, الآ انها غير قادرة على التقاط سلوك العديد من الظواهر والتطبيقات الاقتصادية وبخاصة المالية منها. حيث ان هذا النوع من السلاسل يمتاز بنمذجة الحالة الحركية الخاصة بظواهر عدم التماثل و التغيرات الهيكلية والعتبة وغيرها. لذا فان هذا القصور في النمذجة الخطية ادى الى ظهور النمذجة غير الخطية التي هي عبارة عن نماذج متنوعة الصيغ وليس انموذج بصيغة عامة واحدة كما هو الحال في النمذجة الخطية.

ومن اجل تذليل هذا القصور, فقد تبنت معظم الدراسات الحديثة النمذجة غير الخطية , وكان (Tong,1978) من الاوائل الذين احدثوا نقلة نوعية في تطبيق هذا النوع من النماذج التي تعتمد على تحليل حركية السلاسل الزمنية المالية والنقدية وغيرها, ومنها نماذج الانحدار الذاتي للعتبة الذاتية (SETAR) .

ان بحثنا هذا يهدف الى تطبيق الانموذج (SETAR) لعينه تمثل السلسلة الخاصة بنسبة التغيير في اسهم سوق العراق للاوراق المالية للمؤشر (ISX60) لمجموعة من الشركات, ومن ثم اجراء مقارنة تطبيقية لطرائق الانموذج المذكور.

ومن خلال نتائج الجانب التطبيقي تبين ان الانموذج الملائم لعينة البحث هما الانموذج SETAR(2;2,0) بالعتبة ($\gamma = 0.25$) . وقد تفوق الانموذج SETAR(2;2,0) لامتلاكه اقل القيم للمعايير(AIC, BIC, pooled-AIC, MAPE) , كما تفوق هذا الانموذج على الانموذج الخطي AR(1) .

مجلة الادارة والاقتصاد
مجلد 46 / العدد 130 / كانون الاول/ 2021
الصفحات : 164-176

* بحث مستل من رساله ماجستير

1-المقدمة :-

لقد أصبح تحليل السلاسل الزمنية غير الخطية موضع اهتمام الكثير من الباحثين والمتخصصين في مجال التنبوء للسلاسل الزمنية , ذلك ان نماذج السلاسل الزمنية الخطية غير قادرة على التقاط سلوك العديد من الظواهر الاقتصادية وبخاصة السلاسل الزمنية المالية , كما هو حال في سلاسل اسعار الصرف وبيانات سوق الاوراق المالية , حيث ان بعض الظواهر مثل التقلبات والتوقفات في بيانات السلاسل الزمنية لا يمكن نمذجتها ضمنيا باستخدام السلاسل الزمنية الخطية , وبذلك تم تصميم نماذج السلاسل الزمنية غير الخطية لتلائم هذه الميزات.

ولأن الهياكل المالية والاقتصادية تتميز بالتقلبات ، فمن المهم ملاحظة أن طرائق السلاسل الزمنية غير الخطية قد تكون حيوية لوصف البيانات الاقتصادية خاصةً في حالة فشل افتراض الخطية. وفي الوقت الحاضر ، يتم تطبيق نماذج العتبة للسلاسل الزمنية بشكل فعال على العديد من مشاكل الحياة الواقعية في القطاع الاقتصادي والمالي, حيث أن فلسفة العتبة تقوم بتقديم مساهمات ذات مغزى في تحليل السلاسل الزمنية المالية والاقتصادية. فمثلا , يرتفع سعر الصرف بشكل مفاجئ أثناء الركود أفضل مما يحدث أثناء فترات التعافي. وبذلك فان هذه التفاعلات تجعل السلسلة الزمنية غير مستقرة ,اضافة الى حدوث قفزات في بنية مجموعة البيانات . ومن ثم فإن الطرائق غير الخطية تلتقط هذه الأنواع من الديناميكيات بدقة أكبر من الطرائق الخطية. والأهم من ذلك ، إذا كان اسلوب توليد البيانات يتميز بعدم الاستقرار الهيكلي ولم يتم تسجيله في وصف أو مواصفات اختبار جذر الوحدة ، فإن النتيجة التي يتم الحصول عليها بعد ذلك قد تكون متحيزة في عدم رفض فرضية الاستقرارية او عدم الثبات (Perron ,2018)[11].

وتجدر الاشارة هنا , ان المعنى الضمني لمثل هذه النتيجة يشير إلى أن أي صدمة سواء كان تغيير اوتحفيز أو تقلب سعر الصرف أو الركود الاقتصادي سيكون لها بالتأكيد تأثير سلبي في المتغير على المدى الطويل. في المقابل، قد تؤثر هذه الميزات على الدقة في التنبؤ. وبناءً على هذه المبادئ ، نمت النماذج غير الخطية بشكل كبير على مدى ثلاثة عقود. ولعل اهم هذه النماذج هو ما قدمه (Tong,1990)[9] الذي يظهر غالبًا في الأدبيات الاقتصادية هو انموذج عتبة الانحدار الذاتي(Threshold autoregressive model) (TAR).

ففي الاونة الاخيرة, اكتسبت نماذج العتبة الكثير من الاهتمام في علم الاقتصاد التطبيقي لنمذجة السلوك غير الخطي منذ مساهمات (Tong and Lim,1980)[11]. وتعود جاذبية هذه النماذج الى النمط الملحوظ الذي تتبعه المتغيرات الاقتصادية. كما اثبتت الدراسات تفوق نماذج (TAR) في مجال التنبؤ , وبشكل خاص نماذج الانحدار الذاتي للعتبة الذاتية (Self-exciting Threshold Autoregressive Model) ويرمز لها اختصارا (SETAR) مقارنة مع النماذج الخطية نسبيا. وقد بين (Tong and Yeung ,1991) [12],(Clements & Smith,1997)[5], (Rothman,1998) [13] و (De Bruin and De Gooijer,1998)[8].

ان نماذج الانحدار للعتبة الذاتية (SETAR) هي نماذج تقسم البيانات الى انظمة متعددة , في كل منها يتبع النظام انموذج الانحدار الذاتي .

2- نموذج الانحدار الذاتي للعتبة الذاتية (SETAR):[14,12,5,10]

Self-Exciting Threshold Autoregressive Model

تم تطوير هذا الانموذج من قبل [5] Tong (1983), وهو احد نماذج الأنحدار الذاتي الذي يمتاز بمرونة اكبر في المتغيرات التي لها سلوك تبديل النظام (Watier & Richardson ,1995)[14] . ويمكن كتابة الصيغة العامة للانموذج (SETAR) على النحو الاتي :

$$Y_t = \begin{cases} \emptyset_{10} + \emptyset_{11} Y_{t-1} + \cdots + \emptyset_{1p_1} Y_{t-p_1} + \epsilon_{1t} & , \gamma_0 < y_{t-d} < \gamma_1 \\ \emptyset_{20} + \emptyset_{21} Y_{t-1} + \cdots + \emptyset_{2p_2} Y_{t-p_2} + \epsilon_{2t} & , \gamma_1 < y_{t-d} < \gamma_2 \\ \vdots & \vdots \\ \emptyset_{k0} + \emptyset_{k1} Y_{t-1} + \cdots + \emptyset_{kp_k} Y_{t-p_k} + \epsilon_{kt} & , \gamma_{k-1} < y_{t-d} < \gamma_k \end{cases}$$

.....(1)

ويمكن كتابته وفق الصيغة الاتية :

$$Y_t = \emptyset_{j0} + \sum_{i=1}^{p_j} \emptyset_{ji} Y_{t-i} + \epsilon_{jt} \quad , \gamma_{j-1} < y_{t-d} < \gamma_j \qquad \ldots\ldots\ldots (2)$$

اذ ان $j = 1,2,..,k$, k يمثل عدد الانظمة في الانموذج , γ_j تمثل قيم العتبة ومحصورة بالفترة $-\infty = \gamma_0 < \gamma_1 < \cdots < \gamma_{k-1} < \gamma_k = \infty$.

وعلى فرض ان $p_j \in \{0, \ldots, p^{max}\}$ و $d \in \{0, \ldots, d_{max}\}$ تمثل نقاط العتبة وهي اعداد صحيحة غير سالبة وان p^{max} و d_{max} هما الحدود العليا لرتب الانظمة و معلمة التأخير (Delay Parameter) .

ان هذه النماذج تسمح بالتغييرات في معاملات الانحدار الذاتي بمرور الوقت ، والتغييرات التي يتم تحديدها من خلال مقارنة القيم السابقة إلى قيم العتبة الثابتة . ويتم تعيين القيمة (p) لرتبة الانحدار الذاتي متساوية لجميع الأنظمة ، ولكن ليس من الضروري أن يكون الأمر كذلك,حيث يمكن أن تكون رتبة الانحدار الذاتي مختلفًة في كل نظام.

ويعتمد تبديل النظام في هذا الأنموذج على المتغيرات التابعة الذاتية ,آي العتبة الذاتية (self-exciting). كما يفترض هذا الأنموذج عملية ارتداد ذاتي مختلفة وفقا لقيم عتبة معينة . تمتلك نماذج SETAR ميزة التقاط ظاهرة غير خطية يتم ملاحظتها بشكل دقيق بحيث لايمكن التقاطها بواسطة النماذج الخطية مثل نماذج التمهيد الاسي اوأنموذج ARIMA.

3-هيكلية الانموذج SETAR [12,6,7]

ان اغلب البحوث المنشورة تشير الى استخدام اسلوبين في عرض وتقدير الالنموذج SETAR وعلى النحو الاتي :

1-3 اسلوب Hansen:

وهو احد الاساليب المهمة في حالة تحديد متغير العتبة في نمذجة الانحدار الذاتي للعتبة (TAR), وعندما يكون الانموذج مؤلف من نظامين اي SETAR$(2; p, d)$، يمكن كتابة صيغته كما موضح من قبل (Hansen,1997)[11] على النحو الاتي :

$$Y_t = \left(\alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \cdots + \alpha_p Y_{t-p}\right) I(Y_{t-d} \le \gamma) + \left(\beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \cdots + \beta_p Y_{t-p}\right) I(Y_{t-d} > \gamma) + \epsilon_t \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

حيث (p) تشير الى رتبة الانحدار الذاتي , $I(.)$ تمثل متجه المؤشر (Indicator Vector) , (γ) تمثل قيمة العتبة او معلمة العتبة, Y_{t-d} يمثل متغير العتبة وان (ϵ_t) يمثل عنصر الخطأ العشوائي.

ويمكن التعبير عنه بطريقة اخرى

وعلى النحو الاتي :

$$Y_t = X_t(\gamma)'\omega + \epsilon_t \quad \ldots\ldots (4)$$

اذ ان :

$$\omega = (\alpha'\beta')'$$
$$(\alpha_0, \alpha_1, \ldots \alpha_p)'\alpha =$$
$$(\beta_0, \beta_1, \ldots \beta_p)'\beta =$$

ومن ثم فان $X_t(\gamma)$ تكون على النحو الاتي :

$$X_t(\gamma) = (X_t' I(Y_{t-d} \le \gamma) X_t' I(Y_{t-d} \le \gamma))' \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

وبذلك تكون صيغة الانموذج SETAR$(2; p, d)$ كما يأتي :

$$Y_t = x_t'\,\alpha\, I(Y_{t-d} \le \gamma) + x_t'\,\beta\, I(Y_{t-d} \le \gamma) + \epsilon_t \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

2-3اسلوب Tong:[9]

ان هيكل الانموذج يكون بالصيغة الاتية:

$$Y_t = \begin{cases} \alpha_0^{(1)} + \sum_{i=1}^{p_1} \alpha_i^{(1)} Y_{t-i} + \epsilon_t^{(1)} & , Y_{t-d} \le \gamma \\ \beta_0^{(2)} + \sum_{i=1}^{p_2} \beta_i^{(2)} Y_{t-i} + \epsilon_t^{(2)} & , Y_{t-d} > \gamma \end{cases} \quad \ldots\ldots (7)$$

لقد وضع (Tong,1983) الانموذج اعلاه وتطبيق الخطوات الثلاث التالية عند مرحلة التقدير:

الخطوة الاولى :

من المفترض ان تعرف قيمة كل من (d) و (γ) في هذه الخطوة . وبناءا على هذه الافتراضات فان قيم المشاهدات يتم فصلها الى مجموعات فرعية صغيرة, ومن ثم يتم حساب معيار معلومات (Akaike) لكل مجموعة فرعية مع مستوى $(p_i, i = 1, \ldots, k)$, حيث ان :

$$AIC(\hat{p}_i) = \min AIC(k_i) \quad , i = 1,2 \quad \ldots\ldots (8)$$

في هذه الحالة يتم الحصول على قيمة (p_i) لكل نظام (باستخدام $\min AIC(k_i)$) مقابل (d) و (γ).

الخطوة الثانية :

في هذه الخطوة يتم الاحتفاظ بثبات قيمة (d) . ومن ثم يتم اختبار معلمات العتبة التي ستقلل من قيمة معيار معلومات AIC . بمعنى اخر , يتم اختيار قيمة (γ) التي تقلل $AIC(d, \hat{\gamma})$ من بين معلمات العتبة الاخرى. حيث ان :

$$AIC(d_0, \hat{\gamma}) = \min AIC(d_0, \gamma) \quad \ldots\ldots (9)$$

الخطوة الثالثة :

في الخطوتين السابقتين يتم تحديد (p_i) و(γ). وفي هذه الخطوة سيتم تحديد قيم (d). ومن ثم يتم العثور على قيمة (d) التي تقلل قيمة المعيار $AIC(d)$.

وبعد تقييم الخطوات الثلاث باستخدام معايير المعلومات, فان الانموذج سيتم تقديره اعتمادا على المعلمات المذكورة.

4- تقديرمعلمات الانموذج SETAR:[4,8,7]

1.4طريقة المربعات الصغرى المتعاقبة (Successive Least Squares Method)

على فرض ان النماذج مؤلفة من نظامين وان معلمة التأخير (d) في كلا النظامين متساوية , وان معلمات الانموذج (SETAR) بنظامين هي $\sum_{i=1}^{p_1} \alpha_i^{(1)}$, $\sum_{i=1}^{p_2} \beta_i^{(2)}$, معلمة العتبة (γ) , قيمة معلمة التأخير (d) , تباين البواقي $(\hat{\sigma}^2)$ وان متغيرالخطأ العشوائي (ϵ_t) يتبع التوزيع الطبيعي $N(0, \sigma_e^2)$.

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى المتعاقبة (Successive Least Squares Method) فان تقدير معلمات الانموذج تكون كما يأتي :

$$\widehat{\omega} = (\sum_{t=1}^{n} X_t(\gamma)\ X_t(\gamma)')^{-1}(\sum_{t=1}^{n} X_t(\gamma)\ Y_t) \quad \ldots\ldots(10)$$

وان الخطأ العشوائي يكون :

$$\hat{\epsilon}_t = Y_t - X_t(\gamma)'\widehat{\omega}(\gamma) \quad \ldots\ldots(11)$$

وان تباين الخطأ :

$$\sigma_n^2(\gamma) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \hat{\epsilon}\,(\gamma)^2 \quad \ldots\ldots(12)$$

كما ان تقدير قيمة العتبة تكون على النحو الاتي :

$$\hat{\gamma} = \arg min\, \widehat{\sigma}_n^2(\gamma) \quad \ldots\ldots(13)$$

يعني ان$(\hat{\gamma})$ هي قيمة (γ) التي ستقلل $\widehat{\sigma}_n^2(\gamma)$.

والجدير بالذكر , ان إسلوب تقدير انموذج HTAR مشابه لتقدير انموذج الانحدار الذاتي للعتبة (TAR) مع استخدام خوارزمية البحث الشبكي Chan (1993)

2.4 طريقة الامكان الاعظم [10] : Maximum Likelihood Method

ان الانموذج SETAR(K;$p_1, p_2, \ldots p_k, d$) الذي صيغته في المعادلة (1) له المعلمات الاتية:

$$\boldsymbol{\alpha_{p_1,p_2,\ldots p_k,d}} = (\boldsymbol{\beta'_{p_1,p_2,\ldots p_k,d}}, \boldsymbol{\sigma_1^2}, \boldsymbol{\sigma_{pk}^2})'$$

حيث ان $\beta_{p_1,p_2,\ldots p_k,d}$ تمثل متجه المعلمات من الرتبة $* \left[\sum_{j=1}^{k}\left(p_j^{max}+1\right)+k+2\right]$, اي ان:

$$\boldsymbol{\beta_{p_1,p_2,\ldots p_k,d}} = \left(\underbrace{\boldsymbol{\emptyset_{10}, \emptyset_{11}, \ldots, \emptyset_{1p_1}, 0, \ldots, o; \emptyset_{k0}, \emptyset_{k1}, \ldots, \emptyset_{kp_k}, 0, \ldots, 0}}_{\boldsymbol{1X\sum_{j=1}^{k}\left(p_j^{max}+1\right)}}, \underbrace{\boldsymbol{\gamma_0, \ldots, \gamma_k}}_{\boldsymbol{1X(k+1)}}, \boldsymbol{d} \right)$$

علما ان استخدام دالة الامكان الاعظم المضبوطة لتقديرمعلمات الانموذج (5) تكون غاية في التعقيد.

فعلى فرض أن معلمة التأخير(d) تكون معلومة فان دالة الامكان الاعظم الشرطية للانموذج (1) تعطى على النحو الاتي :

$$Log\ f_c\left(X\middle|\alpha_0, \alpha_1, \ldots \alpha_p, \beta_0, \beta_1, \ldots \beta_p, d\right) = -\frac{T}{2}Log(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{k}\left(T_j Log\left(\sigma_{p_j}^2\right) + \frac{S\left(\emptyset_j, \gamma_{j-1}, \gamma_j\right)}{\sigma_{p_j}^2}\right)$$

$\ldots\ldots\ldots\ldots(14)$

اذ ان :

T_j يمثل عدد المشاهدات في كل نظام, $\emptyset_j = (\emptyset_{j0}, \emptyset_{j1}, \ldots, \emptyset_{jp_j})'$ يمثل متجه المعلمات وان

$S\left(\emptyset_j, \gamma_{j-1}, \gamma_j\right) = \sum_{,\gamma_{k-1}<y_{t-d}<\gamma_k} \epsilon_{jt}^2$ عندما $j = 1,2,..,k$.

ان مقدرات دالة الامكان الاعظم الشرطية للمعلمات يشار لها :

$\hat{\alpha}_{p_1,p_2,\ldots p_k,d} = (\hat{\beta}'_{p_1,p_2,\ldots p_k,d}, \hat{\sigma}_1^2, \hat{\sigma}_{pk}^2)'$

وهي القيم التي تعظم دالة الامكان مع تباين البواقي :

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{S\left(\widehat{\emptyset}_j, \hat{\gamma}_{j-1}, \hat{\gamma}_j\right)}{T_j} \quad ,j = 1,2,..,k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

5- اختبارات اللاخطية: [15,4,7]

قبل تقدير انموذج (SETAR) من الضروري الكشف عن السلوك غير الخطي في السلسلة التي يتم تحليلها وذلك من خلال اجراء الاختبارات الاتية :

1-5اختبار - Keenan :

يمكن إنشاء اختبارلتشخيص اللاخطية في السلسلة الزمنية يعتمد على توسيع فورير للبواقي. فعلى فرض ان مشاهدات السلسلة الزمنية تكون $\{Y_1, Y_2, \ldots, Y_n\}$ فان اختبار - Keenan يمكن تنفيذه على النحو الاتي :

1. انحدار Y_s على $\{1, Y_{s-1}, \ldots, Y_{s-m}\}$ ومن ثم حساب القيم $\hat{Y}_s$ والبواقي $\{\hat{\epsilon}_s\}$ لكل قيم $(s = m+1,..,n)$, ومجموع مربعات البواقي $< \hat{\epsilon}, \hat{\epsilon} > = \sum \hat{\epsilon}_s^2$.
2. انحدار $\hat{Y}_s^2$ على $\{1, Y_{s-1}, \ldots, Y_{s-m}\}$ ومن ثم حساب قيم البواقي $\{\hat{\varepsilon}_s\}$ الناتجة عن الانحدار لكل قيم $(s = m+1,..,n)$
3. انحدار $\hat{\epsilon} = \{\hat{\epsilon}_{m+1}, \ldots, \hat{\epsilon}_n\}$ على $\hat{\varepsilon} = \{\hat{\varepsilon}_{m+1}, \ldots, \hat{\varepsilon}_n\}$ والحصول على $\hat{\eta}$ و$\hat{F}$ عبر :

$$\hat{\eta} = \hat{\eta}_0 (\sum_{t=m+1}^{n} \hat{\varepsilon}_t^2)^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots (16)$$

حيث ان $\hat{\eta}$ تمثل معامل الانحدار وان :

$$\hat{F}_{1,n-2m-2} = \frac{\hat{\eta}^2 (n-2m-2)}{< \hat{\epsilon}, \hat{\epsilon} > -\hat{\eta}^2} \quad \dots\dots (17)$$

وتحت فرضية العدم , فان الاحصاءة (F) تتبع توزيع (F) بدرجتي حرية (1) و $(n-2m-2)$.

2-5 اختبار - Tsay :

لوصف اسلوب (Tsay,1989)[14] , نفترض الانموذج SETAR(2; p, d) مؤلف من نظامين وقيمة عتبة واحدة (γ_1) , وان رتبة الانحدار الذاتي تكون نفسها للنظامين (p) وان معلمة التأخير تكون (d). وبذلك يمكن كتابة الانموذج على النحو الاتي :

$$Y_t = \begin{cases} \mathrm{a}_0^{(1)} + \sum_{i=1}^{p} \mathrm{a}_i^{(1)} Y_{t-i} + \epsilon_t^{(1)} & , y_{t-d} \le \gamma_1 \\ a_0^{(2)} + \sum_{i=1}^{p} \mathrm{a}_i^{(2)} Y_{t-i} + \epsilon_t^{(2)} & y_{t-d} > \gamma_1 \end{cases} \quad \dots\dots (18)$$

اذ ان $t \in \{p+1, \dots, n\}$, و(n) عدد المشاهدات والمعلمات الاخرى معرفة سابقا.

ولتعريف احصاءة الاختبارينبغي مبدئيا ترتيب الانحدار الذاتي وبواقي التنبؤ, حيث يتم اولا ترتيب المشاهدات برتب متزايدة . وعلى فرض ان π_i يمثل مؤشر الزمن لاصغر مشاهدة (i) .وعليه فان الانموذج (18) يكون كما يأتي :

$$Y_{\pi_t+d} = \begin{cases} \mathrm{a}_0^{(1)} + \sum_{v=1}^{p} \mathrm{a}_i^{(1)} Y_{\pi_t+d-v} + \epsilon_{\pi_t+d}^{(1)} & , i \le s \\ a_0^{(2)} + \sum_{v=1}^{p} \mathrm{a}_i^{(2)} Y_{\pi_t+d-v} + \epsilon_{\pi_t+d}^{(2)} & i > s \end{cases} \quad \dots\dots (19)$$

اذ ذن $i \in \{p+1-d, \dots, n-d\}$ وان (s) يحقق $Y_{\pi_s} < \gamma_1 < Y_{\pi_{s+1}}$, بمعنى اخر ان (s) هي الفهرس لاقرب واصغر مشاهدة لقيمة العتبة γ_1 .

لقد اقترح (Tsay,1989) استخدام احصاءة (F) الكلاسيكية في انحدار المربعات الصغرى المحددة بواسطة :

$$\hat{\epsilon}_{\pi_t+d} = w_0 + \sum_{v=1}^{p} w_v Y_{\pi_t+d-v} + \zeta_{\pi_t+d} \ \ for\ i \in \{m+1, \dots, n-p\}$$

$$\dots\dots (20)$$

حيث ان $\hat{\epsilon}_{\pi_t+d}$ تناظر البواقي التنبؤية القياسية. وتحت فرضية العدم فان هذه البواقي هي اخطاء عشوائية تقاربية ومتعامدة مع الانحدار $(Y_{\pi_t+d-v}, v = 1, \dots, p)$.ومن ثم فان الاحصاءة (F) تكون:

$$F(p,d) = \frac{(\sum \hat{\varepsilon}_t^2 - \sum \hat{\zeta}_t^2)/(p+1)}{\sum \hat{\varepsilon}_t^2 / (n-2p-m-1)} \quad \dots\dots (21)$$

وتتوزع تقاربيا توزيع (F) بدرجتي حرية (p+1) و $(n-2p-m-1)$.وعندما يتم الكشف عن اللاخطية , فان الخطوة التالية تكون تحديد الانموذج وتقدير معلمة التأخير وقيم العتبة.

3-5أختبار نسبة الاحتمالية للعينة اللأخطية

Likelihood Ratio Test for threshold Nonlinearity

وضع هذا الاختبار من قبل (Tong,1990), ,يستخدم أختبار نسبة الامكان في الكشف عن الخاصية اللاخطية اعتمادا على الفرضيتين الاتيتين :

(i) فرضية العدم : ان السلسة الزمنية تتبع عملية الأنحدار الذاتي بالرتبة (p) .

(ii) الفرضية البديلة :ان السلسلة الزمنية تتبع انموذج الأنحدار الذاتي للعتبة ذو نظامين و بالرتبة (p) مع ثبات التباين.

ومن ثم ,فان أختبار نسبة أحتمال تعطى على النحو الاتي :

$$T_n = (n-p) log \left\{ \frac{\hat{\sigma}^2(H_0)}{\hat{\sigma}^2(H_1)} \right\} \quad \dots\dots (22)$$

اذ أن:

$(n-p)$ تمثل حجم العينة

$\hat{\sigma}^2(H_0)$ مقدر الامكان الاعظم لتباين الخطأ من العملية $AR(p)$

$\hat{\sigma}^2(H_1)$ مقدر الامكان الاعظم لتباين الخطأ من العملية TAR مع فحص العتبة خلال فترة زمنية محددة .

6- تحديد معلمة التأخير(d):[15]

قام كل من (Tong and Lim, 1980) بتحديد معلمات الانموذج (قيم العتبة ورتبة الانحدار الذاتي) ومن ثم استخدام معيار (Akaike) لتحديد معلمة التأخير (d) , الا ان (Tsay,1986)[15] اقترح **اسلوب** مختلف , يتمثل بتحديد معلمة التأخير ومن ثم تحديد قيم العتبة .

لعملية الانحدار الذاتي وبثبات المعلمة (p) , يتم اختيار معلمة التأخير من القيم $(1,2,\dots p)$ وعلى النحو الاتي :

$$d_p = \arg \max_{1\le\delta\le p}\{F(p,\delta)\} \quad \dots\dots\dots(23)$$

حيث ان $F(p,\delta)$ تمثل الاحصاءة المعرفة في الصيغة (24), وان الرمز(arg max) يعني ان(d_p) هي قيمة (d) التي تعظم $F(p,\delta)$, وبما ان معلمة التأخير تعتمد على (p) , فيتم فهرستها بواسطة (p).

7- تحديد قيم العتبة (γ_j) :[11,15]

لقد اقترح (Tong and Lim, 1980) اسلوب مخططات الرسوم في تحديد قيم العتبة , الا ان هذا الاسلوب يعد اختبارا غير نموذجيا. اما (Tsay,1986) فقد اقترح نوعين من مخططات الانتشار (Scatterplots) وعلى النحو الاتي:

a) ان مخطط الانتشار لبواقي التنبؤ القياسية مقابل y_{t-d_p} سوف يبدي تغيرغيرعشوائي عند نقاط العتبة بسبب ان بواقي التنبؤ ستكون متحيزة عند العتبة.

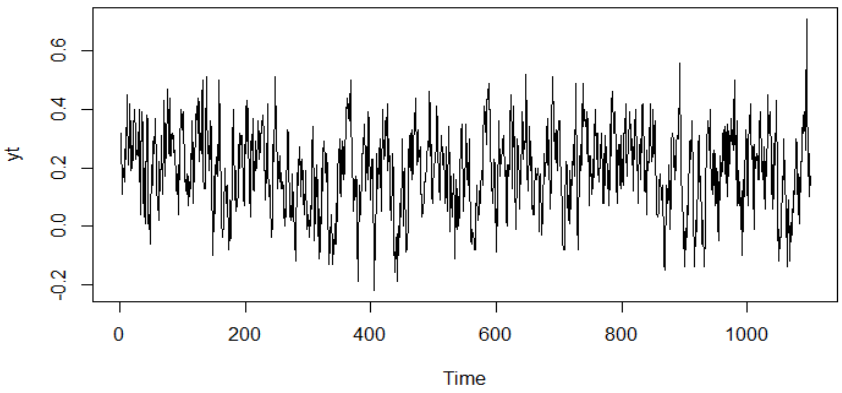
b) ان مخطط انتشار نسب اختبار- t للتقديرات التكرارية لمعلمات الانحدار الذاتي المعنوية مقابل y_{t-d_p} فان هذه النسب تبدأ بالدوران عند قيمة العتبة. بمعنى اخر , في انموذج الانحدار الذاتي البسيط عندما تكون معلمات الانموذج معنوية , فان نسب اختبار- t لهذه المعلمات تتقارب بشكل تدريجي لقيم ثابتة كتقديرتكراري عندما تزايد عدد المشاهدات.

8-الجانب التطبيقي :-

بعد ان تم عرض الجانب النظري, فان هذا الفصل سوف يتضمن الخطوات العملية لتوضيح كيفية تطبيق انموذج (SETAR) مع افتراض ان سلسلة الخطأ العشوائي للانموذج (ϵ_t) تتبع التوزيع الطبيعي $N(0,\sigma_\epsilon^2)$. كما سيتم تحليل السلسلة الخاصة بنسبة التغيير في اسهم سوق العراق للاوراق المالية للمؤشر (ISX60) لمجموعة من الشركات, حيث تم استخدام البرنامج R (version 4.0.2) في تنفيذ التطبيق العملي.

8-1 وصف وخصائص البيانات :

ان عينة البحث تتألف من سلسلة المشاهدات اليومية للمدة 8/6/2015 ولغاية 24/11/2019 مع استثناء ايام عدم التداول في سلسلة الاسعار اليومية للاسهم, وكانت بواقع (1100) مشاهدة. والجدول رقم (1- ملحق) يبين مشاهدات عينة السلسلة الزمنية , فيما تم رسمها بالشكل (1).



شكل (1) يمثل رسم مشاهدات السلسلة الزمنية الخاصة باسهم سوق العراق للاوراق المالية

ويلاحظ من الشكل (1) ان السلسلة تتجسد فيها تقلبات محققة في بعض الفترات الزمنية , فضلا عن ان قيم السلسلة الزمنية تتذبذب حول المتوسط وهذا يشير بشكل اولي الى عدم وجود اتجاه عام وان السلسلة مستقرة.

8-2اختبار الاستقرارية :

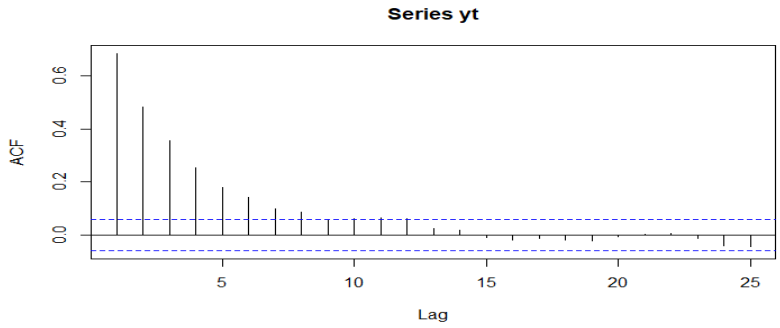
للتحقق من صحة الاستقرارية لسلسلة المشاهدات تم اجراء اختبار جذر الوحدة وهو اختبار(ADF) (Augmented Dickey-Fuller). ومن خلال قيم الجدول (1) في ادناه يتبين ان قيمة (P-value) للاختبارتساوي (0.000) وهي اقل مستوى المعنوية $(\alpha = 0.05)$, وبذلك ترفض فرضية العدم التي تنص على وجود جذر الوحدة وهذا يؤكد استقرارية السلسلة الزمنية.

جدول (1) يبين نتائج اختبار ديكي – فولر

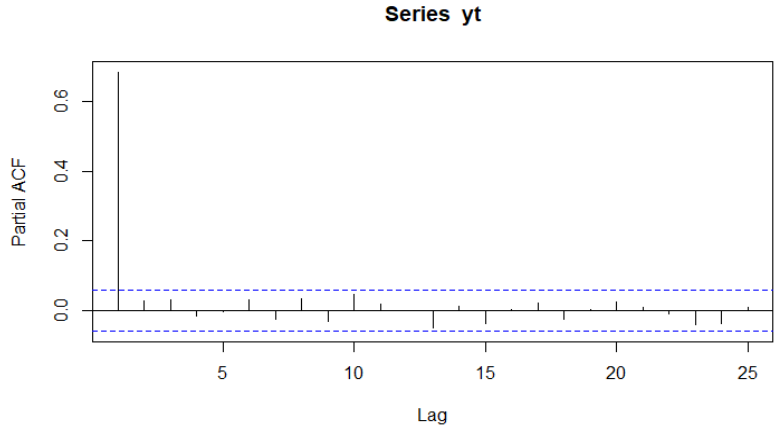
Null Hypothesis H_0: The series has a unit root
Alternative Hypothesis H_1: The series has a unit root

		t-Statistic	Prob.
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-14.31824	0.0000
Test critical values	1% level	-3.436084	
	5% level	-2.863960	
	10% level	-2.568109	

وقبل البدء باختبار الخاصية غيرالخطية لبيانات التقلب المحققة للسلسلة الزمنية , فانه ينبغي حساب معاملات دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) لتحديد وجود مركبة الانحدار الذاتي وتحديد رتبتها . وبناءً عليه تم حساب معاملات الدالتين (ACF) و(PACF) ومن ثم رسمهما في الشكلين (2) و(3) على التوالي



شكل (2) يمثل رسم معاملات دالة الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية الاصلية



شكل (3) يوضح رسم معاملات دالة الارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الزمنية الاصلية

ومن خلال الشكل (2) يتضح ان معاملات دالة الارتباط الذاتي تتناقص اسيا وبشكل بطيء نحو الصفر وهذا يدل على وجود مركبة الانحدار الذاتي (AR) لبيانات سلسلة التقلب , فيما يلاحظ من خلال الشكل (3) لرسم معاملات دالة الارتباط الذاتي الجزئي, ان هذه المعاملات لا تنحدراسيا ولا تعطي شكلا واضحا طبقا للمنطوق النظري لاسلوب (Box - Jenkins), وان المعامل عند الازاحة الاولى كان معنويا بدرجة عالية, وهذا يشير بعدم وجود مركبة المتوسط التحرك (MA), وبذلك فان السلسلة تخضع لانموذج الانحدار الذاتي AR ومن الرتبة الاولى .

وللتحقق بشكل نهائي من دقة تحديد الانموذج , فقد تم توفيق مجموعة من النماذج المقترحة والمذكورة في الجدول (2). ومن خلال الجدول يتضح ان الانموذج ARMA(1,0) يمتلك اقل القيم للمعايير المذكورة (AIC , AICc , BIC). وبناءً عليه فان الانموذج ARMA(1,0) يكون مرشح لعملية التقدير.

جدول (2) يبين توافيق مجموعة من النماذج مع بعض معايير اختيار الانموذج الملائم ARMA

model	AIC	AICc	BIC
ARMA(2,2)	-1930.106	-1930.029	-1900.088
ARMA(0,0)	-1238.991	-1238.980	-1228.985
ARMA(1,0)	-1933.726	-1933.704	-1918.717
ARMA(0,1)	-1707.557	-1707.535	-1692.547
ARMA(2,0)	-1932.215	-1932.179	-1912.203
ARMA(1,1)	-1932.651	-1932.613	-1912.638
ARMA(2,1)	-1932.255	-1932.205	-1907.240
ARMA(1,2)	-1930.229	-1930.283	-1901.283

وباستخدام طريقة الامكان الاعظم تم تقدير معلمات الانموذج والموضحة في الجدول (3).

3-8اختبار اللاخطية :

من اجل التحقق من ان السلسلة الزمنية المدروسة غير خطية , فقد تم استخدام الاختبارات التي تم عرضها في الجانب النظري وهي اختبار (Keenan وTsay وLikelihood Ratio). ونظرا لكون جميع القيم الاحتمالية (p-value) الواردة في الجدول (5) كانت اقل من (0.05) فهذا يدل على ان السلسلة الزمنية للتقلبات المحققة غير خطية.

جدول (5) يبين نتائج اختبارات اللاخطية للسلسلة الزمنية المدروسة

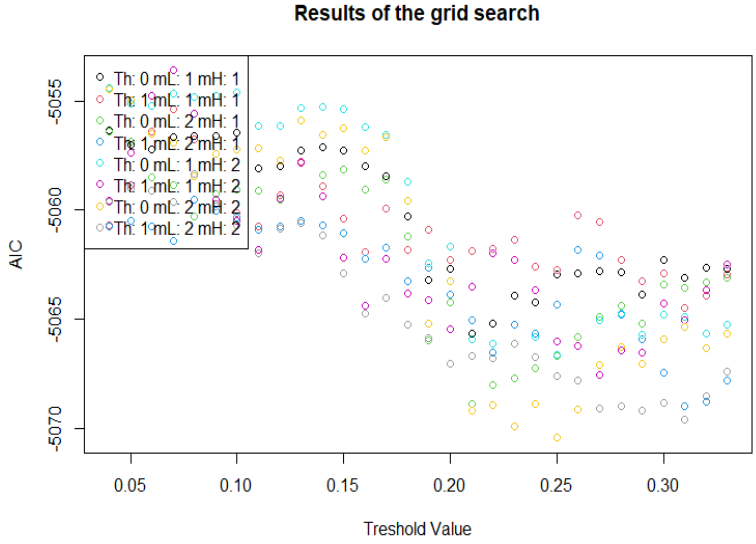
Type of Test	Statistic	p-value
Keenan test	31.749	2.22921e-08
Tsay test	6.705	0.009744
Likelihood Ratio test	14.306	0.014346

4-8 تقدير الانموذج SETAR :

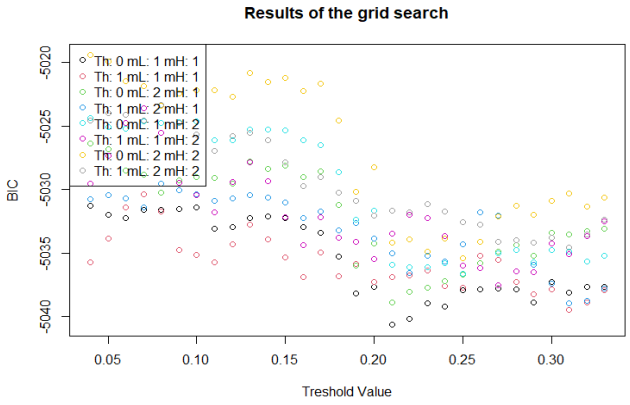
عند تطبيق الانموذج (SETAR) ينبغي اولا تحديد مستوى الانموذج (AR) ومن ثم اختيار معلمة التأخير (d) وتحديد الرتبة (p) للانموذج (AR) في كل نظام مع تحديد قيمة العتبة (γ) التي من الممكن ان تطرحها مشاهدات السلسلة الزمنية عند مطابقتها للانموذج SETAR.

وكما ذكر سابقا ان الانموذج الملائم لمشاهدات السلسلة الزمنية المدروسة هو انموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولى AR(1), وبذلك تم استخدام اسلوب البحث الشبكي (Grid Search) للتوصل الى تقديرات المعلمات الخارجية (γ , d , p) التي يتضمنها الانموذج.

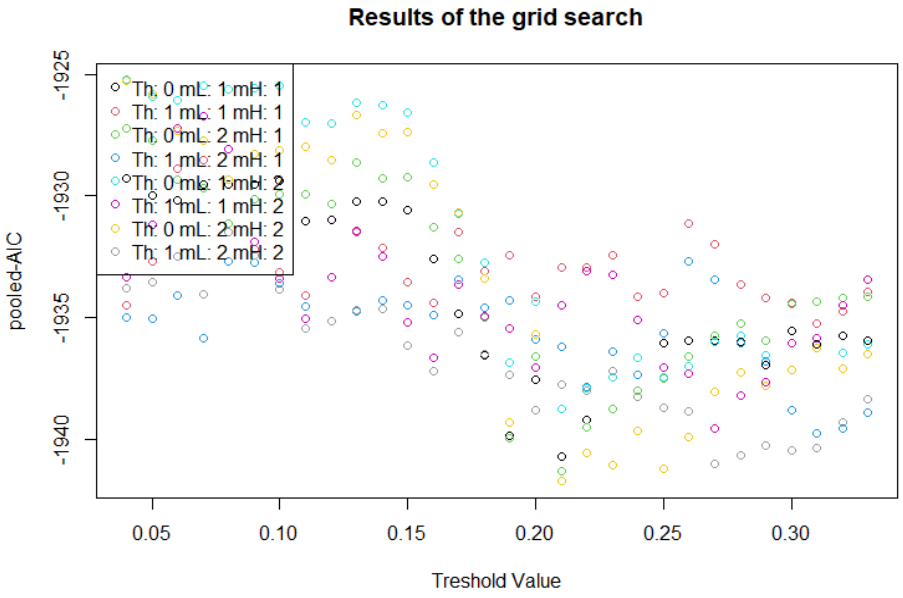
وبناءً عليه, تم استخدام ثلاثة معايير عند تطبيق اسلوب البحث الشبكي ومن ثم اختيار اقل قيمة للمعايير وهي (AIC , BIC , Pooled-AIC) والاشكال (7) , (8), (9) توضح رسم قيم المعاييرفي النطاق الزمني نفسه مع قيم العتبة على التوالي.



يمثل شكل (7) نتائج البحث الشبكي للمعيار (AIC)



شكل (8) يمثل نتائج البحث الشبكي للمعيار (BIC)



شكل (9) يمثل نتائج البحث الشبكي للمعيار (Pooled-AIC)

ومن خلال الاشكال (9) ,(8) , (7) يتضح ان قيم العتبة تقع في الفترة (0.21 - 0.31) حيث تكون قيم المعايير (AIC , BIC , Pooled-AIC) عند المستوى الادنى عندما تكون معلمة التأخير مساوية الى $(d = 0,1)$ بنظامين, وان الجدولين (6) و (7) يوضحان تحديد قيمة معلمة التأخير ورتبة الانحدارالذاتي في كل نظام من انظمة الانموذج , فضلا عن قيمة العتبة باستخدام البحث الشبكي.

جدول (6) يبين قيم معلمات التأخير ورتبة الانحدار الذاتي للنظامين مع قيم العتبة باستخدام المعيارين (BIC) و (AIC)

delay	ML	MH	Th.	AIC	delay	ML	MH	Th.	BIC
0	2	2	0.25	-5070.446	delay	ML	MH	Th.	-5040.648
0	2	2	0.23	-5069.909	0	1	1	0.21	-5040.191
1	2	2	0.31	-5069.593	0	1	1	0.22	-5039.465
1	2	2	0.29	-5069.202	1	1	1	0.31	-5039.197
0	2	2	0.21	-5069.177	0	1	1	0.24	-5038.970
0	2	2	0.26	-5069.156	1	2	1	0.31	-5038.920
1	2	2	0.27	-5069.111	0	1	1	0.23	-5038.911
1	2	2	0.28	-5068.998	1	1	1	0.32	-5038.879
0	2	2	0.22	10.82874	0	1	1	0.29	-5068.988
0	2	2	0.24	10.82941	0	2	1	0.21	-5068.948

جدول (7) يبين قيم معلمات التأخير ورتبة الانحدار الذاتي للنظامين مع قيم العتبة باستخدام المعيار (Pooled-AIC)

delay	ML	MH	Th.	Pooled AIC
0	2	2	0.21	-1941.751
0	2	1	0.21	-1941.319
0	2	2	0.25	-1941.236
0	2	2	0.23	-1941.100
1	2	2	0.27	-1941.029
0	1	1	0.21	-1940.713
1	2	2	0.28	-1940.661
0	2	2	0.22	-1940.587
1	2	2	0.30	-1940.458
1	2	2	0.31	-1940.364

ومن خلال الجدولين (6) و(7) تم تحديد قيمة معلمة التأخير ورتبة الانحدارالذاتي في النظامين وقيمة العتبة طبقا للمعيار(AIC) لكون قيمته كانت في المستوى الادنى بالمقارنة مع المعايير الاخرى (BIC , Pooled-AIC) اذ كانت ($d = 0$) و ($p = 2$) و ($\gamma = 0.25$) . وعليه فان الانموذج المقترح سيكون SETAR(2;2,0) .

وبعد تحديد المعلمات الخارجية المتمثلة بمعلمة التأخير (d) وتحديد الرتبة (p) للانموذج (AR) في كل نظام من الانظمة مع تحديد قيمة العتبة (γ) للانموذج, فانه يمكن تقدير معلمات الانموذج SETAR(2;2,0) باستخدام طرائق التقدير التي تم عرضها في الجانب النظري.

والجدول التالي يوضح نتائج عملية تقديرمعلمات الانموذج مع حساب بعض المعايير التي تمخضت عنها مرحلة التقدير :

جدول (8) يبين تقدير معلمات الانموذج SETAR(2;2,0) لمشاهدات السلسلة الزمنية المدروسة

Variable	Coefficient	Std.Error	t-Statistic	Prob.
Low regime				
constant	0.0486169	0.0060022	8.0998	0.0000
phi-1	0.6886348	0.0458953	15.0045	0.0000
phi-2	0.0859644	0.0357315	2.4058	0.0163
High regime				
constant	0.1357917	0.0284212	4.7778	0.0000
phi-1	0.5670342	0.0885522	6.4034	0.0000
phi-2	-0.1325102	0.0553997	-2.3919	0.0169

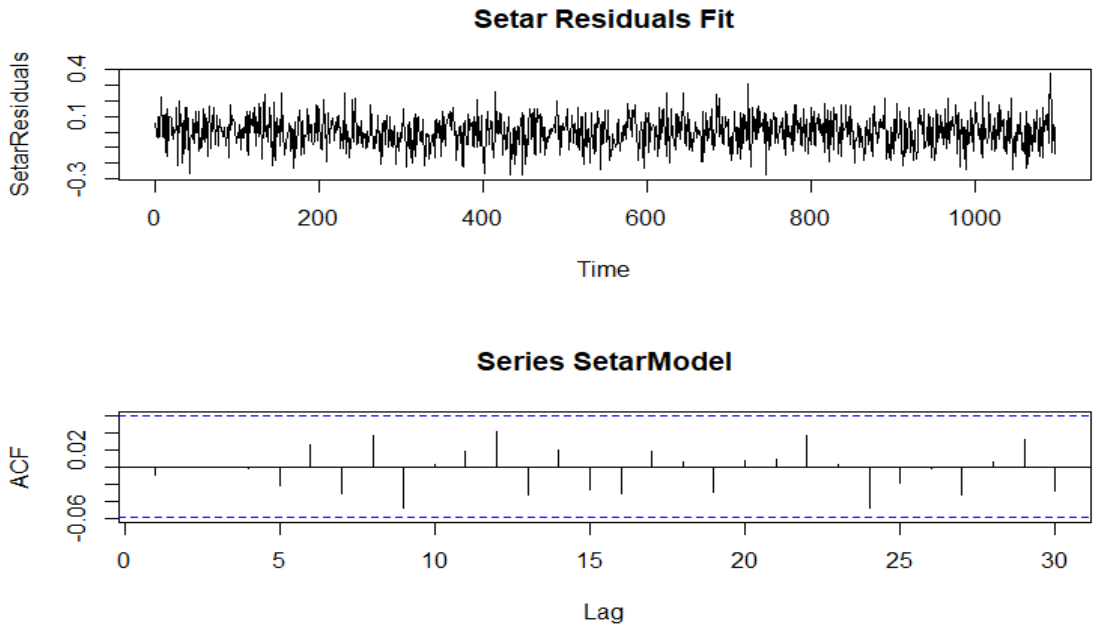
Min. resid.	-0.2833752	low regime	66.67%
Max. resid.	0.4045286	High regime	33.33%
Median resid.	0.0045756	AIC	-5070.446
RMSE	0.0991510	MAPE	0.89860
Delay parameter	0	MAE	0.03410
Thresold value	0.25		

ومن ثم فان الصيغة التقديرية للانموذج تكون على النحو الاتي:

$$Y_t = \begin{cases} 0.0486169 + 0.6886348Y_{t-1} + 0.0859644\,Y_{t-2} + \epsilon_{1t} & , y_t \leq 0.25 \\ 0.1357917 + 0.5670342Y_{t-1} - 0.1325102Y_{t-2} + \epsilon_{2t} & , y_t > 0.25 \end{cases}$$

حيث يلاحظ ان مقدرات معلمات الانموذج المقترح كافة كانت معنوية بسبب ان قيمها الاحتمالية (p-value) كانت اقل من (0.05). والجدير بالذكر ان العتبة المقدرة قد قسمت سلسلة التقلب المحقق بنسبة (66.7%) للنظام الاعلى و(33.3%) للنظام الادنى.

كما تم التحقق من مدى ملائمة الانموذج المقدر وذلك من خلال خصائص سلسلة البواقي الناتجة عن مطابقة الانموذج المقدر. حيث تم ايجاد قيم هذه السلسلة ومن ثم حساب معاملات دالة الارتباط الذاتي لتلك القيم ورسمهما كما في الشكل الاتي :



شكل (10) يمثل الرسم البياني لقيم سلسلة البواقي ومعاملات دالة الارتباط الذاتي للبواقي الناتجة عن مطابقة الانموذج المقدر SETAR(2;2,0) .

ومن خلال رسم معاملات دالة الارتباط الذاتي يلاحظ ان جميع هذه المعاملات تقع داخل حدي الثقة مما يدل على عشوائية سلسلة البواقي , كما تم حساب الاحصاءة (Q_m) فكانت قيمتها تساوي (0.0878) بدرجة حرية ($df = 1$) وباحتمال (0.767) وهي اكبر من (0.05) مما يدل على استقلالية البواقي وبذلك فان الانموذج المقدر يعد انموذجا ملائما لمشاهدات السلسلة الزمنية.

الاستنتاجات:-

1. ان سلسلة نسبة التغيير في اسهم سوق العراق للاوراق المالية للمؤشر (ISX60) لمجموعة من الشركات تظهر فيها تقلبات محققة في بعض الفترات الزمنية كما في الشكل (1), وهي سلسلة مستقرة في المتوسط طبقا لاختبار جذر الوحدة (Augmented Dickey-Fuller) كما في الجدول (1).
2. وطبقا لاختبارات اللاخطية فقد تبين ان سلسلة التقلبات المحققة تمثل سلسلة زمنية غير خطية كما موضح في الجدول (5).
3. بعد تطبيق الانموذج SETAR واستخدام ثلاثة معايير في اسلوب البحث الشبكي, فقد امكن اعتماد المعيار AIC في تحديد المعلمات الخارجية للانموذج (γ , p , d) بسبب ان قيمة هذا المعيار كان في المستوى الادنى بالمقارنة مع قيم المعيارين الاخرين. وبذلك تم التوصل الى ان (d = 0) و(p = 2) للنظامين وان ($\gamma = 0.25$) كما موضح ذلك في الجدول (6) . وبعد تقدير الانموذج SETAR(2;2,0) تبين ان المعلمات المقدرة كافة كانت معنوية بدرجة عالية كما في الجدول (8).

التوصيات:-

1. نوصي بدراسة الانموذج عندما تتبع الاخطاء اشكال مختلفة من التوزيعات, ومنها توزيع Student-t و Generalized Error و Skewed Student-t.
2. نوصي باستخدام طرائق تقدير اخرى سواء كانت معلمية ام غير معلمية.
3. نوصي بامكانية المقارنة للانموذج مع انموذج اخر باستخدام اسلوب المحاكاة لمعرفة كفاءة كل منهما
4. نوصي باستخدام متغيرات عتبة خارجية عند تطبيق الانموذج.

المصادر:-

1. Clements, P. and Smith, M. J. (1997), "A Monte Carlo study of tempirical SETAR models", University of Warwick, Publications Service & WRAhe forecasting performance of P, Warwick economic research papers.
2. Crespo-Cuaresma,J.(2000)." Forecasting European GDP Using Self Exciting Threshold Autoregressive Models". ***Economics Series*** No. 79, Institute for Advanced Studies, Vienna.
3. De Bruin, P.T. and. De Gooijer, J.G.(1998)." A comparison of ARMA and SETAR Forecasts",Department of Economic Statistics, University of Amsterdam, Roetersstraat 11, 1018 WB Amsterdam, The Netherlands.
4. Fırat , E.H.(2017)." SETAR (Self-exciting Threshold Autoregressive) Non-linear Currency Modelling in EUR/USD, EUR/TRY and USD/TRY aParities ",***Mathematics and Statistics*** 5(1): 33-55.
5. Galeanoa,P. and Peñab,D.(2007)." Improved model selection criteria for SETAR time series models .", Journal of Statistical Planning and Inference , 137 pp.2802 – 2814
6. **Hansen, B. E. (1997). Inference in TAR models. Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics 2, 1-14.**
7. Hansen, B. E.(1999) ." Threshold effects in non-dynamic panels: Estimation, testing, and inference ",***Journal of Econometrics*** 93, 345}368.
8. Khan, M. H. (2015). **"**Advances in Applied Nonlinear Time Series Modeling", Pakistan
9. Perron, P. (2018). "Unit Root and Structural Breaks". ***Econometrics***, 1(8): 1-169.
10. Rothman, P. (1998). "Forecasting asymmetric unemployment rates". ***Review of Economic and Statistics***, 80, 164-168.
11. Tong, H. (1990). Non-linear time series. A dynamical system approach. Oxford University Press, Oxford.
12. Tong, H. & Lim, K.S. (1980), "Threshold Auto-regression, Limit Cycles and Cyclial Data". ***Journal of the Royal Statistical Society***, B42, 245-292.
13. Tong, H. & Yeung, I. (1991). "On tests for Self-exciting Threshold Autoregressive-Type Non-linearity in Partially Observed Time Series". ***Applied Statistics***, 40: 43-62.
14. Tsay, R. S. (1989) Testing and modeling threshold autoregressive processes. ***J. Am. Statist. Ass***., 84, 231-240.
15. Tsay, R. S. (1986)." Non-linearity tests for time series". ***Biometrika,*** **73,** 461-466.

Autoregressive modeling of self-threshold with practical application

Anwar dakhel hendol

Prof. Dr. Jawad Kazem Al-Mousawi

Abstract: -

Although linear time series models have wide applications for economic phenomena in general, they are not able to capture the behavior of many economic phenomena and applications, especially financial ones. As this type of series is characterized by modeling the kinetic state of the phenomena of asymmetry, structural changes, threshold, and others. Therefore, this shortcoming in linear modeling led to the emergence of non-linear models, which are models of various formats and not a model in one general format, as is the case in linear modeling.

In order to overcome this shortcoming, most recent studies have adopted non-linear modeling, and (Tong, 1978) was one of the first who made a qualitative leap in the application of this type of models that depend on the analysis of the dynamics of financial and monetary time series and others, including autoregressive models of the self-threshold. (SETAR).

This research aims to apply the (SETAR) model to a sample that represents the series of the percentage change in the shares of the Iraq Stock Exchange for the index (ISX60) for a group of companies, and then make an applied comparison of the methods of the mentioned model.

Through the results of the applied side, it was found that the appropriate model for the research sample is the model SETAR (2;2,0) with the threshold (\gamma = 0.25). The model has outperformed SETAR (2;2,0) for having the lowest values of the criteria (AIC, BIC, pooled-AIC, MAPE), and this model also outperformed the linear model AR (1).

Research extracted from a master's thesis