

تقدير انموذج ARMA-GARCH بوجود القيم الشاردة
أ.د. جواد كاظم الموسوي*
علي جاسم ابراهيم**

المستخلص:

يهدف البحث الى تقدير الانموذج (ARMA-GARCH) في ظل وجود القيم الشاردة التي تعمل على تلويث السلسلة الزمنية المدروسة , وتؤثر في خصائص مقدرات الانموذج , فضلاً عن تأثيرها في خصائص التوزيع الاحتمالي للسلسلة الزمنية بسبب الانحراف الذي يحصل في النسق العام للمشاهدات والذي بدوره يؤثر في معاملات التقطع (Kurtosis) والالتواء (Skewness) , مما ينعكس سلباً على مقدرات الانموذج وقوة التنبؤ المستقبلي . اما تطبيقاً فإن البحث يتناول تحليل سلسلة اسعار النحاس العالمية اليومية باستخدام الانموذج المدروس (ARMA-GARCH) في حالة وجود الشوارد او عدم وجودها . وبالتالي تم التوصل الى ان الانموذج الملائم الذي يطابق سلسلة اسعار النحاس العالمية اليومية هو الانموذج AR(1)-GARCH(1,1) . الكلمات المفتاحية: انموذج الانحدار الذاتي – المتوسط المتحرك ARMA , انموذج الانحدار الذاتي المشروط بعدم التجانس المعمم GARCH , الانموذج المركب ARMA-GARCH , الشوارد outliers , التقدير .

Estimation of the ARMA-GARCH model by the presence of stray values

Abstract:

The research aims to estimate the model (ARMA-GARCH) in the presence of stray values that contaminate the studied time series, and affect the characteristics of the capabilities of the model, as well as its impact on the characteristics of the probability distribution of the time series due to deviation in the general format of the observations, which in turn affects Kurtosis and skewness coefficients, reflecting negatively on model capabilities and predictive power.

In practice, the research deals with the analysis of the daily world copper prices series using the studied model (ARMA-GARCH) in the case of the presence or absence of electrolytes. Consequently, the appropriate model that corresponds to the daily world copper price chain is AR (1) - GARCH (1,1).

Keywords: ARMA, ARMA, GARCH, ARMA-GARCH, Outliers, Estimation.

1- المقدمة:

ان وجود المشاهدات الشاردة يؤدي الى ارباك كبير في تحليل البيانات في حالة استخدام الطرائق التقليدية للتقدير ومنها مثلاً , طريقة المربعات الصغرى , التي هيمنت ولفترة طويلة من الزمن على تقدير معالم النماذج الاحصائية كافة . إلا أن هذه الطريقة غير كفوءة في حالة وجود خرق واحد او أكثر من فروض التحليل وذلك عندما تتبع الأخطاء العشوائية توزيعاً غير طبيعياً نتيجة وجود القيم الشاردة التي تعرف بأنها مشاهدات تتحرف بشكل ملحوظ عن بقية المشاهدات . وقد يعزى سبب شرودها الى وجود أخطاء في القراءات او التسجيل او حدوث تقلبات غير طبيعية كالأزمات المالية والتقلبات الاقتصادية الاخرى .

* الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد .

** باحث .

مستل من رسالة ماجستير

مقبول للنشر بتاريخ 2018/5/14

1.1 مشكلة البحث :

ان معظم الدراسات والبحوث التي تناولت موضوع السلاسل الزمنية ولاسيما نماذج ARMA او GARCH او ARMA-GARCH كانت تهدف الى الحصول على مقدرات بخصائص جيدة لمعاملات الانموذج . الا ان وجود الشوارد بأنواعها المختلفة في تلك النماذج يؤدي الى التحيز في المقدرات والذي بدوره يؤثر في قوة الاختبار الاحصائي واتساع فترات الثقة للمعاملات , وبالتالي سوف يؤثر على قوة التنبؤ المستقبلي .

2.1 هدف البحث :

يهدف البحث الى استخدام الصيغ الملائمة في تقدير العملية المدروسة ARMA-GARCH في ظل وجود المشاهدات الشاردة واستعمال الاساليب الاحصائية في نمذجة المشاهدات الشاردة وذلك من خلال التشخيص واسلوب الكشف عن وجود الشوارد بأنواعها المختلفة بواسطة تحليل البواقي الناتجة عن مطابقة الانموذج قيد البحث واستخدام اساليب الاختبار .

2- الجانب النظري :

يتضمن هذا الجانب عرضاً موجزاً للنموذجين (ARMA) و (GARCH) بشكل منفرد , فضلاً عن عرض تفصيلي للنموذج المركب (ARMA-GARCH) في ظل وجود وعدم وجود الشوارد والتطرق الى أسلوب التقدير في الحالتين وكيفية الكشف عن وجود هذه الشوارد وتعيين نوعها .

1.2 انموذج $ARMA(p,q)$: (11)

ان انموذج ARMA من النماذج شائعة الاستخدام في مجال السلاسل الزمنية , وخليط من نماذج الانحدار الذاتي (AR) ونماذج المتوسط المتحرك (MA) .

و يقال للسلسلة الزمنية $\{z_t\}$ انها عملية ARMA(p,q) اذا كان :
اذ ان :

$$\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$$

$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q \quad \text{.....(1)}$$

اذ ان $\phi(L)$ و $\theta(L)$ متعددت الحدود للانحدار الذاتي والمتوسط المتحرك من الرتبة (p) و (q) على التوالي . ومن خصائص هذا الانموذج بصورة عامة , أن خاصية الاستقرار (Stationarity) تتحقق اذا كانت جذور المعادلة $\phi(L) = 0$ تقع خارج الدائرة التي نصف قطرها يساوي واحداً , فضلاً عن ذلك أن خاصية الانعكاس (Invertibility) تتحقق اذا كانت جذور المعادلة $\theta(L) = 0$ تقع خارج الدائرة التي نصف قطرها يساوي واحداً ايضاً .

كما يمكن كتابة الانموذج ARMA(p,q) على النحو الاتي :

$$Z_t = \mu_t + \sum_{i=1}^p \phi_i Z_{t-i} + a_t - \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} \quad \text{.....(2)}$$

إذ ان μ_t يمثل المتوسط المشروط للسلسلة الزمنية ويعتمد على المعلومات السابقة لحد الزمن (t-1) والتي يطلق عليها (F_{t-1}) حيث يكون :

$$\mu_t = E(Z_t/F_{t-1}) = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i Z_{t-i} - \sum_{i=1}^q \theta_i a_{t-i} \quad \text{.....(3)}$$

إذ ان $\{a_t\}$ هو حد الخطأ الذي يخضع لأنموذج عشوائي نقي أو ما يعرف بمصطلح التشويش الابيض (White Noise) , أي ان $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$ والتباين الشرطي يكون ثابت بمعنى ان $\text{var}(Z_t/F_{t-1}) = \sigma_a^2$ وأن $Z_t/F_{t-1} \sim N(\mu_t, \sigma_a^2)$.

2.2 انموذج GARCH(m,n) (6,11) :

يعرف الانموذج GARCH(m,n) عندما $m \geq 1$, $n \geq 1$ على النحو الاتي :

$$Z_t = \mu_t + a_t \quad \text{.....(4)}$$

$$a_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t \quad \text{.....(5)}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^n \beta_j h_{t-j} \quad \text{.....(6)}$$

اذ ان : $\alpha_0 > 0$ و $i, j > 0$ و $\beta_j \geq 0$ و $\alpha_i \geq 0$ تمثل معلمات الانموذج .
 $\{Z_t\}$: تمثل سلسلة العود (Return Series) وهي سلسلة غير مرتبطة , وأن (μ_t) يمثل متوسط سلسلة العود .
 $\{\epsilon_t\}$: تمثل سلسلة الأخطاء المستقلة والمتماثلة التوزيع بمتوسط مشروط يساوي صفراً وتباين مشروط يساوي واحداً أي أن : $\epsilon_t | F_{t-1} \sim \text{iid} N(0,1)$.
 (h_t) : التباين المشروط للسلسلة الزمنية .
 $\{a_t\}$: تمثل سلسلة البواقي .
ويطلق على المعادلة (4) بمعادلة المتوسط والمعادلة (5) بمعادلة المستوى , فيما يشار للمعادلة (6) بمعادلة عدم الثبات أو معادلة التقلبات .
اما شروط الاستقرارية للانموذج GARCH(m,n) تكون :
الشرط الاول : $Ea_t^2 < \infty$ إذا كان $\sum_{i=1}^m \alpha_i + \sum_{j=1}^n \beta_j < 1$, حيث أن m, n يمثلان عدد معلمات الانموذج .

وفي حال تحقق الشرط اعلاه تكون السلسلة ضعيفة الاستقرارية (weakly stationary).
الشرط الثاني : $Ea_t^4 < \infty$ اذا كان $\frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i}{1 - \sum_{i=1}^n \beta_i} < 1$ $\left[\frac{1}{2} (E\epsilon_t^4 < \infty) \right]$ و في حالة تحقق الشرطين المذكورين تكون السلسلة تامة الاستقرارية (strictly stationary).
وان تباين السلسلة (a_t) تكون على النحو الاتي :

$$\text{var}(a_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^s (\alpha_i + \beta_i)} \quad \text{.....(7)}$$

1.2.2 التوزيعات الاحتمالية الشائعة للخطأ عندما يتبع الانموذج GARCH (ϵ_t) :⁽¹⁴⁾

غالباً ما تكون مواصفات دالة الكثافة الاحتمالية لـ (ϵ_t) في الانموذج GARCH تتطابق مع مواصفات التوزيع الطبيعي القياسي (Standard Normal) . الا ان خصائص السلاسل الزمنية المالية تتوافق مع توزيعات أخرى ومنها توزيع (Student's-t) وتوزيع الخطاء المعمم (General Error) ويكتب اختصاراً (GED) .
فعلى فرض أن (ϵ_t) تتبع توزيع (Student's-t) بالمعلمة (k) فإن دالة الكثافة الاحتمالية تكون على النحو الاتي :

$$f(\epsilon_t) = \frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma(\frac{k}{2}) \sqrt{\pi(n-2)}} \left[1 + \frac{\epsilon_t^2}{n-2} \right]^{-\frac{k+1}{2}} , \quad k > 2 \quad \text{.....(8)}$$

وعلى فرض ان (ϵ_t) تتبع توزيع $\text{GED}(\mu, \sigma^2, k)$ فان دالة الكثافة تكون :

$$f(\epsilon_t) = \frac{k \left(\Gamma(\frac{3}{k}) \right)^{\frac{1}{2}}}{2 \sigma \left(\Gamma(\frac{1}{k}) \right)^{\frac{1}{2}}} \exp \left[- \frac{\Gamma(\frac{3}{k})}{\Gamma(\frac{1}{k})} \left(\frac{\epsilon_t - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]^{\frac{k}{2}} , \quad k > 0 \quad \text{.....(9)}$$

وعندما $k=2$ فان $\text{GED}(\mu, \sigma^2, k) = N(\mu, \sigma^2)$.
3.2 انموذج ARMA(p,q)-GARCH(m,n) :^(2,6)

اذا كان المتوسط المشروط والتباين المشروط للانموذجين ARMA(p,q) و GARCH(m,n) غير ثابتين اي كلاهما يعتمدان على الماضي , فيمكن في هذه الحالة دمج الانموذجين معاً في انموذج واحد يعرف -ARMA(p,q) GARCH(m,n) لكي يمثل ويتطابق بعض السلاسل الزمنية التي تتصف بالتقلبات عبر الزمن مثل السلاسل الزمنية المالية . حيث يصبح الانموذج الاخير كالآتي :

$$\phi(L)Z_t = \theta(L)a_t \quad \text{.....(10)}$$

$$a_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t \quad \text{.....(11)}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^n \beta_j h_{t-j} \quad \text{.....(12)}$$

اذ أن $\phi(L)$ و $\theta(L)$ تمثلان متعددات الحدود من الرتبة p و q على التوالي . وأن المعادلة (10) تمثل أنموذج ARMA(p,q) وأن حد الخطأ (a_t) ليس مستقلاً ومتماثل التوزيع , وان $\epsilon_t \sim N(0,1)$, وكذلك $\alpha_0 > 0$ و $\beta_j \geq 0$

0 و $\alpha_i \geq 0$ لكل $(i=1,2,...,m)$, $(j=1,2,...,n)$. وان شرط الاستقرارية للانموذج ARMA-GARCH موضح في الشرط الثاني لانموذج GARCH .

1.3.2 مراحل بناء انموذج GARCH⁽¹⁴⁾:

لبناء نماذج ARCH و GARCH , يتم أتباع المراحل التقليدية لبناء أي انموذج في السلاسل الزمنية وكما يأتي:

1.1.3.2 المرحلة الاولى - التشخيص (Identification):

بعد التأكد من استقرارية السلسلة يتم تشخيصها عند اتباعها لعملية GARCH من خلال تطبيق الاختبارات الاتية

1- اختبار Jarque-Bera⁽¹²⁾:

أفترح الباحثان (Bera & Jarque , 1981) اختباراً لتشخيص طبيعية البواقي عند فرض وجود انموذج GARCH من عدمه . إذ ان رفض هذا الفرض يشير الى وجود تأثير GARCH بسبب ان معامل الالتواء يكون أكبر من (3) وعليه فان هذا الاختبار يعتمد على ايجاد معاملات التفرطح والالتواء . ويحسب هذا الاختبار وفق الصيغة الاتية :

$$JB = \frac{n-(m+n)}{6} \left(S^2 + \frac{1}{4} (K - 3)^2 \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

إذ ان :

S : يمثل معامل الالتواء الذي يحسب بالاعتماد على العزم الثالث , وكالاتي :

$$S = \frac{1}{T} \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \mu)^3}{\sqrt{\gamma(0)^3}}$$

فاذا كانت قيمة S مساوية الى الصفر فهذا يعني أن التوزيع يكون توزيعاً متماثلاً (كما هو الحال في التوزيع الطبيعي) .

K : يمثل معامل التفرطح الذي يحسب بالاعتماد على العزم الرابع , وكما يأتي :

$$K = \frac{1}{T} \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \mu)^4}{\sqrt{\hat{\gamma}(0)^2}}$$

فاذا كانت قيمة K=3 يدل على ان التوزيع توزيعاً طبيعياً .

ويمكن الحصول على العزمين الثالث والرابع وفق المعادلة الاتية :

$$E[(y_i - E[y_i])^i], \quad i = 3, 4$$

T : تمثل عدد المشاهدات .

(m+n) : تمثل عدد المعلمات المقدرة في الانموذج .

وان الاحصاء (JB) تتبع توزيع مربع كاي بدرجة حرية (2) . وعندما تكون قيمة هذه الاحصاء أكبر من القيمة الحرجة المقابلة فسوف ترفض فرضية العدم القائلة بأن البيانات تتوزع توزيعاً طبيعياً.

2- اختبار (Ljung - Box Test)⁽¹⁰⁾:

أفترح هذا الاختبار من قبل الباحثين (Ljung & Box , 1978) لاختبار وجود تأثير ARCH او GARCH في السلسلة الزمنية . وذلك من خلال حساب معاملات الارتباط الذاتي للبواقي لمجموعة من الإزاحات , ومن ثم اختبارها بالفرضية الموضحة ادناه :

$$k=1,2,...,rH_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k \dots = \rho_r = 0$$

$$H_1 : \rho_k \neq 0 \quad \text{for some values of } k$$

وان صيغة احصاء الاختبار تكون :

$$LB_{(r)} = T(T+2) \sum_{k=1}^r \frac{\hat{\rho}_k^2}{T-k} \sim \chi_{r-(m+n)}^2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

إذ أن :

T : تمثل عدد مشاهدات السلاسل الزمنية .

r : تمثل عدد الإزاحات للارتباط الذاتي .

$\hat{\rho}_k^2$: تمثل مقدرات مربعات معاملات الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي للأنموذج .

وتقارن قيمة أحصاء $(LB_{(r)})$ مع القيمة الجدولية لتوزيع مربع كاي بدرجة حرية $(r - (m + n))$ عند مستوى معنوية α , فإذا كانت قيمة أحصاء الاختبار أصغر من القيمة الجدولية لاختبار مربع كاي هذا يعني ان الأخطاء عشوائية ولا يوجد هناك تأثير لـ (GARCH) .

3- اختبار مضاعف لاكرانج Lagrange Multiplier Test⁽⁸⁾:

يستخدم هذا الاختبار للتحري عن وجود تأثير ARCH , من خلال ايجاد الاخطاء (a_t) الناتجة عن استخدام (ols) لتقدير المعادلة قيد الدراسة , والقيام بتطبيق معادلة الانحدار وكالاتي:

$$a_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 a_{t-2}^2 + \dots + \alpha_m a_{t-m}^2$$

ولاختبار وجود تأثير عملية ARCH يتم استخدام الفرضية الاتية :

$$H_0: \alpha_i = 0 \text{ vs } H_1: \alpha_i \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

ومن ثم حساب احصاء الاختبار :

$$LM = TR^2 \sim X_{(m)}^2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

اذ ان :

T : تمثل عدد المشاهدات في السلسلة الزمنية .

\hat{R}^2 : تمثل معامل التحديد المقدر من الانحدار على ($1, a_{t-1}^2, \dots, a_{t-m}^2$) .

m : تمثل عدد معلمات الانموذج ARCH .

فعندما تكون قيمة (LM) المحسوبة اكبر من قيمة $X_{(m)}^2$ بمستوى معنوية معين فان ذلك يشير الى رفض فرضية

العدم والقبول بالانموذج ARCH .

4- اختبار جذر الوحدة Unit Root Test⁽⁵⁾:

لكي لاينتم الحصول على الانحدار الزائف (Spurious Regression) فانه لابد من التأكد من استقرارية السلسلة الزمنية لكل متغير من المتغيرات على حدة ويتم ذلك باستخدام اختبار جذرة الوحدة من خلال تطبيق احصاء اختبار ديكي – فولر الموسع (Augmented Dickey - Fuller) وتكتب اختصاراً (ADF) . ولاجراء هذا الاختبار يتم القيام بالخطوات الاتية :

1. يقوم الاختبار طبقاً للصيغة :

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \beta y_{t-1} + u_t \quad \dots\dots\dots (16)$$

اذ ان (α_0, α_1) معلمات الانموذج وأن (β) تمثل معلمة المتغير المتباطئ , (t) الاتجاه الزمني وان (u_t) حد الخطأ .

2. لتلافي وجود الارتباط الذاتي في حد الخطأ (u_t) لابد من تصحيحه باضافة عدد مناسب من حدود الفروق المتباطئة الى المعادلة (16) وتسمى حينها معادلة اختبار جذر الوحدة :

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \gamma y_{t-1} + \sum_{s=1}^m b_s \Delta y_{t-s} + a_t \quad \dots\dots\dots (17)$$

حيث يوصف الانموذج (17) باختبار ديكي – فولر الموسع بحيث تصبح (a_t) غير مرتبطة ذاتياً , اي تحقق الفروض التقليدية ومن ثم يتم استخدام طريقة (OLS) لتقدير معلمات الانموذج . ومن ثم اختبار الفرضية

$$H_0: \gamma = 0 \text{ vs } H_1: \gamma \neq 0$$

اما احصاء الاختبار تكون :

$$DF_T = \frac{\hat{\gamma}}{SE(\hat{\gamma})} \quad \dots\dots\dots (18)$$

اذا كانت القيمة المحسوبة لـ (DF_T) اكبر سالبية من القيمة الجدولية فإنه ترفض فرضية العدم , وبالعكس .

2.1.3.2 المرحلة الثانية- التقدير (Estimation)^(6,9,10):

أن عملية التقدير تتم بأستخدام طريقة ذات المرحلتين (Two Stage Method) . ففي المرحلة الاولى يتم تقدير المعادلة الموضحة أدناه :

$$Z_t = \phi_1 + \sum_{i=1}^p \phi_i Z_{t-i} + a_t - \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-1} \quad \dots\dots\dots (19)$$

باستخدام طريقة الامكان الاعظم المشروطة وعلى فرض عدم وجود (ARCH) والحصول على البواقي المقدر

\hat{a}_t . اما في المرحلة الثانية يتم تحويل معادلة (6) الى نموذج ARMA(s,n) وتقدر المعلمات من جديد بالاعتماد على مربع البواقي \hat{a}_t^2 , وبذلك تكون معاملات انموذج GARCH المقدر هي:

$$\hat{\alpha}_i = \hat{\phi}_i - \hat{\theta}_i, \quad \hat{\beta}_i = \hat{\theta}_i \quad \dots\dots\dots (20)$$

وتكون مقدرات هذه الطريقة تقريبية جيدة وخاصة في العينات الكبيرة والمتوسطة .

اذا كان نموذج ARMA(p,q) كما في المعادلة (19) فان الخطأ يكون :

$$a_t = Z_t - \phi_0 - \sum_{i=1}^p \phi_i Z_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-1} \quad \dots\dots\dots (21)$$

وعندما يتبع الخطأ التوزيع الطبيعي المشروط بالمعلومات الماضية فان دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة تكون:

$$f(a_t \setminus F_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{a_t^2}{2\sigma^2}\right), \quad -\infty < a_t < \infty \quad \dots\dots\dots (22)$$

وان دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة لـ Z_t بمتوسط يساوي صفراً وتباين يساوي h تكون:

$$f(Z_t \setminus F_{t-1}) = \left| \frac{\partial a_t}{\partial Z_t} \right| f(a_t \setminus F_{t-1}) = f(a_t \setminus F_{t-1}) \quad \dots\dots\dots (23)$$

لان $1 = \left| \frac{\partial a_t}{\partial Z_t} \right|$ لنماذج ARMA(p,q).

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي لدالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير Z_t يكون:

$$l_t = \ln(f(Z_t \setminus F_{t-1})) = -\frac{\ln(2\pi)}{2} - \frac{\ln(\sigma^2)}{2} - \frac{a_t^2}{2\sigma^2} \quad \dots\dots\dots (24)$$

وان $(\sum_{t=1}^n l_t)$ هو لوغاريتم دالة الامكان . ولتقدير المعلمات نجد المشتقات الآتية:

$$\frac{\partial l_t}{\partial \psi} = \frac{\partial l_t}{\partial Z_t} \frac{\partial Z_t}{\partial \psi}$$

إذ ان مشتقات لوغاريتم دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير Z_t بالنسبة الى كل من ϕ_0 و ϕ_i و θ_j تكون :

$$\frac{\partial l_t}{\partial \phi_0} = \frac{-a_t}{\sigma^2} \frac{\partial Z_t}{\partial \phi_0} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\frac{\partial l_t}{\partial \phi_i} = \frac{-a_t}{\sigma^2} \frac{\partial Z_t}{\partial \phi_i} \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$\frac{\partial l_t}{\partial \theta_j} = \frac{-a_t}{\sigma^2} \frac{\partial Z_t}{\partial \theta_j} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$t = 1, 2, \dots, T ; \quad i = 1, 2, \dots, p ; \quad j = 1, 2, \dots, q$$

حيث أن

وهي مشتقات تتأثر بتغير دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير Z_t .

اما مشتقات المتغير Z_t بالنسبة الى كل من ϕ_0 و ϕ_i و θ_j تكون :

$$\frac{\partial Z_t}{\partial \phi_0} = \left[1 + \sum_{k=1}^p \phi_k \frac{\partial Z_{t-k}}{\partial \phi_0} \right] \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\frac{\partial Z_t}{\partial \phi_i} = \left[Z_{t-i} + \sum_{k=1}^p \phi_k \frac{\partial Z_{t-k}}{\partial \phi_i} \right] \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\frac{\partial Z_t}{\partial \theta_j} = \left[-a_{t-i} + \sum_{k=1}^p \phi_k \frac{\partial Z_{t-k}}{\partial \theta_j} \right] \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$t = 1, 2, \dots, T ; \quad i = 1, 2, \dots, p ; \quad j = 1, 2, \dots, q$$

حيث أن

وهي مشتقات لا تتأثر بتغير دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير Z_t كونها معتمدة على النموذج

ARMA(p,q). اما اذا كان الخطأ يتبع انموذج GARCH(m,n) فان $\epsilon_t \setminus F_{t-1} \sim iid N(0,1)$ وان

$a_t \setminus F_{t-1} \sim N(0, h_t)$ معرفة بالمعادلة (10).

ولتقدير انموذج ARMA(p,q)-GARCH(m,n) فان كل σ^2 تصبح h_t وتدمج معلمات الانموذج (19) مع

معلمات الأنموذج (6).

ولتقدير الجزء GARCH(m,n) من الانموذج يتم حساب المشتقات الآتية :

وان مشتقات لوغاريتم دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير Z_t بالنسبة الى كل من α_0 و α_i و β_j هي :

$$\frac{\partial l_t}{\partial \alpha_0} = \left(\frac{-1}{2h_t} + \frac{a_t^2}{2h_t^2} \right) \frac{\partial h_t}{\partial \alpha_0} \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\frac{\partial l_t}{\partial \alpha_i} = \left(\frac{-1}{2h_t} + \frac{a_t^2}{2h_t^2} \right) \frac{\partial h_t}{\partial \alpha_i} \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$\frac{\partial l_t}{\partial \beta_j} = \left(\frac{-1}{2h_t} + \frac{a_t^2}{2h_t^2} \right) \frac{\partial h_t}{\partial \beta_j} \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$t = 1, 2, \dots, T ; \quad i = 1, 2, \dots, p ; \quad j = 1, 2, \dots, q$$

إذ ان

وهي مشتقات تتأثر بتغير دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير Z_t .

اما مشتقات h_t بالنسبة الى كل من α_0 و α_i و β_j هي :

$$\frac{\partial h_t}{\partial \alpha_0} = 1 + \sum_{k=1}^n \beta_k \frac{\partial h_{t-k}}{\partial \alpha_0} \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$\frac{\partial h_t}{\partial \alpha_i} = a_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^n \beta_k \frac{\partial h_{t-k}}{\partial \alpha_i} \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$\frac{\partial h_t}{\partial \beta_j} = h_{t-j} + \sum_{k=1}^n \beta_k \frac{\partial h_{t-k}}{\partial \beta_j} \quad \dots\dots\dots (36)$$

حيث أن $t = 1, 2, \dots, T$; $i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, q$
وهي مشتقات لا تتأثر بتغير دالة الكثافة الاحتمالية المشروطة للمتغير Z_t كونها معتمدة على الانموذج GARCH(m,n) . ويتم التقدير بالطريقة التكرارية التي وضعت من قبل الباحثين (Berndt, Hall, Hall and Hausman) والمعروفة بطريقة (BHHH) التكرارية ، وان القيم الابتدائية تكون كالآتي:

$$a_0, a_{-1}, \dots, a_{1-p} = 0 ; z_0, z_{-1}, \dots, z_{1-p} = \bar{z} ; \sigma^2 = \sum a_t^2 / (T - n - 1)$$

3.1.3.2 المرحلة الثالثة- اختيار رتبة الانموذج (Model Order Selection) (12):

في هذه المرحلة يتم اختيار رتبة الانموذج الملائم وفق معايير عدة منها :

1- معيار معلومات (AIC) (1):

يستخدم هذا المعيار لمعرفة مدى ملائمة أنموذج معين من خلال توفيق نماذج مقترحة عن طريق اختيار أقل قيمة للمعيار . وأن الصيغة العامة للمعيار تعطى كما يأتي :

$$AIC(r) = T \ln(\hat{\sigma}_e^2) + 2(r) \quad \dots\dots\dots (37)$$

إذ ان : T : تمثل عدد المشاهدات .

r : تمثل عدد معلمات الانموذج .

$\hat{\sigma}_e^2$: يمثل مربع التباين المقدّر لبواقي الانموذج ويحسب وفق الصيغة الآتية :

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{1}{T - (m + n)} \sum_{t=1}^T (a_t - \hat{a}_t)^2 \quad \dots\dots\dots (38)$$

وتمثل الصيغة (37) معيار لانماذج (ARCH) ، أما بالنسبة للصيغة المستخدمة لنماذج (GARCH) تكون كالآتي :

$$AIC(m, n) = T \ln(\hat{\sigma}_e^2) + 2(m + n) \quad \dots\dots\dots (39)$$

2- معيار معلومة بيز (Bayesian Information criterion (BIC) (1):

قام الباحث (Akaike, 1978, 1979) بتطوير معيار (AIC) الى معيار جديد يعرف بمعيار معلومة بيز (Bayesian Information criterion) ويرمز له اختصاراً (BIC) وتكتب صيغته كالآتي :

$$BIC(r) = T \ln \hat{\sigma}_\alpha^2 - (T - r) \ln \left(1 - \frac{r}{T} \right) + r \ln T + r \ln \left[\left(\frac{\hat{\sigma}_\alpha^2}{\hat{\sigma}_\alpha^2} - 1 \right) / r \right] \quad (40)$$

إذ ان : $\hat{\sigma}_\alpha^2$: يمثل مقدّر تباين الخطأ .

r : تمثل عدد معلمات الانموذج .

$\hat{\sigma}_\alpha^2$: يمثل مقدّر تباين السلسلة .

وتمثل الصيغة (40) معيار لنماذج (ARCH) ، أما بالنسبة للصيغة المستخدمة لنماذج (GARCH) تكون كالآتي :

$$BIC(m + n) = T \ln \hat{\sigma}_\alpha^2 - (T - (m + n)) \ln \left(1 - \frac{m + n}{T} \right) + (m + n) \ln T$$

$$+ (m + n) \ln \left[\frac{\frac{\hat{\sigma}_\alpha^2}{\hat{\sigma}_\alpha^2} - 1}{m} + n \right] \quad \dots\dots\dots (41)$$

4.1.3.2 المرحلة الرابعة- فحص دقة الانموذج Diagnostic Checking Model (3):

يتم في هذه المرحلة عملية تدقيق الانموذج لبيان ملائمته لبيانات السلسلة المدروسة ، وذلك من خلال رسم معاملات دالتي الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي القياسية \tilde{a}_t ومعاملات الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي القياسية المربعة \tilde{a}_t^2 وفق الصيغة الآتية :

$$\tilde{a}_t^2 = \left(\hat{a}_t / \sqrt{\hat{h}_t} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (42)$$

إذ ان : \tilde{a}_t : تمثل سلسلة البواقي القياسية .

\hat{a}_t : تمثل سلسلة البواقي .

$\hat{h}_t^{1/2}$: تمثل سلسلة الانحراف المعياري الشرطي .

وان حساب سلسلة البواقي يتم من خلال الصيغة $\hat{a}_t = Z_t - \hat{\mu}$ لنماذج ARCH و GARCH ، اما سلسلة الانحراف المعياري الشرطي فيتم حسابه من الجذر التربيعي للصيغة (4) لنماذج ARCH و GARCH على التوالي بعد تقدير المعلمات .

4.2 الشوارد في عمليات GARCH (4,7,13):

لقد قام (Carnero et al. 2008) بدراسة تأثيرات الشوارد على الانحرافات المعيارية التقريبية للمقدرات التي تظهر على أنها تقديرات متحيزة لعينة الانحرافات المعيارية . وفي الاونة الاخيرة قام الباحثان (Hotta and Tsay, 2012) بالتمييز بين نوعين من الشوارد في نماذج GARCH . على فرض أن الخطأ العشوائي $\{a_t\}$ للسلسلة الزمنية $\{Z_t\}$ الموضحة في الصيغة (5) يخضع للنموذج $GARCH(m,n)$ ، فإن النموذج سيواجه نوعين من السيناريوهات ، الاول : وجود مشاهدات غير طبيعية كأخطاء التسجيل أو الاخطاء المطبعية التي ليس لها علاقة على الاطلاق مع تقلبات السلسلة الزمنية ولكنها تؤثر على مستوى السلسلة (Z_t) ويشار لها بشوارد المستوى (Level Outliers) ويرمز لها اختصاراً (LO) . اما الثاني ، فهو وجود اضطرابات خارجية تؤثر على تقلبات السلسلة الزمنية (h_t) كما يحصل في الازمات الاقتصادية المالية ، وأن هذه الاضطرابات تؤثر على عدم ثبات المشاهدات ويشار لها بشوارد التقلب (Volatility Outliers) ويرمز لها اختصاراً (VO) . والجدير بالذكر انه في تحليل السلاسل الزمنية التقليدية تدعى (LO) بالشوارد المضافة (AO) و (VO) بالشوارد النمطية (IO) .

5.2 الشوارد في عملية ARMA-GARCH (4,7,13,14):

على فرض ان العملية $\{Z_t\}$ تخضع للنموذج $ARMA(p,q)$ ، وأن الخطأ العشوائي $\{a_t\}$ للعملية ذاتها يخضع للنموذج $GARCH(m,n)$. وعلى فرض ايضاً أن $m=n=1$ فإن الصيغة الرياضية للنموذج $GARCH(1,1)$ بدون وجود شوارد تكون :

$$a_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t \quad \dots\dots\dots (43)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad \dots\dots\dots (44)$$

أذ أن $\{\epsilon_t\}$ عملية كاوسية قياسية مستقلة ومتماثلة وأن $\alpha_0 > 0$. وأن الشرط الاخير $\alpha_1 \geq 0$ و $\alpha_1 + \beta_1 \leq 1$. وان دالة لوغاريتم الامكان للمشاهدات في حالة عدم وجود شوارد باهمال الحد الثابت (α_0) ومشروطا على القيمة الاولى (a_0) تكون كما يأتي :

$$\text{Log } f(a_1, \dots, a_n | a_0, \alpha_0, \alpha_1, \beta_1) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \log(h_t) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \frac{a_t^2}{h_t} \quad \dots\dots (45)$$

وفي حالة وجود الشوارد فإن ذلك يؤدي الى سلسلة ملوثة يشار لها (y_t) . وعلى فرض وجود قيمة شاردة واحدة متمثلة بالملاحظة بالزمن (k) . ففي هذه الحالة تكون معادلة المشاهدات (43) على النحو الاتي :

$$y_k = a_k + \omega \delta_t^k$$

$$\delta_t^k = \begin{cases} 1 & \text{if } t = k \\ 0 & \text{if } t \neq k \end{cases} \quad \text{أذ أن } \delta_t^k \text{ يمثل الموجه لمؤشر الزمن}$$

ان صيغة معادلة التقلب (43) تعتمد على نوع الشوارد . فعندما تكون الشوارد من نوع (VO) فإن الصيغة تبقى نفسها عدا أن (a_{t-1}^2) تبدل بالملاحظة (y_{t-1}^2) بسبب أن الشوارد تؤثر بالتباين النمطي (Innovation Variance) في الزمن $(t=k)$ مع انتقال التأثير الى المشاهدات اللاحقة . اما في حالة الشوارد من نوع (LO) عند الزمن $(t=k)$ ، فإن معادلة التقلب تصبح :

$$h_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 (y_t - \delta_t^k \omega)^2 + \beta_1 h_{t-1} = \alpha_0 + \alpha_1 (y_t - \omega)^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad \text{when } \delta_t^k = 1 \quad \dots\dots (46)$$

1.5.2 شوارد التقلب (Volatility Outlier) (4,7,14):

ان تأثير الشوارد (VO) يظهر على المشاهدات المستقلة من خلال معادلة التقلب (43) . وعليه فإن لوغاريتم دالة الامكان المشروطة على a_1 عند وجود الشوارد من نوع (VO) مع اهمال الحد الثابت تكون على النحو الاتي :

$$L_{vo}(\omega; \alpha) = -\frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \log(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}) - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \frac{(y_k - \omega \delta_t^k)^2}{\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}} \quad \text{أذ أن } \alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \beta_1)^T$$

وبالتالي فإن صيغة لوغاريتم الامكان للمعلمة (ω) في الحد (k) فقط تكون على النحو الاتي :

$$L(\omega) = -\frac{1}{2} \log(\alpha_0 + \alpha_1 y_{k-1}^2 + \beta_1 h_{k-1}) - \frac{(y_k - \omega)^2}{2(\alpha_0 + \alpha_1 y_{k-1}^2 + \beta_1 h_{k-1})} \quad \dots\dots (47)$$

حيث يكون $a_t = y_t$ عندما $t \neq k$.

1.1.5.2 مقدر الامكان الاعظم (MLE) :

ان المشتقات من الدرجتين الاولى والثانية لدالة لوغاريتم الامكان تكون على النحو التالي:

$$\frac{\partial l}{\partial \omega} = \frac{y_k - \omega}{h_k} \quad \dots\dots\dots (48)$$

$$I_{\omega\omega} = -\frac{\partial^2 l}{\partial^2 \omega} = \frac{1}{h_k} \quad \dots\dots\dots (49)$$

$$I_{\omega\alpha_0} = -\frac{\partial^2 l}{\partial \omega \partial \alpha_0} = \frac{y_k - \omega}{h_k^2} \quad \dots\dots\dots (50)$$

$$I_{\omega\alpha_1} = -\frac{\partial^2 l}{\partial \omega \partial \alpha_1} = \frac{y_{k-1}^2 (y_k - \omega)}{h_k^2} \quad \dots\dots\dots (51)$$

$$I_{\omega\alpha_2} = -\frac{\partial^2 l}{\partial \omega \partial \beta_1} = \frac{h_{k-1} (y_k - \omega)}{h_k^2} \quad \dots\dots\dots (52)$$

إذ ان : $h_k = \alpha_0 + \alpha_1 y_{k-1}^2 + \beta_1 h_{k-1}$ ويتضح من خلال المشتقات أن (y_k) هي مقدر الامكان الاعظم لحجم القيمة الشاردة (ω) , وتقدر المعلمات الاخرى من خلال تعظيم لوغاريتم الامكان بعد التركيز خارج (ω) أي من خلال تعظيم الدالة :

$$L(\alpha) = \log f(y_1, \dots, y_n | y_0, \alpha) \\ = -\frac{1}{2} \log(\alpha_0 + \alpha_1 y_{k-1}^2 + \beta_1 h_{k-1}) - \frac{1}{2} \sum_{t \neq k} \log(h_t) - \frac{1}{2} \sum_{t \neq k} \frac{y_k^2}{h_t} \quad \dots\dots\dots (53)$$

أذ أن $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \beta_1)^T$.

2.1.5.2 اختبار مضاعف لاكرانج (Lagrange Multiplier Test) :

لقد اقترح الباحثان (Hotta and Tsay, 2012) اختبار مضاعف لاكرانج للكشف عن شوارد التقلب طبقاً للفرضيتين الاتيتين :

$$H_0: \omega = 0 \quad vs \quad H_1: \omega \neq 0$$

وأن اختبار وجود شوارد التقلب في المشاهدة thk - تعطى بواسطة مربع العودة القياسية على المشاهدات k . أي أن :

$$LM_k^{VO} = \frac{y_k^2}{\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 y_{k-1}^2 + \hat{\beta}_1 \hat{h}_{k-1}} \quad \dots\dots\dots (54)$$

إذ ان مقدرات الامكان الاعظم تكون تحت فرضية العدم . وعندما يكون موقع الشوارد غير معروف , فإن أحصاء الاختبار للكشف عن تلك الشوارد تكون :

$$LM_k^{VO} = \max_{2 \leq k \leq n} LM_k^{VO} \quad \dots\dots\dots (55)$$

وفي حالة كون المعلمات و h_1 معلومة , فإن $k = 2, 3, \dots, n$, LM_k^{VO} تكون مستقلة وتتبع توزيع χ_1^2 .

2.5.2 شوارد المستوى (Level Outlier) (4,7,14) :

أن شوارد المستوى تؤثر فقط على مشاهدات السلسلة عند ظهورها , ولا ينتقل التأثير الى المشاهدات اللاحقة أو الى التقلب . وتوصف السلسلة المشاهدة $\{a_t\}$ بأنموذج شوارد المستوى لأي شاردة منفردة بحجم (ω) في المشاهدة thk - على النحو الاتي :

$$y_t = a_t + \omega \delta_t^k \quad \dots\dots\dots (56)$$

1.2.5.2 مقدر الامكان الاعظم (MLE) :

عندما تكون $\{\epsilon_t\}$ تتبع التوزيع الكاوسي القياسي , فإن لوغاريتم الامكان مشروطاً على a_t و h_1 يعطى كما يأتي :

$$L_{lo}(\omega; \alpha) = -\frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \log \left[\alpha_0 + \alpha_1 (y_{t-1} - \omega \delta_{t-1}^k)^2 + \beta_1 h_{t-1} \right] - \\ \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \frac{(y_t - \omega \delta_t^k)^2}{\alpha_0 + \alpha_1 (y_{t-1} - \omega \delta_{t-1}^k)^2 + \beta_1 h_{t-1}}$$

$$\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \beta_1)^T$$

وبالتالي فإن صيغة لوغاريتم الامكان للمعلمة (ω) في الحد (k) فقط تكون على النحو الاتي :

$$L(\omega) = -\frac{(y_k - \omega)^2}{2(\alpha_0 + \alpha_1 y_{k-1}^2 + \beta_1 h_{t-1})} - \frac{1}{2} \log\{\alpha_0 + \alpha_1 (y_k - \omega)^2 + \beta_1 h_{t-1}\} \\ - \frac{y_{k+1}^2}{2\{\alpha_0 + \alpha_1 (y_k - \omega)^2 + \beta_1 h_{t-1}\}} \dots\dots\dots (57)$$

حيث يكون $a_t = y_t$ عندما $t \neq k$. وبسبب أن دالة الامكان تعتمد فقط على القيمة المطلقة لـ $(a_t - \omega \delta_{t-1}^k)$ فإن الشوارد المساوية الى (ω) و $(2a_t - \omega)$ عند المشاهدة thk - سوف تنتج نفس دالة الامكان . وعلى وجه الخصوص , يفترض عدم وجود قيمة شاردة أو شوارد مساوية الى $(2a_t)$ في كل مشاهدة تنتج نفس الاحتمال . وبذلك فإن الحل دائما يعتبر قيمة الشوارد من القيم المطلقة الصغيرة .

2.2.5.2 اختبار مضاعف لاجرانج (Lagrange Multiplier Test) :

أن أحصاءة اختبار مضاعف لاجرانج معرفة كالآتي :

$$LM = \left(\frac{\partial l_0}{\partial \omega} \right)^2 I^{\omega\omega} \dots\dots\dots (58)$$

إذ أن $I^{\omega\omega}$: تمثل معكوس مصفوفة المعلومات وأن المشتقة ومصفوفة المعلومات تقدر باستخدام المعلومات المقدرة تحت فرضية العدم $\omega = 0$. كما أن أحصاءة الاختبار المقترحة من (Hotta and Tsay, 2012) لشاردة المستوى المنفردة عند المشاهدة thk تكون كالآتي :

$$LM_k^{LO} = LM_k^{VO} \left\{ 1 + \hat{\alpha}_1 \hat{h}_k \sum_{j=1}^{n-k} \hat{\beta}_1^{j-1} \left(\frac{1}{\hat{h}_{k+1}} - \frac{y_{k+1}^2}{\hat{h}_{k+1}^2} \right) \right\}^2 \left(1 + 2\hat{\alpha}_1^2 \hat{h}_k^2 \sum_{j=1}^{n-k} \frac{\hat{\beta}_1^{j-1}}{\hat{h}_{k+1}^2} \right)^{-1} \dots\dots\dots (59)$$

أذ أن المقدرات تكون تحت فرضية العدم (لا يوجد هناك شوارد) , LM_k^{VO} تمثل أحصاءة الاختبار للكشف عن شوارد التقلب , كما في الصيغة الآتية :

$$LM_k^{VO} = \frac{y_k^2}{\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 y_{k-1} + \hat{\beta}_1 \hat{h}_{k-1}} \dots\dots\dots (60)$$

وفي أغلب التطبيقات لا يمكن معرفة موقع الشوارد , وفي مثل هذه الحالة يمكن استخدام أحصاءة الاختبار الآتية :

$$LM_k^{LO} = \max_{2 \leq k \leq n} LM_k^{LO} \dots\dots\dots (61)$$

أما توزيع أحصاءة الاختبار فيمكن معرفته من خلال استخدام المحاكاة , وباستخدام انموذج $GARCH(1,1)$ من دون وجود شوارد في سلسلة البيانات المشاهدة لأنموذج التوليد .

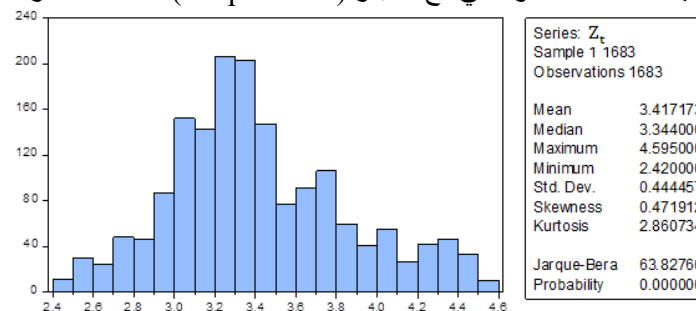
3- الجانب التطبيقي :

يتضمن هذا الجانب الدراسة التطبيقية لبناء واختيار الانموذج الملائم لمشاهدات أسعار النحاس العالمية باستخدام نماذج $ARMA-GARCH$. وذلك في حالة وجود القيم الشاردة .

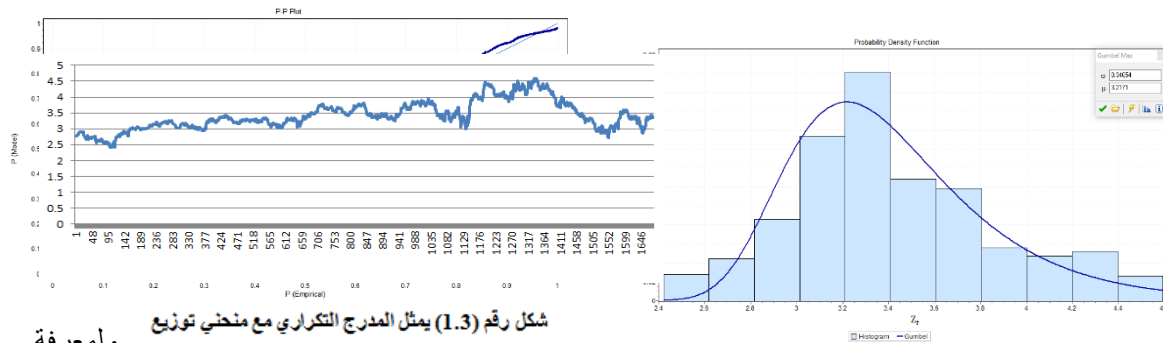
1.3 وصف البيانات:

اعتمد الجانب التطبيقي على عينة تمثل الحد الأدنى لسعر اغلاق مادة النحاس العالمية اليومية وان البيانات اخذت من الموقع الالكتروني (Investing.com) . بعدد مشاهدات (1683) مشاهدة يومية . ولبيان طبيعة توزيع السلسلة الاصلية فإن الجدول (1) يشير الى الاحصاء الوصفي للسلسلة المدروسة مع تطبيق اختبار (JB) وفق الصيغة (19) وباستخدام برنامج (Eviews 10) .

جدول رقم (1) يمثل الاحصاء الوصفي مع اختبار (Jarque-Bera) لسلسلة أسعار النحاس اليومية



يتبين من الجدول (1) أن قيمة معامل الالتواء تساوي (0.471912) , وهي قيمة موجبة وتدل على أن توزيع السلسلة $\{Z_t\}$ له ذيل طويل من جهة اليمين , وأن معامل التقطح يساوي (2.860734) , وهو يختلف قليلاً عن معامل التقطح للتوزيع الطبيعي الذي يكون مساوياً إلى (3) , وهذا الاختلاف يؤكد اختبار (Jarque-Bera) , حيث كانت قيمة الاحصاء مساوية إلى (63.8276) التي تشير إلى أن السلسلة الزمنية المدروسة لا تتبع التوزيع الطبيعي عند مستوى معنوية (0.05) . وباستخدام برنامج (Easyfit 5.6) تم رسم المدرج التكراري مع منحنى توزيع كامل Gumbel ($\mu = 3.2171, \sigma = 0.34654$) الموضح بالشكل (1.3) . وكذلك تم أدراج الرسم البياني الاحتمالي-الاحتمالي (p-p plot) الموضح بالشكل رقم (2.3) .

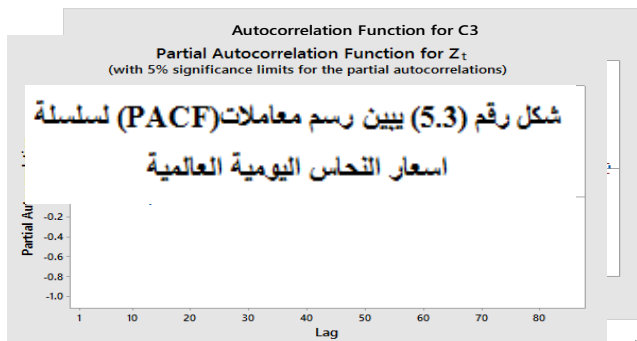


شكل رقم (1.3) يمثل المدرج التكراري مع منحنى توزيع (Gumbel) لملاحظات سلسلة أسعار النحاس اليومية ولمعرفة

سلوك السلسلة الزمنية تم رسم مشاهداتها باستخدام برنامج Microsoft Excel 2010 كما في الشكل رقم (3.3) .

شكل رقم (3.3) يمثل رسم سلسلة أسعار النحاس اليومية العالمية

وللتأكد من استقرارية السلسلة من عدمها تم رسم دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) كما في الشكلين (4.3) و (5.3) .



شكل رقم (5.3) يبين رسم معاملات (PACF) لسلسلة أسعار النحاس اليومية العالمية

شكل رقم (4.3) يبين رسم معاملات (ACF) لسلسلة أسعار النحاس اليومية العالمية

يلاحظ من الشكل (3.3) أن السلسلة تتذبذب حول المتوسط , ومن الشكل (4.3) أن السلسلة مستقرة في المتوسط إذ أن معاملات الارتباط الذاتي متذبذبة داخل

وخارج حدود الثقة . فضلاً عن ذلك فقد تم اختبار استقرارية السلسلة (Z_t) باستخدام اختبار جذر الوحدة من خلال معادلة (Augmented Dickey-Fuller Test) الموضحة بالصيغة (17) . وكانت نتائج الاختبار موضحة في الجدول رقم (2.3) .

جدول رقم (2.3) يبين اختبار جذر الوحدة لملاحظات سلسلة أسعار النحاس اليومية

السلسلة Z_t تمتلك جذر الوحدة: H_0

Augmented Dickey-Fuller	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.459045	0.01259...
Test critical values:		
1% level	-3.434034	
5% level	-2.863054	
10% level	-2.567623	

ويظهر من خلال الجدول رقم (2.3) ان قيمة الاحصاء (t) المطلقة اكبر من (p-value). وبذلك تم رفض فرضية العدم التي تنص على وجود جذر الوحدة لسلسلة اسعار النحاس اليومية عند مستوى معنوية (0.05). وبالتالي فان السلسلة تكون مستقرة , وبدوره سيتم الحصول على معلمات مستقرة .

2.3 بناء الانموذج $ARMA(p,q)$ - $GARCH(m,n)$:

ان اهم مراحل بناء هذا الانموذج لسلسلة اسعار النحاس اليومية هي مرحلة تحديد رتبة الانموذج $ARMA(p,q)$. ولتحديد هذه الرتبة فقد لوحظ ان سلوك دالتي الارتباط الذاتي والذاتي الجزئي الموضحتان في الشكلين (4.3) و (5.3) لا تتوافقان مع السلوك النظري لنماذج (Box-Jenkins). وعليه تم توفيق مجموعة من النماذج المقترحة بالاعتماد على مشاهدات السلسلة الاصلية , ومن اختيار الانموذج الملائم بحساب المعايير (Log Likelihood) (MSE , BIC , AIC) , . والجدول رقم (3.3) يبين النتائج التي تم الحصول عليها باستخدام البرنامج (Eviews 10) .

جدول رقم (3.3) يبين مطابقة مجموعة مقترحة لنماذج $ARMA$ لسلسلة اسعار النحاس اليومية

Model	LogL	AIC*	BIC	MSE
ARMA(1, 0)	8217.86900	-9.751579	-9.78279	0.0023060
ARMA (2, 0)	8193.570223	-9.732110	-9.719208	0.0023881
ARMA(1, 1)	8193.539549	-9.732073	-9.719172	0.0023072
ARMA(0, 2)	5146.147858	-6.110693	-6.097791	0.0023132
ARMA(0, 1)	4392.845499	-5.216691	-5.207015	0.0023106
ARMA(1, 2)	8194.190495	-9.731658	-9.715531	0.0023085
ARMA(2, 1)	8207.266436	-9.747197	-9.731070	0.0023076
ARMA(2, 2)	8211.433205	-9.750960	-9.731608	0.0023084

ومن خلال الجدول رقم (3.3) يتبين أن الانموذج الملائم هو $ARIMA(1,0,0)$ الذي يكافئ الانموذج $AR(1)$, حيث اعطى هذا الانموذج اقل المعايير (MSE , BIC , AIC) بالمقارنة مع معايير النماذج الاخرى . وكانت الصيغة التقديرية باستخدام طريقة الامكان الاعظم (MLE) للانموذج على النحو الاتي :

$$Z_t = 0.0167 + 0.9051 Z_{t-1} + a_t$$

(14.32) (378.51)

حيث كانت قيمة متوسط مربعات الخطأ للانموذج مساوية الى (MSE = 0.002306) . وان القيم بين الاقواس تمثل قيم (t) المحسوبة . ينبغي الان فحص ملائمة الانموذج وذلك من خلال دراسة سلوك سلسلة البواقي الناتجة عن مطابقة الانموذج وباستخدام الاختبارات التي ذكرت في الجانب النظري .

أولاً: اختبار مضاعف لاكرانج LM :

يمكن التحقق من وجود تأثير لـ ARCH لبواقي انموذج $AR(1)$ من عدمه , باستخدام اختبار LM وفق الصيغة (23.2) وكانت نتائج الاختبار كما في الجدول رقم (4.3) .

جدول رقم (4.3) يبين اختبار LM لبواقي الانموذج $AR(1)$

عدم وجود تأثير H_0 : ARCH

Statistics		P-value
F-Statistic	1690.043	0.000
LM-Statistic	843.508	0.000

ومن خلال الجدول رقم (4.3) يتبين أن احتمالية اختباري (F) و (LM) اقل من (0.05) , واستناداً لتلك النتائج يتم رفض فرضية العدم التي تنص على عدم وجود تأثير لأنموذج ARCH وبذلك فإن سلسلة البواقي تمتاز بوجود تأثير ARCH .

ثانياً: اختبار Ljung-Box :

لبيان عشوائية سلسلة البواقي تم استخدام اختبار (Ljung-Box) وفق الصيغة (14) . وكانت النتائج موضحة في الجدول رقم (5.3) وكما يأتي :

جدول رقم (5.3) يبين اختبار (Ljung-Box) لسلسلة البواقي (a_t)

H_0 : لا يوجد ارتباط متسلسل

Test	Series	Q(Lag)	Statistic	p-value
Ljung-Box	R	Q(12)	43.98	0.000
Ljung-Box	R	Q(24)	83.04	0.000
Ljung-Box	R	Q(36)	133.14	0.000
Ljung-Box	R	Q(48)	166.81	0.000
Ljung-Box	R	Q(60)	190.69	0.000
Ljung-Box	R	Q(72)	210.14	0.000

ويتبين من خلال القيم الاحتمالية (P-value) في الجدول رقم (5.3) رفض فرضية العدم عند مستوى المعنوية (0.05) وهذا يشير الى وجود ارتباط متسلسل عند الازاحات (12,24,36,48,60,72) بسبب أن كل قيم (p-value) المقابلة لهذه الازاحات كانت اصغر من (0.05) .
ثالثاً: اختبار جذر الوحدة :

تم اختبار استقراره سلسلة البواقي (a_t) من عدمها باستخدام اختبار جذر الوحدة (Augmented Dickey-Fuller Test) طبقاً للصيغة (26.2) كما في الجدول رقم (6.3).

جدول رقم (6.3) يبين اختبار جذر الوحدة لمشاهدات سلسلة البواقي

السلسلة a_t تمتلك جذر الوحدة: H_0

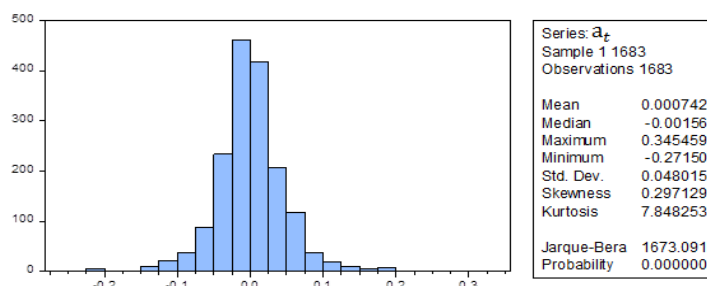
Augmented Dickey-Fuller	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-41.11014	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.434034	
5% level	-2.863054	
10% level	-2.567623	

ويظهر من خلال الجدول رقم (6.3) ان قيمة الاحصاء تساوي (t = -41.11014) وتقابل (P-value = 0.000) . وبذلك تم رفض فرضية وجود جذر الوحدة لسلسلة البواقي بمستوى معنوية (0.05) . وبالتالي فإن سلسلة (a_t) تكون مستقرة .

1.2.3 توزيع سلسلة البواقي :

لتحديد توزيع سلسلة البواقي فإن الجدول رقم (7.3) يوضح الاحصاء الوصفي لمشاهدات السلسلة مع اختبار (Jarque-Bera) طبقاً للصيغة (13) وكما يأتي :

جدول رقم (7.3) يمثل الاحصاء الوصفي مع اختبار (Jarque-Bera) لسلسلة البواقي

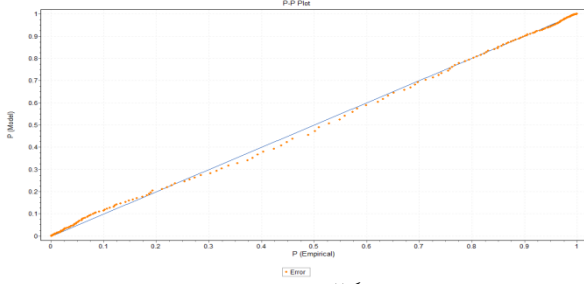


يتبين من الجدول ان قيمة الالتواء (0.297129) ومعامل التفريط (7.848253) وهو يختلف عن معامل التفريط للتوزيع الطبيعي. كما يوضح اختبار (Jarque-Bera) ان قيمة احصاء الاختبار تساوي (1673.091) وبالتالي ان سلسلة البواقي لا تتبع التوزيع الطبيعي بمستوى معنوية (0.05). فضلاً عن ذلك، فقد تم رسم المدرج التكراري لسلسلة الخطأ مع منحنى توزيع الخطأ المعمم ($\mu = 0.00074$, $\sigma = 0.04802$, $k = 1.3$) و GED والموضح بالشكل رقم (6.3). وكذلك تم ادراج الرسم البياني الاحتمالي-الاحتمالي (p-p plot) والموضح في الشكل رقم (7.3) ومن خلال الشكلين يتبين ان مشاهدات سلسلة البواقي تتبع توزيع (GED)، وهذا ما تؤكد احصاء اختبار (Kolmogorov-Smirnov)، حيث كانت قيمة الاختبار (0.0354) التي تقابل مستوى معنوية ($p\text{-value} = 0.02875$). وبذلك يتم قبول فرضية العدم التي تنص على ان البيانات تتبع توزيع (GED) بمستوى معنوية (0.05).

2.2.3 تقدير النموذج ARMA-GARCH بوجود

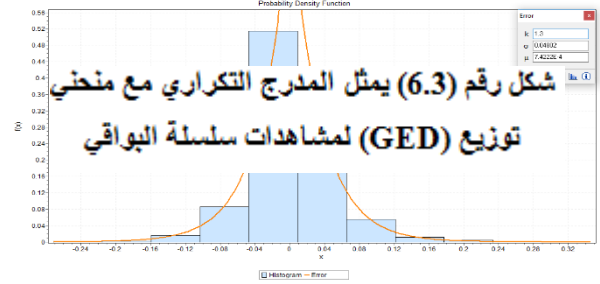
قيم شاردة :

في هذه المرحلة تم تقدير معاملات النموذج الانحدار الذاتي المشروط بعدم تجانس التباين (GARCH) باستخدام طريقة الامكان الاعظم عندما تتبع سلسلة البواقي توزيع الخطأ المعمم (GED). ولاختبار الانموذج الافضل تم الاعتماد على أقل القيم



لمعايير (AIC, BIC) طبقاً للصيغتين (39) و (41) واكبر قيمة شكل رقم (7.3) يمثل الرسم البياني (p-p plot) لتوزيع (GED) لمشاهدات سلسلة البواقي

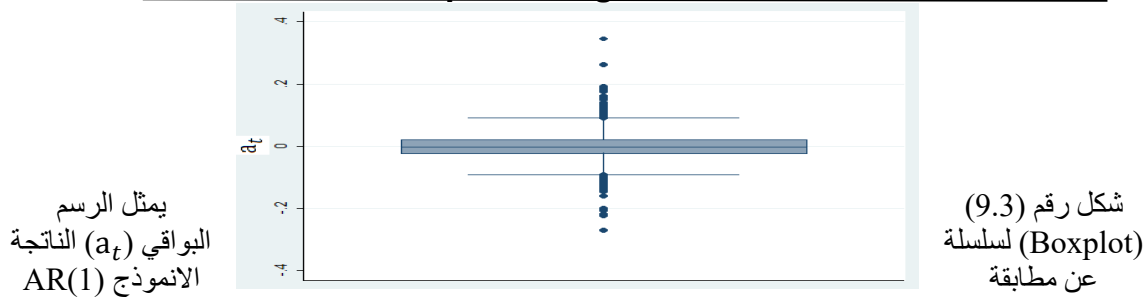
للوغاريتم الامكان. والجدول رقم (9.3) يبين قيم المعايير المذكورة.



جدول رقم (9.3) يبين معايير المقارنة للنماذج المقدره بطريقة الامكان الاعظم عند اتباع سلسلة البواقي للنموذج AR(1) توزيع الخطأ (GED)

Models	LogL	AIC*	BIC
GARCH (1,0)	2872.167	-3.41196	-3.41349
GARCH (1,1)	2962.537	-3.51817	-3.51172
GARCH (2,0)	2891.975	-3.41431	-3.42786
GARCH (2,1)	2961.091	-3.51526	-3.50558
GARCH (1,2)	2961.945	-3.51627	-3.50660
GARCH (2,2)	2960.005	-3.51278	-3.49988
GARCH (3,0)	2907.918	-3.45207	-3.44240
GARCH (4,0)	2912.627	-3.45648	-3.44358

ومن الجدول (9.3) يلاحظ تفوق انموذج GARCH(1,1) على النماذج الاخرى باقل قيمة للمعايير وبأكبر قيمة للوغاريتم الامكان. ولتحديد موقع ونوع الشوارد في معادلة التقلب (GARCH)، فقد استخدم ايضا الرسم (Boxplot) لفحص وجود القيم الشارده في تلك المعادلة كما في الشكل رقم (9.3).



حيث يظهر من خلال الشكل (9.3) وجود (11) قيمة مرشحة ان تكون شاردة تحمل النقاط الزمنية (117 , 382 , 1118 , 1144 , 1274 , 1275 , 1534 , 1555 , 1571 , 1661 , 1675) . ولاختبار النقاط المذكورة تم استخدام اختبار LM_k^{LO} و LM_k^{VO} كما في الصيغتين (108.2) و (113.2) للكشف عن الشوارد وتحديد نوعها وذلك باستخدام انموذج GARCH(1,1) لسلسلة الخطاء (a_t) والموضح بالمعادلة الآتية :

$$h_t = 0.00014 + 0.049328 a_{t-1}^2 + 0.944954 h_{t-1}$$

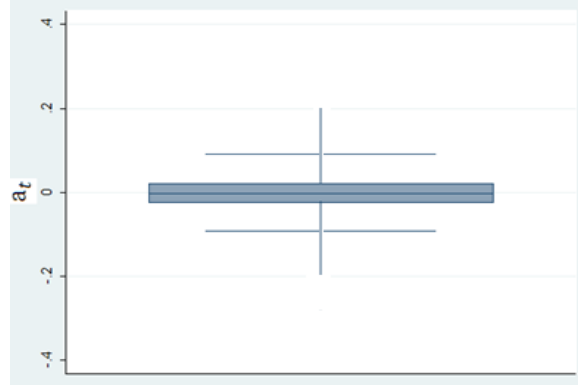
والجدول رقم (13.3) يوضح نتائج الاختبار للأحصائيتين المذكورتين سلفاً للكشف عن الشوارد لـ (11) نقطة زمنية لسلسلة الخطأ بمستويات معنوية (0.01 , 0.05) .

جدول رقم (13.3) يوضح نتائج اختبار الشوارد لسلسلة الخطأ عند استخدام الانموذج المقدر GARCH(1,1)

Time index	LM_k^{VO}		LM_k^{LO}		Inference $\alpha = 0.05$	Inference $\alpha = 0.01$
	Test	P-value	Test	P-value		
117	13.603	0.000	2.403	0.124	VO	VO
382	13.244	0.000	6.271	0.013	VO	VO
1118	8.782	0.009	5.269	0.023	VO or LO	VO
1144	5.807	0.018	2.317	0.126	VO	—
1274	21.037	0.000	16.382	0.000	VO or LO	VO or LO
1275	17.119	0.000	9.604	0.003	VO or LO	VO or LO
1534	18.666	0.000	19.025	0.000	VO or LO	VO or LO
1555	7.875	0.005	5.994	0.017	VO or LO	VO
1571	3.452	0.056	12.259	0.000	LO	LO
1661	9.174	0.006	7.205	0.007	VO or LO	VO or LO
1675	4.389	0.038	4.524	0.032	VO or LO	—

ومن خلال الجدول رقم (13.3) وطبقاً للقيم الاحتمالية (p-value) تم كشف قيمة شاردة واحدة من نوع (LO) عندما (t=1571) عند مستويي المعنوية (0.01 , 0.05) . و (3) قيم شاردة من نوع (VO) عندما (t=117 , 382) عند مستويي المعنوية (0.01 , 0.05) والثالثة عندما (t=1144) عند مستوى معنوية (0.05) فقط . كما تم الكشف من خلال قيم (p-value) وجود (7) قيم شاردة يمكن ان تصنف لكلا النوعين (LO or VO) , (4) منها بقيت على التصنيف نفسه عند مستويي المعنوية (0.01 , 0.05) عندما (, 1275 , 1534 , t=1274 , 1661) , و (2) منها تحولت الى قيم شاردة من نوع (VO) بمستوى معنوية (0.01) عندما (1118 , t=1555) , اما القيمة الشاردة الاخيرة بالنقطة الزمنية (t=1675) بعد ان كانت مصنفة بالنوعين (LO or VO) بمستوى معنوية (0.05) قد اختفت عند مستوى معنوية (0.01) .

وبدمج القيم الشاردة المذكورة في لوغاريتم الامكان لسلسلة الخطاء العشوائي (a_t) , ومن ثم اعادة تقدير معلمات الانموذج GARCH(1,1) وايجاد سلسلة الخطأ العشوائي (a_t) مرة أخرى واستخدام الرسم (Boxplot) , حيث تم التأكد من عدم وجود الشوارد كما موضح ذلك في الشكل رقم (10.3) .



شكل رقم (10.3) يمثل الرسم (Boxplot) لسلسلة البواقي (a_t) النهائية

فإن الصيغة المقدرة للانموذج AR(1)-GARCH(1,1) بعد أختفاء الشوارد كانت على النحو الاتي:

$$Z_t = 0.0193 + 0.9085 Z_{t-1} + a_t$$

(14.86) (379.07)

$$a_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t$$

$$h_t = 0.00076 + 0.03368 a_{t-1}^2 + 0.96531 h_{t-1}$$

(2.446) (6.291) (108.93)

$$\text{Log(Likelihood)} = 3051.78$$

$$\text{Standard dev. of residuals} = 0.04373$$

ومن خلال نتائج الانموذج المقدر بعد ادماج الشوارد في عملية تقدير المعلمات يلاحظ وجود تحسن في مقدر المعلمات بالاعتماد على قيمة الاحصاء (t) .

3.2.3 فحص ملائمة الانموذج :

لابد من التأكد من مدى ملائمة الانموذج المقدر , وباستخدام الصيغتين (23.2) و (22.2) على التوالي للبواقي ومربعات البواقي والجدولان ادناه يوضحان نتائج الاختبارين للانموذج GARCH(1,1).

جدول رقم (14.3) يوضح اختبار (ARCH-Test)

H_0 : عدم وجود تأثير ARCH

Statistics		P-value
F-Statistic	0.00832	0.9273
LM-Statistic	0.00842	0.9291

جدول رقم (15.3) يوضح اختبار (Ljung-Box) للبواقي

H_0 لا يوجد ارتباط متسلسل

Lag	Residual		Residual Squares	
	Ljung-Box	p-value	Ljung-Box	p-value
12	12.148	0.4339	7.742	0.809
24	21.466	0.6111	15.014	0.908
36	29.429	0.7726	21.216	0.945
48	38.194	0.8435	13.017	0.971
60	47.758	0.8734	34.918	0.996
72	55.508	0.9250	41.106	1.000

ومن خلال الجدولين (14.3) و (15.3) يتبين أن قيم (p-value) للاختبارين اكبر من (0.05) وبذلك لا ترفض فرضية عدم عند الازاحات المأخوذة . وعليه يمكن القول ان الارتباطات الذاتية غير معنوية , اضافة الى انعدام تأثير (ARCH) في البواقي المقدره التي تتوزع عشوائيا وبشكل مستقل . ومن ثم ان استخدام الانموذج المقدر GARCH(1,1) قد صحح الارتباط لسلسلة (a_t) .

4- الاستنتاجات :

1. من خلال الشكل (1.3) تبين ان سلسلة سعر الاغلاق لمادة النحاس اليومية العالمية $\{Z_t\}$ تتبع توزيع Gumbel ($\mu = 3.217, \sigma = 0.346, k = 1.3$) وهي قريبة للتوزيع الطبيعي .
2. ان معظم السلاسل الزمنية المالية تكون غير مستقرة , ولكن تبين ان سلسلة اسعار النحاس كانت مستقرة من خلال رسوم السلسلة الاصلية ومعاملات دالة الارتباط الذاتي كما في الشكلين (3.3) و (4.3) على التوالي , وقد أكد هذا الاستنتاج اختبار جذر الوحدة كما في الجدول (2.3) .
3. عند مطابقة الانموذج المدروس لبيانات السلسلة الاصلية بأهمال القيم الشارده , فقد تبين ان الانموذج الملائم للسلسلة هو $AR(1)$. وبعد تطبيق اختباري (LM) و (Ljung-Box) لبواقي الانموذج , فقد تبين ان سلسلة البواقي تمتاز بوجود تأثير ARCH , وتم التوصل الى انها مستقرة طبقاً لاختبار جذر الوحدة كما في الجدول (6.3) .
4. تم التوصل الى ان سلسلة البواقي تخضع للانموذج GARCH(1,1) اعتماداً على اقل المعايير (, AIC , BIC) واكثر قيمة للوغاريتم دالة الامكان .
5. تم استخدام الرسم (Boxplot) لمعادلة التقلب (h_t) و تبين من خلاله وجود (11) قيمة مرشحة ان تكون شارده كما في الشكل (9.3) . وبعد اجراء اختباري (LM_k^{LO}) و (LM_k^{VO}) فقد تبين ان كل المشاهدات المرشحة كانت من نوع (VO) او من نوع (LO) او من كلا النوعين كما موضح ذلك في الجدول (10.3) .
6. وبعد دمج القيم الشارده في دالة لوغاريتم الامكان لسلسلة الخطاء العشوائي $\{a_t\}$ واعادة تقدير الانموذج GARCH(1,1) وايجاد سلسلة البواقي المعدلة فقد تبين اختفاء القيم الشارده كما في الرسم (Boxplot) الموضح بالشكل (10.3) . وبعد فحص الانموذج النهائي تم الحصول على زيادة في لوغاريتم الامكان الاعظم بنسبة (3%) وتقليص الخطاء المعياري لبواقي الانموذج بنسبة (8.9%) .

5- التوصيات :

- من خلال ما تقدم في البحث يمكن التوصية بما يأتي :
1. اقترح اجراء مقارنة بين الطرائق البيزية وطريقة الامكان الاعظم في تقدير الانموذج ARMA-GARCH بوجود الشوارد بأنواعها المختلفة .
 2. اقترح اجراء دراسة معمقة للانموذج ARMA-GARCH بوجود الشوارد عندما تتبع سلسلة البواقي (الخطأ) التوزيعات المتقطعة مثل (Poisson , Negative Binomial) .

المصادر :

1. Akaike, H. (1978), "On the likelihood of a time series model". The Statistician, VOL. 27, pp 217-235 .
2. Bollerslev T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity". Journal of Econometrics, Vol. 31, pp 307-327 .
3. Bollerslev, T., Chou R.Y. and Kroner K.F. (1992), "ARCH Modeling in Finance: A Selective Review of the Theory and Empirical Evidence". Journal of Econometrics, Vol. 52, pp 5-59 .
4. Carnero, M.A., Peña, D., and Ruiz, E. (2008), "Estimating and forecasting GARCH volatility in the presence of outliers". Working Paper AD-13, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas .
5. Elliott, G., Rothenberg, T.J and Stock, J.H., (1996), "Efficient Tests For an Autoregressive Unit Root ". Econometrica, Vol. 64, No. 4, pp 813-833 .
6. Francq, C. and Zakoian, J.M. (2004), "Maximum likelihood estimation of pure GARCH and ARMA-GARCH processes". Bernoulli, Vol. 10, pp 605-637 .

7. Hotta, L. K., and Tsay, R. S. (2012). "Outliers in GARCH processes". In Bell W. R., Holan S. H., and McElroy T. S. (Eds.), Economic time series modeling and seasonality.
8. Lee, J.H.H., (1996), "A Lagrange Multiplier Test for GARCH models". Econometric Letters, Vol. 37, pp 256-271 .
9. Lee, S.W. and Hansen, B. E. (1994), "Asymptotic Theory for The GARCH (1,1) QUASI-Maximum Likelihood Estimator". Econometric Theory, Vol. 10, pp 29-52 .
10. Straumann D. (2005), "Estimation in Conditionally Heteroscedastic Time Series Models". Springer, Berlin, Heidelberg .
11. Trivez, F.J. and Catalan, B. (2009), "Detecting Level Shifts In ARMA-GARCH(1,1) Models"Journal of Applied statistics, Vol. 1.36, No. 6, pp 679-697 .
12. Tsay, R. S. (2002), Analysis of Financial Time Series. John Wiley and Sons, Canada .
13. Verhoeven, P. and McAleer, M. (1999), " *The Effects of Outliers on the AR(1)-GARCH(1,1) Process*". University of western Australia, Nedlands, WA6907. Vol. 2, pp 447-452 .
14. Zevallos, M. and Hotta, L. K. (2013), " Test of outliers and influential observations in GARCH models: a review." Journal of Statistical Computation and Simulation. Vol. 82, pp 1571-1589 .