

استخدام مقدر MCD الحصين في لوحة السيطرة T^2 Hotelling في السيطرة

النوعية على الإنتاج (بحث تطبيقي)

أريج إبراهيم توفيق**

أ.د. حمزة إسماعيل شاهين*

المستخلص

تم في هذا البحث استعمال احصاء هوتلنك T^2 التي تعتمد بشكل رئيسي على تقدير موجه الأوساط الحسابية ومصفوفة التباين المشترك للعينة، وان وجود قيم شاذة (Outliers) في عينة متعدد المتغيرات يؤثر بشكل كبير على القيم التقديرية ولهذا تم استعمال طريقة التقدير الحصينة ذات الكفاءة العالية لما لها من حصانة كبيرة ضد وجود القيم الشاذة في البيانات، واجراء مقارنة بين لوحة السيطرة هوتلنك T^2 الحصينة ولوحة السيطرة هوتلنك T^2 التقليدية للوصول الى الطريقة الأفضل، وذلك من خلال اجراء تطبيق عملي على بيانات عينة الدراسة. ومن ثم استخدام المحاكاة لتوليد تجربة بياناتها تتبع التوزيع (الطبيعي - الملتوي) متعدد المتغيرات وقد اثبتت نتائج المحاكاة ان لوحة السيطرة الحصينة وفق مقدر (MCD) كانت اكثر كفاءة من لوحة السيطرة التقليدية في الكشف عن الانحرافات عن متوسط العملية الانتاجية.

Use of hippocampal MCD estimator in the Hotelling T^2 control panel in specific production control (applied research)**Abstract**

In this research, the Hotelling T^2 statistic was used, which is mainly based on the estimation of the computational media wave and the sample covariance matrix. From significant immunity against the presence of anomalous values in the data, make a comparison between the Hotelling T^2 fortified control panel and the traditional Hotelling T^2 control panel to reach the best method, by conducting a practical application on the study sample data. The simulation results proved that the MCD panel was more efficient than the conventional control panel in detecting deviations from the average production process.

الكلمات المفتاحية

ت	الكلمات	المصطلح
1	لوحة السيطرة الهوتلنك T^2 التقليدية	Control chart Hotelling T^2 classical
2	لوحة السيطرة الهوتلنك T^2 وفق مقدار اصغر محدد تباين مشترك MCD	The control chart of Hotelling T^2 is estimated Minimum Covariance Determinant Estimator
3	اصغر محدد تباين مشترك MCD	Minimum Covariance Determinant Estimator
4	التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات	Multivariate normal distribution

* الجامعة المستنصرية / كلية الإدارة والاقتصاد .
** باحثة .

مستل من رسالة ماجستير
مقبول للنشر بتاريخ 2018/5/6

في هذا البحث تم التركيز بشكل رئيسي على لوحة السيطرة هوتلنك T^2 لكونها الأكثر استعمالاً من بين لوحات السيطرة الأخرى التي تهدف الى الكشف عن الانحرافات الحاصلة في موجه متوسط العملية ومعالجة هذا الانحراف وإعادة انتظام العملية من جديد. والتي تقوم على افتراض ان البيانات المشاهدة تتبع التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات (*Multivariate Normal Distribution*) والتي حدود السيطرة (*Control Limits*) لهذه اللوحة تشكل نسبة مئوية من توزيع (F -*Distribution*) وهذا الافتراض قد لا يتحقق بالواقع اذ قد لا تتوزع البيانات المشاهدة توزيعاً طبيعياً متعدد المتغيرات وبالتالي يتعدى استخدام لوحة السيطرة هوتلنك T^2 التقليدية. ومن المعروف ان احصاءة *Hotelling* T^2 تعتمد بشكل رئيسي على تقدير موجه المتوسط ومصفوفة التباين - التباين المشترك للعينة. وان وجود قيم شاذة (*Outliers*) في عينة متعددة المتغيرات فإنه يؤثر تأثيراً كبيراً على القيم التقديرية لها ومن هنا برزت الحاجة لتوظيف طرائق للتقدير غير متحسنة لوجود القيم الشاذة في العينة وهذه الطرق هي طرائق التقدير الحصينة (*Robust Estimation Methods*).

يهدف البحث الى استخدام لوحة السيطرة الحصينة متعددة المتغيرات للمشاهدات المنفردة وذلك من خلال إيجاد تقديرات كفاءة لموجه المتوسطات μ ومصفوفة التباين - التباين المشترك Σ في حالة وجود قيم شاذة (*Outliers*) وباستخدام طريقة التقدير الحصينة وهي مقدر اصغر محدد لمصفوفة التباين - التباين المشترك (MCD)¹، واجراء مقارنة بين لوحة السيطرة هوتلنك T^2 الحصينة ولوحة السيطرة هوتلنك T^2 التقليدية من خلال رسم لوحات السيطرة وتحديد معدل عدد ال تتصف حدود السيطرة التي يتم ايجادها حسب لوحة السيطرة هوتلنك T^2 ان أداءها يكون كفاءة في الكشف عن الانحراف الحاصل في موجه متوسط العملية فقط عندما يفترض ان البيانات تتبع التوزيع الطبيعي المتعدد المتغيرات ولكن الذي يحصل في الواقع ان هذا الافتراض يتعدى تحقيقه ولا سيما في حالة وجود قيم شاذة (*Outliers*) في البيانات، وبالتالي فان لوحة السيطرة هوتلنك T^2 ستفقد خصائصها المثلى في الكشف السريع عن الانحراف الحاصل في العملية عن ما مخطط له وهذا سوف يؤدي الى تضخيم حدود السيطرة المحسوبة وفق صيغة هوتلنك T^2 التقليدية ويقلل من قوة الكشف عن المشاهدات المسببة للانحرافات. مشاهدات الخارجة عند السيطرة في قياس أداء لوحة السيطرة.

2- لوحة السيطرة هوتلنك T^2 التقليدية (5)(10)(11) لوحة السيطرة هوتلنك T^2 التي تعرف بلوحة *Shiorat* تعتبر الأكثر انتشاراً واستخداماً من بين لوحات السيطرة متعددة المتغيرات الأخرى وهي تستعمل لمراقبة ورصد عدة متغيرات (صفات) في وقت واحد والكشف عن التغيرات (الانحرافات) الحاصلة في موجه متوسط العملية ومعالجة هذه التغيرات وإعادة انتظام العملية من جديد.

افرض ان هناك بيانات بحجم (n) من المشاهدات ولكل مشاهدة j (حيث $j=1, \dots, n$) اخذت (P) من المتغيرات (الصفات) التي يتعين مراقبتها، (علماً ان (P) هي عدد المتغيرات) وبافتراض ان موجه المشاهدات $X_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jP})'$ ان X_j يتبع توزيعاً طبيعياً متعدد المتغيرات بموجه متوسطات μ ومصفوفة التباين - التباين المشترك Σ غير معلومة، لذلك انه احصاءة هوتلنك T^2 لكل مشاهدة j تحسب وفق الصيغة الآتية : (5)

$$T_j^2 = (\underline{x}_j - \bar{\underline{x}})' S^{-1} (\underline{x}_j - \bar{\underline{x}}) \dots \dots \dots (1)$$

إذ ان

S : تمثل مصفوفة التباين _ التباين المشترك للعينة.

S^{-1} : تمثل معكوس المصفوفة التباين _ التباين المشترك للعينة.

$\bar{\underline{x}}$: موجه متوسطات العينة .

¹ : (MCD) مختصر للمصطلح (*Minimum Covariance Determinant Estimator*)

∴ الحد الأدنى لهذه اللوحة صفر والحد الأعلى للمراقبة بمستوى α يكون⁽¹¹⁾

$$UCL = T^2_{(p,n-p)} \dots \dots \dots (2)$$

حيث $T^2_{(p,n-p)}$ تمثل القيمة الحرجة وتستخرج من جداول توزيع هوتلنك T^2 (T^2 -distribution) بدرجتي حرية $(n-p, p)$ وبمستوى معنوية (α) .

وحيث ان من مميزات احصاء T^2 إمكانية تحويلها الى توزيع F (F - distribution) بدرجتي حرية $(n-p, p)$ تحت افتراض التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات⁽¹⁰⁾
فان :

$$\frac{(n-p)}{p(n-1)} T^2 \sim F_{(p,n-p)} \dots \dots \dots (3)$$

التقليدية يعطى وفق الصيغة الاتية⁽¹⁰⁾ T^2 وبالتالي الحد الأعلى للوحة

$$UCL = \frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} F_{(\alpha,p,n-p)} \dots \dots \dots (4)$$

حيث ان $F_{(\alpha,p,n-p)}$ تمثل النسبة المئوية بـ $(1 - \alpha)^{th}$ من توزيع F بمستوى معنوية α وبدرجتي حرية $(n-p, p)$.

اذ ان (α) تمثل احتمال الخطأ من النوع الأول (*Type I error*) وتسمى في مجال السيطرة النوعية بمعدل الإنذار الكاذب (*False alarm Rate*) وتحدد قيمتها او حسب نوع المنتج. واحتمال الخطأ من النوع الأول يتم تقديره بنسبة عدد المشاهدات التي عرفت بصورة غير صحيحة خارج السيطرة الى العدد الكلي للمشاهدات ضمن السيطرة. وان حدود السيطرة (*Control limits*) التي تم تحديدها وفق الصيغة (4) تستعمل لمراقبة العملية فيقال ان العملية خارج السيطرة في حالة قيم T^2 المحسوبة بالصيغة (1) المناظرة للمشاهدة المحدد تتجاوز حدود السيطرة. ان احصاء لوحة السيطرة هوتلنك T^2 التقليدية التي تستند على الصيغة (1) تعتمد في حسابها على موجه المتوسطات للعينة وعلى مصفوفة التباين المشترك للعينة وحيث ان هذين التقديرين تكون حساسة وتتاثر بوجود القيم الشاذة ضمن البيانات فان لوحة السيطرة هوتلنك T^2 التقليدية تكون هي الأخرى حساسة اتجاه القيم الشاذة وبالتالي تصبح لوحة سيطرة غير حصينة وتعطي إنذارات مضللة وكاذبة عن خروج العملية عن السيطرة. ولهذا السبب ولجعل هذه اللوحة حصينة فانه لابد من إيجاد مقدرات حصينة لموجه المتوسطات μ ومصفوفة التباين المشترك Σ بحيث تجعل المقدر يتصف بأحتفاظه بالعديد من الخصائص المرغوب بها للمقدرات في حالة عدم تحقيق افتراضات الانموذج.

3- لوحة السيطرة هوتلنك T^2 وفق مقدر أصغر محدد تباين مشترك (MCD)⁽⁷⁾⁽¹²⁾

تعتبر طريقة مقدر أصغر محدد تباين مشترك (MCD) من اكثر الطرائق الحصينة شهرة في تقدير موجه المتوسطات μ ومصفوفة التباين - التباين المشترك Σ وتقوم فكرة هذه الطريقة بأن يتم سحب عينات جزئية بحجم (h) من المشاهدات الكلية وحساب المحددات لمصفوفات التباين المشترك للعينات الجزئية فالمصفوفة التي تمتلك أصغر محدد (determinant) تعتبر هي أفضل مقدر من بين المقدرات الأخرى لمصفوفة التباين المشترك ويطلق عليها بمقدر أصغر محدد تباين مشترك حصين (MCD). واقتراح Rousseeuw عام 1984 ان يتم اختيار قيمة h حسب الصيغة الاتية :⁽¹²⁾

$$h = \left[\frac{n}{2} \right] + 1 \dots \dots \dots (5)$$

ولضمان الحصول على مقدرات حصينة تمتلك نقطة انهيار (Breakdown point) تصل الى 50% وفق مقدر (MCD) فقد اقترح نفس العالم بان يعتمد في حساب حجم العينة الجزئية (h) على عدد المتغيرات أي :⁽⁷⁾

$$h = \frac{n+p+1}{2} \approx 50\% \dots \dots \dots (6)$$

ونقطة الانهيار يقصد بها أصغر نسبة مئوية من البيانات الملوثة بنهار بعدها المُقدر وتُعد نقطة الانهيار احدى معايير الحصانة للمقدرات والتي سيشار اليها لاحقاً.

ان مقدرات طريقة (MCD) لموجه المتوسطات μ ومصفوفة التباين المشترك Σ تعطى حسب الصيغ الآتية : (7)

$$\bar{x}_{MCD} = \frac{1}{h} \sum_{j=1}^h x_j \dots \dots \dots (7)$$

$$= dp * \sum_{j=1}^h (x_j - \bar{x}_{MCD}) (x_j - \bar{x}_{MCD})' \hat{\Sigma}_{MCD}$$

اذ ان dp يعرف بمعامل الاتساق (Consistent Coefficient) وبحسب كالاتي :

$$dp = \left(1 + \frac{15}{(n-p)}\right)^2 * \frac{1}{\chi_{p,\alpha}^2} \dots \dots \dots (8)$$

اذ ان $\chi_{p,\alpha}^2$ تمثل قيمة جدولية وتستخرج من جداول توزيع مربع كاي (χ^2 - distribution) بدرجة حرية p ومستوى معنوية α , وتتمتع مقدرات (MCD) بخاصية التغيرات المتساوي (Affine Equivariant) وهذه الخاصية تعني ان استخدام وحدات قياس مختلفة او أي تحويلات خطية لا يغير من أداء طرائق التقدير.

أذن فإن احصاء لوحة السيطرة هوتلك T^2 الحصينة وفق مقدر (MCD) تكون (7)

$$T_{j(MCD)}^2 = (\bar{x}_j - \bar{x}_{MCD})' \sum_{MCD}^{\wedge-1} (x_j - \bar{x}_{MCD}) \dots \dots \dots (9)$$

j=1,2,.....,n

4- الجانب التطبيقي والجانب التجريبي

1-1 نتائج الاختبارات

1.1 اختبار بيانات عينة الدراسة

تضمن البحث جانبين , الجانب التطبيقي والجانب التجريبي. حيث تم في الجانب التطبيقي حساب إحصاءات هوتلك T^2 التقليدية الحصينة ورسم حدود السيطرة واجراء المقارنة بين لوحات السيطرة هوتلك T^2 الحصينة ولوحة T^2 التقليدية عن طريق الرسم حدود السيطرة لها وتحديد نسبة عدد المشاهدات الواقعة خارج حدود السيطرة . وتم في هذه الدراسة الاعتماد على بيانات تعود للشركة العامة للصناعات الكهربائية لمنتج المروحة السقفية للفترة (2012-2015) والتي تعتبر من اهم منتوجات الشركة المذكورة ولعدم توفر برامج جاهزة فقد اعتمد الباحث على كتابة برنامج بالاعتماد على احدى لغات البرمجة المرئية (Object Oriented Programming) وهي لغة البرمجة الشينئية. وقبل تطبيق لوحة هوتلك T^2 التقليدية والطرائق الحصينة حسب الصيغ (1), (7) لابد من اجراء اختبار للتحقق من ان شرط التوزيع الطبيعي متوفر ام لا للمتغيرات المدروسة وللبينات الموضحة في الجدول (1) والتي حجمها = 100 ولمعرفة المتغيرات فيما اذا كانت تتبع التوزيع الطبيعي ام لا بأجراء الاختبار من خلال جودة توفيق البيانات وبحسب الاختبار أظهرت نتائج قيم اختبار (Kolmogorov – Smirnov) ان جميع متغيرات الدراسة التي هي: التيار (X_1), والقدرة (X_2), ومعامل القدرة (X_3), والسرعة (X_4) لا تتوزع توزيعاً طبيعياً والجدول (2) يبين نتائج الاختبار.

جدول (1)

بيانات النتج (المروحة السقفية)

DATA	X1	X2	X3	X4	DATA	X1	X2	X3	X4
1	0.37	72	0.98	243	14	0.27	59	0.98	247

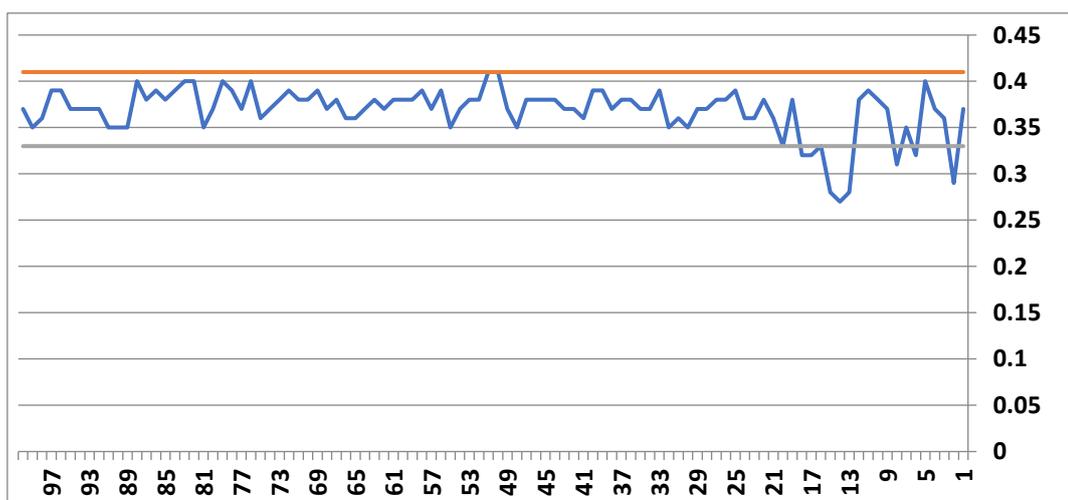
2	0.29	20	0.32	110	15	0.28	61	0.98	244
3	0.36	80	0.98	257	16	0.33	70	0.94	234
4	0.37	83	0.99	248	17	0.32	68	0.95	249
5	0.4	88	0.99	245	18	0.32	72.2	0.99	224
6	0.32	71	0.99	254	19	0.38	83.5	0.99	230
7	0.35	76.8	0.98	257.3	20	0.33	74	0.99	229
8	0.31	70	0.99	250	21	0.36	80	0.99	226
9	0.37	80	0.98	245	22	0.38	83	0.99	250
10	0.38	83	0.99	250	23	0.36	79	0.98	240
11	0.39	85	0.99	195	24	0.36	79	98	238
12	0.38	83	0.98	234	25	0.39	86	99	249
13	0.28	60	0.98	250	26	0.38	79	0.98	238
27	0.38	84	99	234	64	0.37	82	0.98	231
28	0.37	81	90	215	65	0.36	84	0.99	225
29	0.37	80	99	232	66	0.36	86	0.96	237
30	0.35	76	98	254	67	0.38	84	0.99	235
31	0.36	83	100	244	68	0.37	82	0.99	233
32	0.35	76	98	247	69	0.39	85	0.97	223
33	0.39	88	0.99	242	70	0.38	84	0.98	232
34	0.37	80	0.98	230	71	0.38	85	0.98	223
35	0.37	81	98	240	72	0.39	85	0.98	225
36	0.38	82	99	234	73	0.38	83	0.99	228
37	0.38	83	98	234	74	0.37	82	0.98	230
38	0.37	80.3	98	246	75	0.36	80	0.98	240
39	0.39	85	97	230	76	0.4	88	0.98	243
40	0.39	83	96	216	77	0.37	80	0.98	231
41	0.36	79	98	246	78	0.39	86	0.98	225
42	0.37	82	0.98	230	79	0.4	87	0.97	245
43	0.37	80	0.97	234	80	0.37	80	0.97	237
44	0.38	83	99	239	81	0.35	76	0.97	245
45	0.38	83	98	239	82	0.4	86	0.97	236
46	0.38	84	0.99	240	83	0.4	86	0.97	227
47	0.38	81	97	239	84	0.39	84	0.99	230
48	0.35	76	0.97	243	85	0.38	84	0.97	240
49	0.37	83	0.99	238	86	0.39	84	0.98	233
50	0.41	88	0.97	239	87	0.38	84	0.99	237
51	0.41	89	0.97	208	88	0.4	84	0.98	244
52	0.38	84	0.99	246	89	0.35	77.8	0.98	250
53	0.38	83	0.97	249	90	0.35	76.6	0.98	254
54	0.37	80	0.98	241	91	0.35	79	0.98	248
55	0.35	77	0.98	242	92	0.37	80	0.98	230
56	0.39	83	0.96	215	93	0.37	80	0.98	248
57	0.37	80	0.97	241	94	0.37	79	0.98	245
58	0.39	85	0.99	239	95	0.37	79	0.98	247
59	0.38	85	0.99	232	96	0.39	81	0.98	247
60	0.38	85	0.99	230	97	0.39	85	0.98	245
61	0.38	82	0.99	235	98	0.36	83	100	244
62	0.37	82	0.98	231	99	0.35	76	98	247
63	0.38	84	0.99	235	100	0.37	81	0.98	243

نتائج اختبار كولموكروف – سميرنوف للبيانات

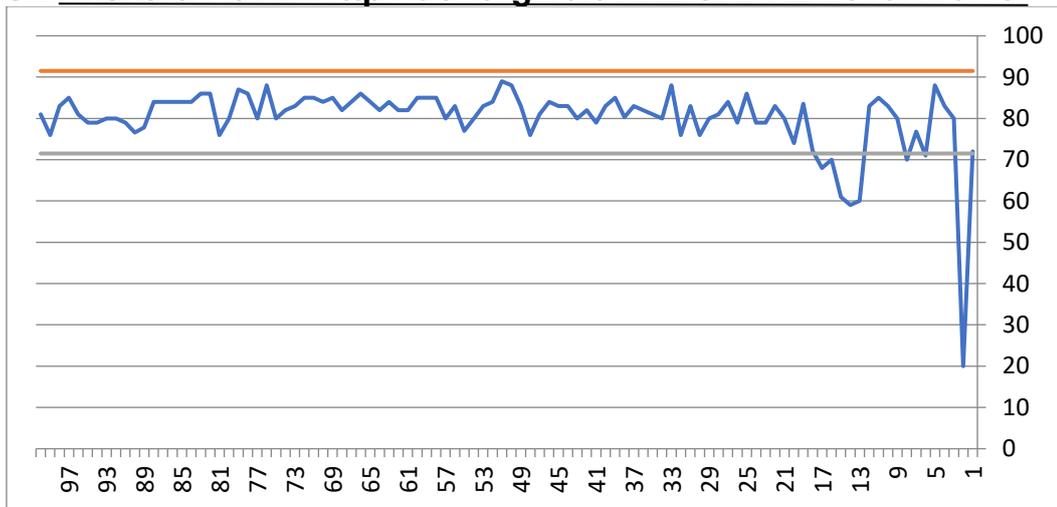
Variables	Kolmogorov – Smirnov	
	Statistic	Sig.
X1 التيار	0.14206	0.000
X2 القدرة	0.11304	0.000
X3 معامل القدرة	0.39205	0.000
X4 السرعة	0.06254	0.000

2. اختبار وجود أو عدم وجود القيم الشاذة بطريقة (Box-and-Whisker Plot)

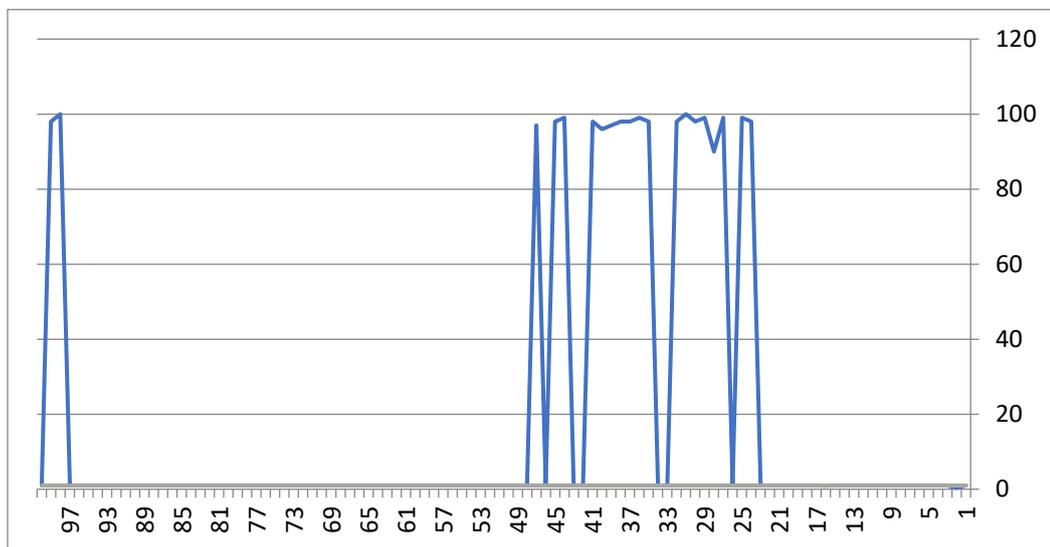
تم اختبار وجود أو عدم وجود القيم الشاذة بطريقة (Box-and-Whisker Plot) فيما يخص عينة البحث، فقد أظهرت نتائج طريقة (Box-and-Whisker Plot) بأستعمال برنامج البرمجة المرئية (OOP) وجود القيم الشاذة لأربع متغيرات، وبأعداد متفاوتة من طرف واحد أو طرفين للبيانات، بالنسبة لمتغير التيار (X_1) (2,6,14,15,16,18) والقدرة (X_2) (2,6,7,13,14,15,17) ومعامل القدرة (X_3) (0) والسرعة (X_4) (2,10,50). وتم رسم الاشكال البيانية لكل متغير وكما في الاشكال (1)، (2)، (3)، (4)



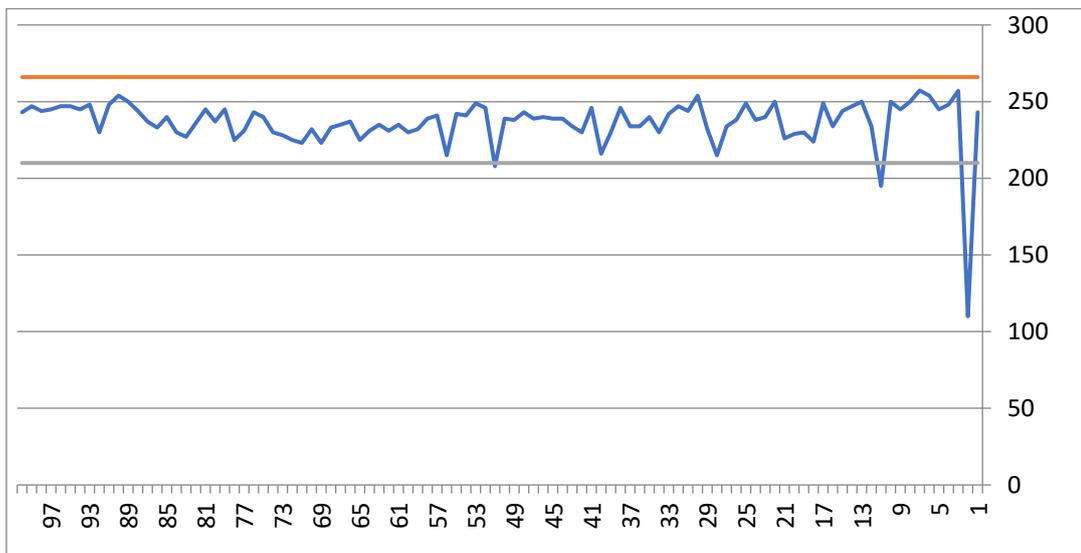
شكل (1) يمثل نتائج اختبار (Box-and-Whisker Plot) للمتغير التيار X_1



شكل (2) يمثل نتائج اختبار (Box-and-Whisker Plot) للمتغير القدرة X_2



شكل (3) يمثل نتائج اختبار (Box-and-Whisker Plot) للمتغير معامل القدرة X_3



2-4 نتائج تقدير موجه المتوسطات ومصفوفة التباين المشترك باستعمال طرائق التقدير التقليدية والحصينة

نتائج تقدير موجه المتوسط لجميع متغيرات الدراسة لبيانات منتج المروحة السقفية التيار (X_1), القدرة (X_2), معامل القدرة (X_3), السرعة (X_4) باستعمال طرائق التقدير التقليدية والحصينة (MCD) موضحة في جدول (3)

جدول (3)

نتائج تقدير موجه المتوسطات لمتغيرات الدراسة للمروحة السقفية باستعمال طريقة التقدير الحصينة (MCD)

Variables	MCD
X1	0.3654
X2	79.74
X3	35.8066
X4	236.76

وان نتائج تقدير مصفوفة التباين – التباين المشترك لمعلمة القياس (Σ) لجميع متغيرات الدراسة لمنتج المروحة السقفية التيار (X_1), القدرة (X_2), معامل القدرة (X_3), السرعة (X_4) باستخدام طريقة التقدير الحصينة وهي موضحة في الجدول (4)

جدول (4)

نتائج تقدير مصفوفة التباين – التباين المشترك لمتغيرات الدراسة باستعمال طريقة التقدير الحصينة (MCD)

Variables	X1	X2	X3	X4
X1	0.134374	29.3219	13.3402	86.4046
X2	29.3219	6400.284	2913.401	18856.85
X3	13.3402	2913.401	3440.034	8510.132
X4	86.4046	18856.85	8510.132	56188.12

وقد كانت نتائج إحصاءات T^2 التقليدية والحصينة لبيانات عينة الدراسة هي كما موضحة في الجدول (6), (7) بمستوي معنوية $(\alpha = 0.05)$, $(\alpha = 0.01)$.

جدول (5)

نتائج تقدير إحصاءة T^2 التقليدية والحصينة عند مستوى معنوية $(\alpha = 0.05)$

N	T_{CL}^2	T_{MCD}^2	Ucl	N	T_{CL}^2	T_{MCD}^2	Ucl
1	4.21769	0.88788	10.436	51	6.543716	6.263355	10.436
*2	82.8613	0.640572	10.436	52	0.358374	1.284915	10.436
3	1.511616	6.189626	10.436	53	0.323551	0.634712	10.436
4	0.642892	0.921323	10.436	54	0.302011	0.848556	10.436
5	0.714292	8.558887	10.436	55	0.803332	1.032611	10.436
6	4.778142	8.382953	10.436	56	2.57069	4.978024	10.436
7	2.345614	6.435773	10.436	57	0.302271	0.84888	10.436

8	5.075262	3.264701	10.436	58	0.557421	1.009064	10.436
9	0.410459	5.076898	10.436	59	1.036295	3.481884	10.436
10	0.344932	3.703481	10.436	60	1.174797	3.604186	10.436
11	6.693492	1.347239	10.436	61	0.403934	1.231328	10.436
12	0.496255	2.81046	10.436	62	0.52927	1.67921	10.436
*13	10.94489	1.86525	10.436	63	0.60717	1.57642	10.436
*14	11.35781	0.64057	10.436	64	0.52927	1.67921	10.436
15	8.747252	0.71502	10.436	*65	2.21853	16.6483	10.436
16	1.66172	1.99288	10.436	*66	3.02986	29.81401	10.436
17	4.77764	2.11361	10.436	67	0.60717	1.57642	10.436
18	0.94915	8.52602	10.436	68	0.46361	1.61126	10.436
19	0.78169	2.54004	10.436	69	1.85249	2.17480	10.436
20	0.82792	2.25205	10.436	70	0.76311	1.72369	10.436
21	0.50394	2.24229	10.436	71	1.79155	4.13373	10.436
22	0.34493	3.45018	10.436	72	1.63186	1.98386	10.436
23	0.39687	12.0007	10.436	73	0.82864	1.2379	10.436
24	4.12377	2.85998	10.436	74	0.56824	1.7178	10.436
25	4.06161	5.54405	10.436	75	0.46151	1.71717	10.436
26	0.84039	1.00517	10.436	76	0.83240	1.52953	10.436
27	4.44534	1.8262	10.436	77	0.32362	0.97489	10.436
28	4.44437	2.44818	10.436	78	1.87932	2.55961	10.436
29	4.22278	1.91281	10.436	79	0.57905	1.08987	10.436
30	5.86146	2.06770	10.436	80	0.26073	0.86090	10.436
31	5.11466	2.32422	10.436	81	1.120326	1.079364	10.436
32	5.12574	5.68095	10.436	82	1.081684	2.332652	10.436
33	1.12633	2.25598	10.436	83	1.958101	3.115925	10.436
34	0.34878	1.71782	10.436	84	1.04168	2.05736	10.436
35	4.01491	0.90362	10.436	85	0.431898	1.39651	10.436
36	4.31222	1.84648	10.436	86	0.826202	1.85659	10.436
37	4.22442	1.78914	10.436	87	0.52430	1.49454	10.436
38	4.1646	1.395783	10.436	88	0.80505	6.43192	10.436
39	4.76016	3.77522	10.436	89	1.44010	2.28958	10.436
40	6.08361	0.97334	10.436	90	1.95952	1.62381	10.436
41	4.42125	3.39497	10.436	91	1.34706	4.65754	10.436
42	0.56824	2.87837	10.436	92	0.34878	1.00517	10.436
43	0.27348	6.26335	10.436	93	0.53570	0.9510	10.436
44	4.14444	1.284915	10.436	94	0.55540	2.16752	10.436
45	4.04068	0.63471	10.436	95	0.64853	2.21476	10.436

46	0.43135	0.84855	10.436	96	0.937033	9.28848	10.436
47	4.0739	1.03261	10.436	97	0.348247	0.78437	10.436
48	0.95587	4.978024	10.436	98	5.114669	12.00078	10.436
49	0.57890	0.84888	10.436	99	5.125744	2.85998	10.436
50	1.38143	1.00906	10.436	100	0.31747	0.63949	10.436

جدول (6)

نتائج تقدير احصاءة T^2 التقليدية والحصينة عند مستوى معنوية ($\alpha = 0.01$)

N	T_{CL}^2	T_{MCD}^2	ucl	N	T_{CL}^2	T_{MCD}^2	ucl
1	4.21769	0.88788	15.056	51	6.543716	6.263355	15.056
2	82.8613	0.640572	15.056	52	0.358374	1.284915	15.056
3	1.511616	6.189626	15.056	53	0.323551	0.634712	15.056
4	0.642892	0.921323	15.056	54	0.302011	0.848556	15.056
5	0.714292	8.558887	15.056	55	0.803332	1.032611	15.056
6	4.778142	8.382953	15.056	56	2.57069	4.978024	15.056
7	2.345614	6.435773	15.056	57	0.302271	0.84888	15.056
8	5.075262	3.264701	15.056	58	0.557421	1.009064	15.056
9	0.410459	5.076898	15.056	59	1.036295	3.481884	15.056
10	0.344932	3.703481	15.056	60	1.174797	3.604186	15.056
11	6.693492	1.347239	15.056	61	0.403934	1.231328	15.056
12	0.496255	2.810462	15.056	62	0.529272	1.679211	15.056
*13	10.94489	1.865253	15.056	63	0.607176	1.576427	15.056
*14	11.35781	0.640572	15.056	64	0.529272	1.679211	15.056
15	8.747252	0.715029	15.056	*65	2.218534	16.64837	15.056
16	1.66172	1.992886	15.056	*66	3.029861	29.81401	15.056
17	4.77764	2.113616	15.056	67	0.607176	1.576427	15.056
18	0.949156	8.526021	15.056	68	0.463612	1.61126	15.056
19	0.781697	2.540041	15.056	69	1.852493	2.174805	15.056
20	0.827925	2.25205	15.056	70	0.763119	1.723698	15.056
21	0.503943	2.242297	15.056	71	1.791552	4.133735	15.056
22	0.344932	3.450184	15.056	72	1.631865	1.983868	15.056
*23	0.396877	12.00078	15.056	73	0.828646	1.23792	15.056
24	4.123774	2.859988	15.056	74	0.568243	1.71782	15.056
25	4.061618	5.544056	15.056	75	0.461512	1.717178	15.056
26	0.840395	1.005177	15.056	76	0.832402	1.529532	15.056
27	4.445343	1.8262	15.056	77	0.323626	0.974893	15.056
28	4.444372	2.448183	15.056	78	1.879322	2.559619	15.056

29	4.22278	1.912811	15.056	79	0.579059	1.089877	15.056
30	5.861462	2.067703	15.056	80	0.260732	0.860908	15.056
31	5.114669	2.324226	15.056	81	1.120326	1.079364	15.056
32	5.125744	5.680954	15.056	82	1.081684	2.332652	15.056
33	1.126339	2.255989	15.056	83	1.958101	3.115925	15.056
34	0.348789	1.71782	15.056	84	1.04168	2.057361	15.056
35	4.014919	0.903626	15.056	85	0.431898	1.396514	15.056
36	4.31222	1.846481	15.056	86	0.826202	1.856591	15.056
37	4.224424	1.789149	15.056	87	0.524302	1.494541	15.056
38	4.1646	1.395783	15.056	88	0.805055	6.431922	15.056
39	4.760165	3.775228	15.056	89	1.440106	2.289587	15.056
40	6.08361	0.973347	15.056	90	1.959524	1.623815	15.056
41	4.421255	3.394976	15.056	91	1.347066	4.657548	15.056
42	0.568243	2.878377	15.056	92	0.348789	1.005177	15.056
43	0.273488	6.263355	15.056	93	0.535706	0.95107	15.056
44	4.144446	1.284915	15.056	94	0.555406	2.167522	15.056
45	4.040681	0.634712	15.056	95	0.64853	2.214764	15.056
46	0.431355	0.848556	15.056	96	0.937033	9.288486	15.056
47	4.07394	1.032611	15.056	97	0.348247	0.78437	15.056
48	0.955871	4.978024	15.056	98	5.114669	12.00078	15.056
49	0.578904	0.84888	15.056	99	5.125744	2.859988	15.056
50	1.381432	1.009064	15.056	100	0.317474	0.639499	15.056

3-4 عرض ورسم النتائج

1-3-4 نتائج لوحة هوتنك T^2 التقليدية

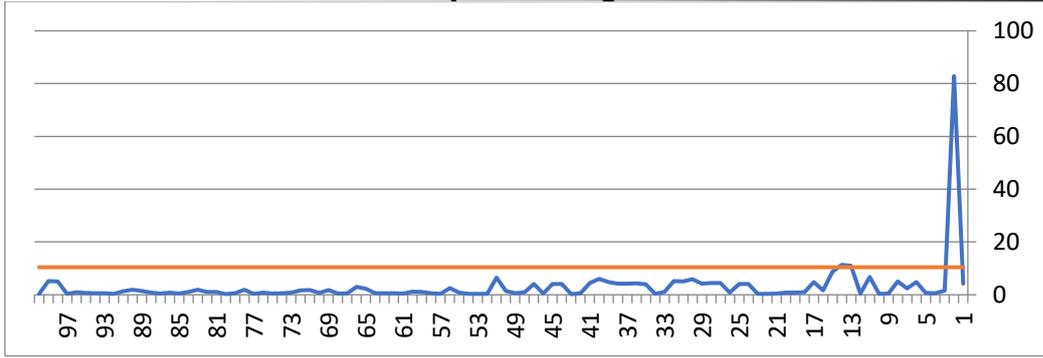
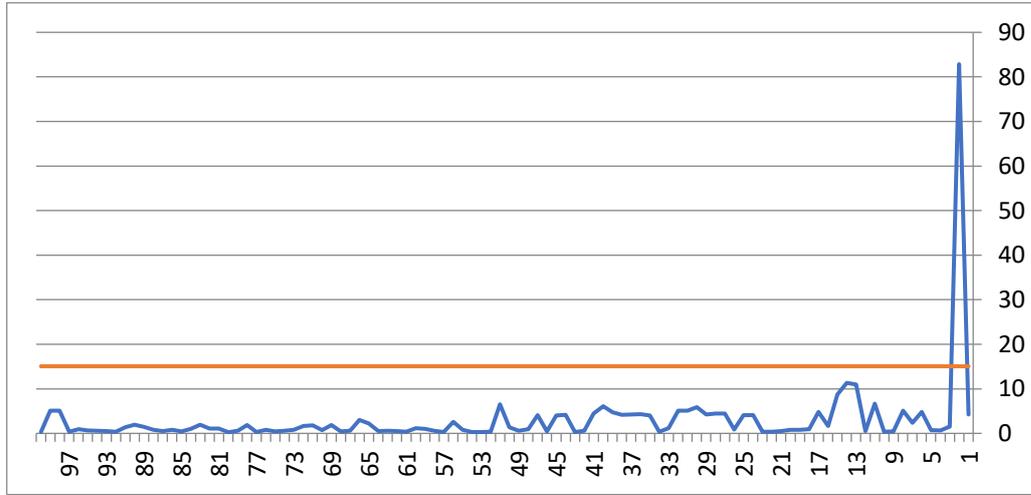
يتضح من النتائج في جدول (7) والشكلين (5) و (6) الآتي:

- ان الحد الأعلى للسيطرة على وفق لوحة السيطرة هوتنك T^2 بلغ (10.436) بمستوى معنوية $(\alpha = 0.05)$ في حين بلغ (15.056) بمستوى معنوية $(\alpha = 0.01)$.
- خروج (3) مشاهدات عن الحد الأعلى للسيطرة بمستوى معنوية $(\alpha = 0.05)$ بنسبة 3% من العدد الكلي للملاحظات.
- خروج مشاهدة واحدة عن الحد الأعلى للسيطرة بمستوى معنوية $(\alpha = 0.01)$ بنسبة 1% من العدد الكلي للملاحظات.
- العملية الإنتاجية خارج السيطرة.

جدول (7)

نتائج لوحة هوتنك T^2 التقليدية لمستوى معنوية $(\alpha = 0.05, 0.01)$

مستوى المعنوية	حد السيطرة UCL	الملاحظات خارج حدود السيطرة
0.05	10.436	ثلاثة
0.01	15.056	واحدة

شكل (5) حدود السيطرة للوحة هوتلنك T^2 التقليدية لمستوى معنوية ($\alpha = 0.05$)شكل (6) حدود السيطرة للوحة هوتلنك T^2 التقليدية لمستوى معنوية ($\alpha = 0.01$)

2-3-4 نتائج لوحة الحصينة (MCD)

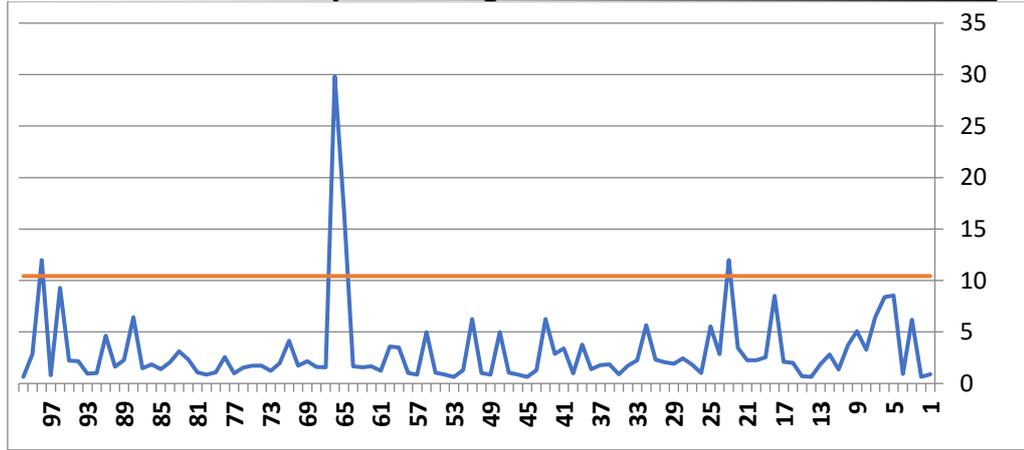
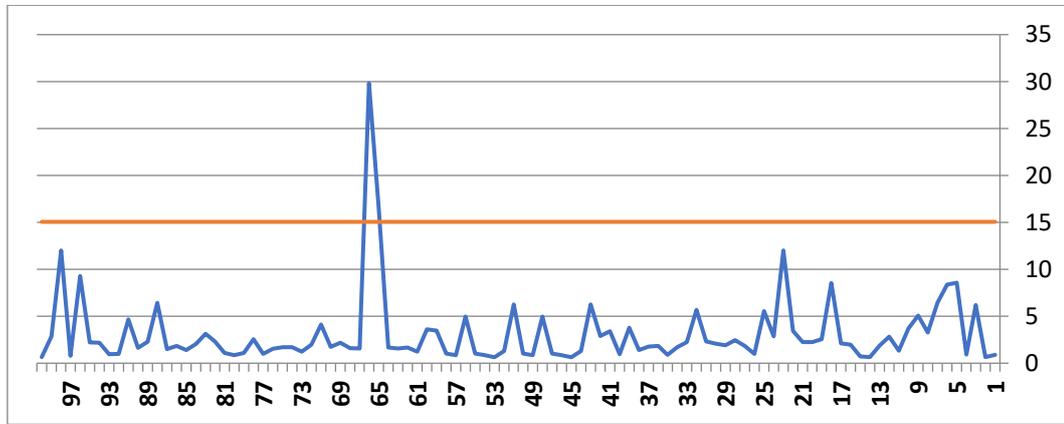
يتضح من النتائج في جدول (8) والشكلين (7) و(8) الآتي:

- ان الحد الأعلى للسيطرة على وفق لوحة السيطرة هوتلنك T^2 بلغ (10.436) بمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ في حين بلغ (15.056) بمستوى معنوية $\alpha = 0.01$.
- خروج (4) مشاهدات عن الحد الأعلى للسيطرة بمستوى معنوية ($\alpha = 0.05$) بنسبة 4% من العدد الكلي للملاحظات.
- خروج مشاهدتين عن الحد الأعلى للسيطرة بمستوى معنوية ($\alpha = 0.01$) بنسبة 2% من العدد الكلي للملاحظات.
- العملية الإنتاجية خارج السيطرة.

جدول (8)

نتائج لوحة هوتلنك T^2 الحصينة وفق مقدر (MCD) لمستوي معنوية ($\alpha = 0.05, 0.01$)

مستوى المعنوية	حد السيطرة UCL	الملاحظات خارج حدود السيطرة
0.05	10.436	اربعة
0.01	15.056	اثنان

شكل (7) حدود السيطرة للوحة هوتلنك T^2 الحصينة وفق مقدر (MCD) لمستوى معنوية ($\alpha = 0.05$)شكل (8) حدود السيطرة للوحة هوتلنك T^2 الحصينة وفق مقدر (MCD) لمستوى معنوية ($\alpha = 0.01$)

4-4 مقارنة لوحات السيطرة

تم قياس أداء لوحات السيطرة T^2 التقليدية والحصينة من خلال مقارنة نسبة عدد المشاهدات الواقعة خارج حدود السيطرة , حيث يلاحظ من خلال الجدولين (9) و (10) ان اعلى نسبة لعدد المشاهدات الواقعة خارج حدود السيطرة كانت للوحة السيطرة هوتلنك T^2 الحصينة وفق مقدر (MCD) حيث بلغت نسبة عدد المشاهدات خارج السيطرة 2% و 4% لمستوى معنوية (0.01) , (0.05) على التوالي, وهذا يشير الى ان لوحات السيطرة هوتلنك T^2 الحصينة وفق مقدر (MCD) كانت اكثر فعالية وحساسية في الكشف عن المشاهدات الواقعة خارج حدود السيطرة من لوحة هوتلنك T^2 التقليدية عندما تكون البيانات تحتوي على قيم شاذة .

جدول (9)

يبين نسبة عدد المشاهدات داخل وخارج حدود السيطرة للوحات السيطرة الحصينة والتقليدية بمستوى معنوية ($\alpha = 0.01$)

	$T^2_{c\ell}$	T^2_{MCD}
نسبة عدد المشاهدات داخل السيطرة	%99	%98
نسبة عدد المشاهدات خارج السيطرة	%1	%2

جدول (10)

يبين نسبة عدد المشاهدات داخل وخارج حدود السيطرة للوحات السيطرة الحصينة والتقليدية بمستوى معنوية ($\alpha = 0.05$)

	T ² CP	T ² MCD
نسبة عدد المشاهدات داخل السيطرة	%97	%96
نسبة عدد المشاهدات خارج السيطرة	%3	%4

5-4 الجانب التجريبي (المحاكاة)

تم توظيف المحاكاة في هذا البحث لتوليد تجربة بياناتها تتبع التوزيع (الطبيعي _ الملتوي) (SN), حيث تم توليد (100) مشاهدة لتوزيع واحد (الطبيعي _ الملتوي) (SN) وقد كررت التجربة (1000) مرة, تم استخدام أربعة متغيرات تمثل الخصائص النوعية للعملية, وتم استخدام 0 0 0 0 $\mu=()$ كمتوسط موجه (Mean Vector) لتوليد التوزيع (الطبيعي _ الملتوي) متعدد المتغيرات إضافة إلى ذلك تم استخدام مصفوفة التباين _ التباين المشترك²

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0.5 & 1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.4 & 0.3 & 1 & 0.3 \\ 0.1 & 0.6 & 0.3 & 1 \end{pmatrix}$$

والتوزيع (الطبيعي – الملتوي) متعدد المتغيرات تم افتراض قيم مختلفة لدرجات التلوث في البيانات وهي (25, $\lambda=50$) لملاحظة تأثيرات هذه القيم على أداء لوحات السيطرة .

6-4 عرض ورسم النتائج المحاكاة في حالة $\lambda=25$ 1-6-4 نتائج المحاكاة للوحة هوتنك T² التقليدية

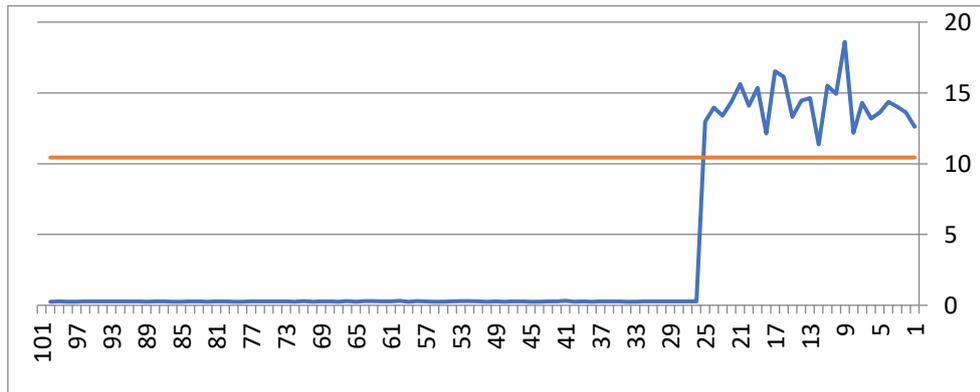
على وفق النتائج في جدول (11) والشكل (9) الآتي:

- ان الحد الأعلى للسيطرة على وفق لوحة السيطرة هوتنك T² بلغ (10.436) بمستوى معنوية ($\alpha=0.05$).
- خروج (25) مشاهدة عن الحد الأعلى للسيطرة بمستوى معنوية ($\alpha=0.05$) بنسبة 25% من العدد الكلي للمشاهدات.
- العملية الإنتاجية خارج السيطرة.

جدول (11)

نتائج المحاكاة للوحة هوتنك T² التقليدية لمستوى معنوية ($\alpha=0.05$)

المشاهدات خارج حدود السيطرة	حد السيطرة	مستوى معنوية
خمسة وعشرون	UCL	0.05
	10.436	

شكل (9) حدود السيطرة لوحة هوتنك T² التقليدية بمستوى معنوية ($\alpha=0.05$)

² : اعداد المصفوفة من تطبيق البرنامج المستخدم انفاً .

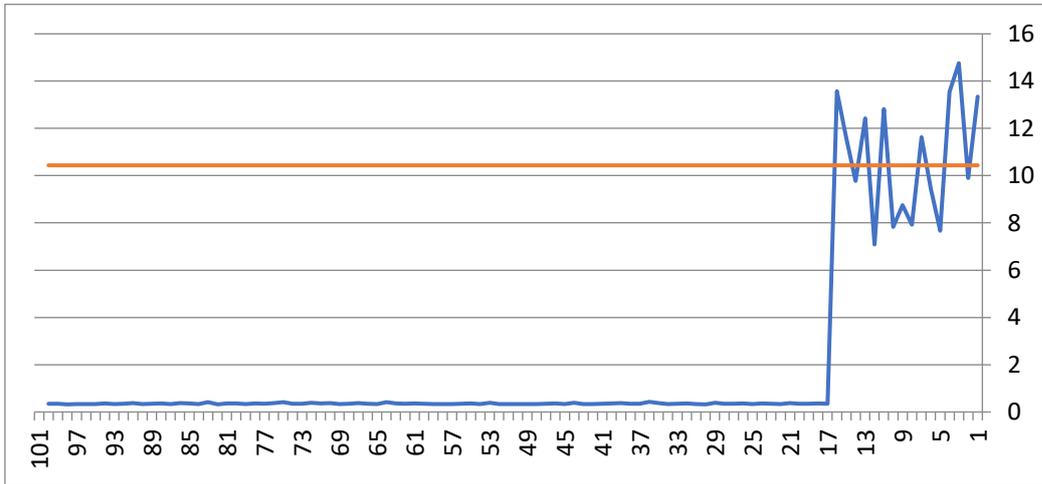
على وفق النتائج في جدول (12) وشكل (10) الآتي:

- ان الحد الأعلى للسيطرة على وفق لوحـة السيطرة (MCD) بلغ (10.436) بمستوى معنوية $(\alpha=0.05)$.
- خروج (8) مشاهدة عن الحد الأعلى للسيطرة بمستوى معنوية $(\alpha=0.05)$ بنسبة 25% من العدد الكلي للمشاهدت.
- العملية الإنتاجية خارج السيطرة.

جدول (12)

نتائج المحاكاة للوحة (MCD) لمستوى معنوية $(\alpha=0.05)$

المشاهدات خارج حدود السيطرة	حد السيطرة UCL	مستوى معنوية
ثمانية	10.436	0.05



شكل (10) حدود السيطرة للوحة (MCD) الحصينة بمستوى معنوية $(\alpha=0.05)$

7-4 عرض ورسم النتائج المحاكاة في حالة $\lambda = 50$

1-7-4 نتائج المحاكاة للوحة هوتلنك T^2 التقليدية

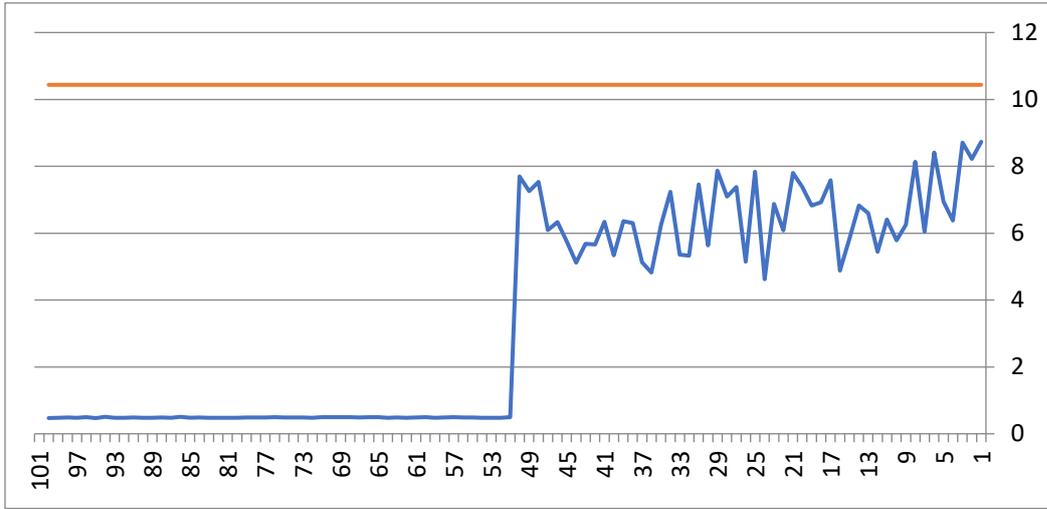
على وفق النتائج في جدول (13) وشكل (11) الآتي:

- ان الحد الأعلى للسيطرة على وفق لوحة السيطرة هوتلنك T^2 بلغ (10.436) بمستوى معنوية $(\alpha=0.05)$.
- عدم خروج أي مشاهدة عن الحد الأعلى للسيطرة بمستوى معنوية $(\alpha=0.05)$.
- العملية الإنتاجية داخل حدود السيطرة.

جدول (13)

نتائج المحاكاة للوحة هوتلنك T^2 التقليدية لمستوى معنوية $(\alpha=0.05)$

المشاهدات خارج حدود السيطرة	حد السيطرة UCL	مستوى معنوية
لا يوجد	10.436	0.05



شكل (11) حدود السيطرة للوحة هوتلنك T^2 التقليدية بمستوى معنوية ($\alpha=0.05$)
 4-7-2 نتائج المحاكاة للوحة (MCD) الحصينة

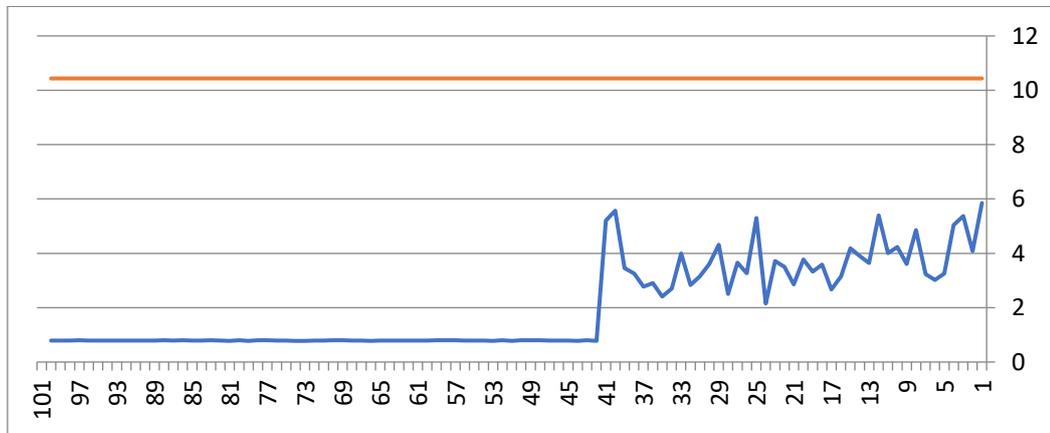
على وفق النتائج في جدول (14) وشكل (12) الآتي:

- ان الحد الأعلى للسيطرة على وفق لوحـة السيطرة (MCD) بلغ (10.436) بمستوى معنوية ($\alpha=0.05$).
- عدم خروج أي مشاهدة عن الحد الأعلى للسيطرة بمستوى معنوية ($\alpha=0.05$).
- العملية الإنتاجية داخل السيطرة.

جدول (14)

نتائج المحاكاة للوحة (MCD) الحصينة لمستوى معنوية ($\alpha=0.05$)

المشاهدات خارج حدود السيطرة	حد السيطرة UCL	مستوى معنوية
لا يوجد	10.436	0.05



شكل (12) حدود السيطرة للوحة (MCD) الحصينة بمستوى معنوية ($\alpha=0.05$)

تم قياس أداء لوحات السيطرة هوتلنك T^2 الحصينة والتقليدية من خلال مقارنة نسبة عدد المشاهدات الواقعة خارج حدود السيطرة في حالة البيانات المولدة تتبع التوزيع (الطبيعي - الملتوي) بدرجتين تلوث ($\lambda = 25, 50$), حيث يلاحظ من خلال جدولين (15) و(16) ان اعلى نسبة لعدد المشاهدات الواقعة خارج حدود السيطرة كانت للوحة هوتلنك T^2 التقليدية بنسبة 25% من لوحة هوتلنك T^2 الحصينة وفق مقدر (MCD) حيث بلغت النسبة 8% بمستوى معنوية معدل انذار كاذب (0.05) وبدرجة تلوث ($\lambda = 25$) بينما لم يظهر أي خروج للمشاهدات للوحة هوتلنك T^2 التقليدية ولوحة هوتلنك T^2 الحصينة وفق مقدر (MCD) لمستوى معنوية (معدل انذار كاذب) (0.05) عند درجة تلوث ($\lambda = 50$).

جدول (15)

يبين نسبة عدد المشاهدات داخل وخارج حدود السيطرة للوحات الحصينة والتقليدية باستخدام التوزيع (الطبيعي – الملتوي) متعدد المتغيرات عندما ($\lambda = 25$)

	$T^2_{c\ell}$	T^2_{MCD}
نسبة عدد المشاهدات داخل السيطرة	%75	%92
نسبة عدد المشاهدات خارج السيطرة	%25	%8

جدول (16)

يبين نسبة عدد المشاهدات داخل وخارج حدود السيطرة للوحات الحصينة والتقليدية باستخدام التوزيع (الطبيعي – الملتوي) متعدد المتغيرات عندما ($\lambda = 50$)

	$T^2_{c\ell}$	T^2_{MCD}
نسبة عدد المشاهدات داخل السيطرة	%100	%100
نسبة عدد المشاهدات خارج السيطرة	%0	%0

5- الاستنتاجات والتوصيات

1-5 الاستنتاجات

1. لوحظ ان لوحة السيطرة T^2 الحصينة وفق مقدر (MCD) حققت اعلى نسبة لمعدل خروج للمشاهدات وكانت 4% و2% بمستوي معنوية (0.05) و(0.01) على التوالي , عن لوحة السيطرة T^2 التقليدية, وهذا يعني ان لوحة السيطرة هوتلنك T^2 الحصينة وفق مقدر (MCD) كانت اكثر تشخيصاً وحساسية للمشاهدات من لوحة السيطرة هوتلنك T^2 التقليدية في حالة وجود قيم شاذة ضمن بيانات العينة.
2. اشارت النتائج ان لوحة T^2 التقليدية كانت هي الأقل فاعلية في الكشف عن خروج المشاهدات عن السيطرة بمستوي معنوية (0.05) و (0.01) والتي حققت نسبة خروج 3% , 1% من خروج المشاهدات خارج السيطرة في حالة وجود قيم شاذة ضمن بيانات العينة.
3. لوحظ من خلال تطبيق المحاكاة ان لوحة السيطرة T^2 التقليدية حققت اعلى نسبة لمعدل خروج للمشاهدات بمستوى معنوية (0.05) في حالة ($\lambda = 25$) من لوحة السيطرة T^2 الحصينة وهذا يعني ان لوحة السيطرة الحصينة T^2 التقليدية كانت اكثر تشخيصاً وحساسية للمشاهدات في حالة وجود قيم شاذة ضمن بيانات العينة.
4. اتضح عدم خروج اي مشاهدة للحد الاعلى للوحة السيطرة T^2 التقليدية ولوحة السيطرة T^2 الحصينة وفق مقدر (MCD) عندما ($\lambda = 50$).

5. ان لوحات السيطرة تختلف فيما بينها بمقدار تحسس نسب الإنتاج خارج السيطرة حتى مع ثبات البيانات التجريبية لها.

2-5 التوصيات

من خلال البحث والدراسة التطبيقية والتجريبية تم التوصل الى بعض التوصيات وهي:

1. نوصي بأستعمال لوحات السيطرة هوتلنك T^2 الحصينة في مجال مراقبة وتحسين النوعية للعملية الإنتاجية والخدمية للحصول على منتجات وخدمات تتصف بنوعية عالية ذات مواصفات مطابقة للمواصفات العالمية.
2. نوصي بالتوسع باستخدام لوحات السيطرة متعددة المتغيرات بدلاً من لوحات السيطرة الأحادية في عملية السيطرة النوعية في مجال الصناعات الإنتاجية والخدمية .
3. تطوير الطرق الحصينة باتجاه افتراض وجود توزيع للملوّثات بمعلمات مقدرّة يمكن ان تساهم في تطوير التحسس الذي يظهر لاحقاً .
4. اعتماد الطرق البيزية في زيادة حصانة خرائط السيطرة وذلك بأعتماد توزيع اولي للملوّثات باتجاه التطوير .
5. اقترح استعمال نقطة العطل (Breakdown Point) والبيانات المعطلة لانها تحتاج الى تصحيح أو معالجة بدلاً من البيانات الملوثة ونقطة الانهيار .

6- المصادر

1. الحارثي, عبد الرحيم خلف راهي / رشيد , كاوه محمد جمال (2008) " استخدام أسلوب متعدد المتغيرات للسيطرة على النوعية صفتي التشبع والكلس الحر لمعمل اسمنت طاسلوجة , المجلة العراقية للعلوم الإحصائية / جامعة الموصل / كلية علوم الحاسبات والرياضيات عدد 14 مجلد 8 .
2. شاهين, حمزة إسماعيل / جاسم , فراس منذر (2017) " استخدام أسلوب البوتوستراب في لوحات السيطرة T^2 متعددة المتغيرات" المجلة العلمية كلية العلوم الإدارية و المالية /جامعة جيهان / السليمانية (المجلد 1 العدد3).
3. شاهين, حمزة إسماعيل / صالح, عائدة هادي (2013) " استخدام مقدرات حصينة للوحة السيطرة Hotelling T^2 للمشاهدات المنفردة " مجلة الإدارة والاقتصاد / الجامعة المستنصرية / العدد 11.
4. الياسين, دريد حسين بدر (2009) "استخدام بعض طرائق التمييز الحصينة لتشخيص امراض سرطان الدم (اللوكيميا) "رسالة ماجستير في الإحصاء / كلية الإدارة والاقتصاد / الجامعة المستنصرية.
5. *Abdullah A.Ameen & Mohand N.Abdul-Seid (2016) "Robust Hotelling's Statistic for Test A Hypothesis of Mean Multivariate Population Based on RMCD " Basra University, Vol.34(3), 182-195 .*
6. *Ali , hazlina & Zurni , Omer (2011) " An Alternative Hotelling T^2 control chart Based on Minimum Vector Variance (MVV), university utara Malaysia (UUM).*
7. *Ali , Hazlina (2013) " Efficient and Highly Robust Hotelling T^2 Control Charts Using Reweighted Minimum Vector Variance " Universiti Utara Malaysia .*
8. *Marchant , Carolina ; Leiva ,Victor ; Cysnriros , Francisco Jose A. & Liu , Shuangzhe , (2017) " Robust multivariate Control Charts based on Birnbaum-Saunders distributions " Pages 182-202 .*
9. *Marronn, R.A.(2006), Robust M-Estimations of multivariate location Scatter , The Annals of Statistics ,4,151-267.*
10. *Mason , R.L. and Young , J.C.(1999) ,Improving the sensitivity of the T^2 statistic in multivariate process control . Journal of Quality Technology , Vol .31 ,No .2 pp.155-165.*
11. *Rousseeuw , P.J & Katrin V.D , (1999) "A fast Algorithm for the Minimum Covariance Determinant Estimator " , Techno metries , 41 , pp . 212 – 223.*

الكلمات المفتاحية

المصطلح	الكلمات	ت
Control chart Hotelling T ² classical	لوحة السيطرة الهوتلنك T ² التقليدية	1
The control chart of Hotelling T ² is estimated Minimum Covariance Determinant Estimator	لوحة السيطرة الهوتلنك T ² وفق مقدار اصغر محدد تباين مشترك MCD	2
Minimum Covariance Determinant Estimator	اصغر محدد تباين مشترك MCD	3
Multivariate normal distribution	التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات	4

