

تقدير أنموذج الانحدار في حالة وجود عدم تجانس التباين الشرطي من نوع EGARCH , ARCH

(مع تطبيق عملي لبيانات عرض النقد)

علي حسين محمد علي الزبيدي**

أ. د سلمى ثابت ذاكراً الألويسي*

المستخلص

يستهدف هذا البحث كيفية بناء أنموذج انحدار بمتغير معتمد ومتغيرات توضيحية لبيانات سلاسل زمنية مالية واقتصادية وذلك في حالة وجود مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي (ARCH) ، الى جانب بناء أنموذج للتباين الشرطي غير المتجانس ، والذي يمدح تقلبات تباين خطأ التنبؤ ، وذلك من خلال تطبيق طريقة الإمكان الأعظم (MLE) ولأجل تحقيق هدف البحث تم بناء آلية عمل تتضمن (9) مراحل متسلسلة ، تأخذ بنظر الاعتبار تحقيق الشروط والفرضيات المطلوبة لبناء أنموذج الانحدار ، وأنموذج التباين الشرطي غير المتجانس (ARCH) بالشكل الذي يمكن الاعتماد عليه لوضع التقديرات ، ولقد تم تطبيق هذه المراحل على بيانات من داخل القطر والمتمثلة ببيانات عرض النقد y_t ، والموجودات والمطلوبات x_{t1}, x_{t2} ، وذلك باستخدام عدد من البرامج الجاهزة (EViews 9 , gretl) .

Estimation of the regression model in case of conditional heterogeneity of type EGARCH, ARCH - with practical application of money supply data

Abstract

This research aims at constructing a regression model with an approved variable and illustrative variables for financial and economic time series data in case of a problem of conditional heterogeneity variance (ARCH), in addition to constructing a model of heterogeneous conditional variation, which model the variability of prediction error variation, by applying the method In order to achieve the objective of the research, a work mechanism has been constructed that includes (9) sequential phases, taking into account the fulfillment of the conditions and hypotheses required to construct the regression model and the heterogeneous conditional variance model (ARCH) in a reliable way to make estimates. These bitter Solution on the data from within the country and of money supply data y_t , assets and liabilities x_{t1}, x_{t2} , using a number of ready-made programs (Eviews 9, gretl).

الفصل الأول :

1-1 المقدمة

كما هو معروف فإن التعامل مع بيانات لمتغير معتمد ومتغيرات توضيحية لبيانات سلاسل زمنية مالية واقتصادية بهدف بناء أنموذج انحدار لوضع التنبؤات لظواهر مثل معدلات التضخم ، أسعار الأسهم ، وغيرها ، تقود الى حدوث مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي ، حيث ان أخطاء التنبؤ لبعض الفترات الزمنية يكون صغيراً نسبياً وللبعض الاخر يكون كبيراً نسبياً ، ثم اوقات أخرى يكون صغيراً نسبياً ، وان هذه التقلبات ناتجة عن الاضطرابات

* الجامعة المستنصرية / كلية الإدارة والاقتصاد .

** باحث .

مستل من رسالة ماجستير

مقبول للنشر بتاريخ 2017/10/15

السياسية أو تغيرات في سياسات الحكومة النقدية والمالية وغيرها ، وبالتالي فإن تباين أخطاء التنبؤ يكون في هذه الحالة غير ثابت بل يختلف من فترة الى أخرى وهناك نوع من الارتباط الذاتي في تباين أخطاء التنبؤ وهذا ما يعرف بـ ARCH أن هذه المشكلة تحدث في نماذج الانحدار ونماذج السلاسل الزمنية على السواء ، ولقد تناولت العديد من الدراسات والبحوث داخل القطر وخارجه هذه المشكلة في مجال نماذج السلاسل الزمنية واغلبها نمذجة $E(Y)$ بالكامل بأنموذج ARCH أو GARCH على وجه الخصوص ، في حين ان حدوث هذه المشكلة عند بناء نماذج الانحدار التقليدية المعروفة لم تنال الاهتمام الكافي ولم تحظى بدراسات تعمقية لكيفية التعامل مع مشكلة ARCH الى جانب حدوث مشاكل أخرى في أنموذج الانحدار والتي ابرزها الارتباط الذاتي ، وعلى هذا الأساس فقد تركز هذا البحث على كيفية بناء أنموذج الانحدار عند حدوث هذه المشكلة الى جانب نمذجة التقلبات في تباين أخطاء التنبؤ من خلال تطبيق طريقة الإمكان الأعظم MLE.

1-2 مشكلة البحث:

كيفية صياغة أنموذج الانحدار لمتغير معتمد ومتغيرات توضيحية لبيانات سلاسل زمنية لظواهر اقتصادية ومالية غير المستقرة والتي تعاني من التقلبات خلال الزمن .

1-3 الهدف:

يستهدف هذا البحث بالدرجة الأساس كيفية التعامل مع مشكلة عدم التجانس التباين الشرطي عند بناء أنموذج الانحدار وفق بيانات لمتغير معتمد ومتغيرات توضيحية لسلاسل زمنية اقتصادية ومالية ، وكيفية نمذجة التباين الشرطي غير المتجانس ، وذلك على أساس تطبيق طريقة الإمكان الأعظم MLE ، والتحقق من توفر شروط تطبيق هذه الطريقة ، والتأكد من ملائمة تقدير أنموذج الانحدار (المتوسط) ، وأنموذج التباين الشرطي غير المتجانس أنموذج التقلبات ، وذلك من خلال بناء آلية عمل تتضمن مراحل متسلسلة تقود الى وضع التقديرات لهذه النماذج يمكن الاعتماد عليها .

الفصل الثاني الجانب النظري:

2-1 المقدمة:

في هذا الفصل سوف يتم بيان مفهوم مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي في أنموذج الانحدار ، والمراحل الخاصة ببناء أنموذج الانحدار في حالة وجود هذه المشكلة والتي تتضمن تشخيص الأنموذج ، والاختبارات الخاصة بوجود هذه المشكلة ، الى جانب مشاكل أخرى مثل الارتباط الذاتي وعدم استقرار السلسلة وكيفية إزالة هذه المشاكل فضلاً عن كيفية تقدير المعلمات الخاصة بأنموذج الانحدار ، ووضع النمذجة الملائمة للتقلبات (volatility) والتي تمثل أنموذج ARCH واختيار الأنموذج الأفضل من البدائل المتاحة لنموذج ARCH على وفق معايير عديدة للاختيار .

2-2 مفهوم مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي (ARCH) في أنموذج الانحدار [10,3,5,11]:

من المعروف انه عندما يكون لدينا أنموذج انحدار بمتغيرات توضيحية X_1, X_2, \dots, X_K ومتغير معتمد Y ، والبيانات الخاصة بهذه المتغيرات عبارة عن سلاسل زمنية ، فإن مشكلة الارتباط الذاتي بين الأخطاء تكون وارده جداً وعندما تكون هذه المتغيرات مالية مثل معدل التضخم ، أسعار صرف العملات الأجنبية ، أسعار الأسهم ، فإن مشكلة (عدم التجانس التباين الشرطي) او ما يسمى بالارتباط الذاتي المشروط بعدم التجانس (ARCH) يكون وارداً جداً ايضاً ، إذا ان (تباين أخطاء التنبؤ) يكون غير ثابت بل يختلف من فترة الى أخرى وهناك نوع من الارتباط الذاتي في تباين أخطاء التنبؤ ، والاتى يوضح مفهوم هذه المشكلة :-
ليكن لدينا أنموذج انحدار :

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + u_t \quad (2-1)$$

$$u_t \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = w + \alpha_1 u^2_{t-1} + \alpha_2 u^2_{t-2} + \dots + \alpha_p u^2_{t-p} \quad (2-2)$$

إذا ان التباين h_t غير ثابت (Non Stationary) اولاً وان هذا التباين امكن نمذجته بانحدار ذاتي من الدرجة (p) وهو يمثل أنموذج (ARCH) ثانياً ، ولتوضيح مفهوم مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي بشكل يمكن تعميمه سواء لنماذج الانحدار او نماذج السلاسل الزمنية فان الكثير من الدراسات في هذا الموضوع مثلت أنموذج الانحدار على وفق الاتي :-

$$y_t = \mu_t + u_t \quad (2-3)$$

$$u_t = e_t \sqrt{h_t}$$

$$h_t = w + \alpha_1 u^2_{t-1} + \alpha_2 u^2_{t-2} + \dots + \alpha_p u^2_{t-p} \quad (2-4)$$

حيث تم اعتبار الأنموذج (2-3) هو أنموذج المتوسط ($EY = \mu_t$)
وان الأنموذج (2-4) يمثل أنموذج التقلبات (ARCH)

ففي مجال الانحدار فان أنموذج المتوسط (2-3) يكون ممثلاً بالمعادلة (2-1) وان μ_t تمثل
 $(\mu_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt})$ اما في مجال السلاسل الزمنية فان أنموذج المتوسط
 يكون الانموذج ARIM فاذا افترضنا ان أنموذج السلسلة الزمنية y_t يمكن تمثيله $AR(q)$:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_q y_{t-q} + u_t \quad (2-5)$$

هنا المتوسط μ_t يمثل $(\beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_q y_{t-q})$

وعندما يكون أنموذج المتوسط ممثلاً $\mu_t = \beta_0$ أي ان :-

$$y_t = \beta_0 + u_t$$

فان الأنموذج المتمثل للبيانات يكون بالكامل نموذج التقلبات ، وما يسمى بنموذج ARCH ، وبخلافه فإنه يعرف
 على انه أنموذج انحدار (او انحدار ذاتي) بوجود مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي ، وعليه فان هذه المشكلة
 ممكن ان تحدث سواء في نماذج الانحدار او في نماذج السلاسل الزمنية .

ومن الجدير بالذكر ان اغلب ادبيات البحث الخاصة بمشكلة عدم تجانس التباين الشرطي (ARCH) سواء داخل
 العراق او خارجه وقد تناولت الموضوع على وفق نماذج السلاسل الزمنية ، وتحديداً عندما يكون أنموذج المتوسط
 متمثلاً ب :-

$$y_t = \beta_0 + u_t \quad (2-6)$$

أي انها تناولت فقط نماذج ARCH وكل بدائلها المختلفة مثل GARCH ، وغيرها في مجال نماذج السلاسل
 الزمنية ، وعلى هذا الأساس فان هذا البحث قد تركز على كيفية التعامل مع مشكلة
 (ARCH) في أنموذج الانحدار وكيفية تقدير معلماته عند وجود هذه المشكلة ، فضلاً عن تقدير معاملات أنموذج
 ARCH والمراحل الخاصة ببناء كلاً منها .

2-3 المراحل الخاصة ببناء أنموذج الانحدار في حالة وجود مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي ARCH [4,5,8] :

كما اوضحنا أعلاه انه عندما يكون هدف الباحث هو بناء أنموذج انحدار من متغير معتمد وعدد من المتغيرات
 التوضيحية على وفق بيانات سلاسل زمنية مالية فان مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي ومشكلة الارتباط الذاتي
 تكون وارده جداً . وعليه لا بد من أنجاز المراحل الاتية بهدف بناء أنموذج الانحدار :-

- 1- توصيف أنموذج المتوسط (Specification) .
- 2- اختبار وجود الارتباط الذاتي .
- 3- اختبار وجود مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي ARCH .
- 4- اختبار استقراره السلاسل الزمنية للمتغيرات الأنموذج (Stationary) .
- 5- إزالة الارتباط الذاتي .
- 6- نمذجة التقلبات (Modeling) .
- 7- تقدير المعلمات لأنموذج الانحدار (المتوسط) وأنموذج التقلبات (Estimation) .
- 8- تشخيص أنموذج التقلبات (Identification) .
- 9- اختبار ملائمة الأنموذج (اختبارات التشخيص) (Goodness of fit) .

والاتي التفاصيل الخاصة بالمراحل أعلاه .

2-3-1 توصيف أنموذج المتوسط (Specification mean model) [8,4,5] :

أن الخطوة الأولى المهمة في بناء كل أنموذج انحدار هي توصيف الأنموذج بشكل جيد وصحيح ، أي اختبار
 المتغيرات التوضيحية X_1, \dots, X_k المهمة المؤثرة في Y أي ذات العلاقة المعنوية معه ودقة هذه الخطوة من اهم
 المراحل ، اذ أن عدم التشخيص الجيد والصحيح لأنموذج الانحدار (المتوسط) ينطوي على آثار سلبية كبيرة على
 أنموذج التقلبات إذ انه يعتمد بالدرجة الأساس على الأخطاء \hat{u}_t التي يتم تربيعها والناجمة من

$$\hat{u}_t = y_t - \hat{y}_t$$

وعليه لا بد من العناية ببناء أنموذج الانحدار أولاً بغية الحصول على البواقي \hat{u}_t صحيحة لبناء أنموذج التقلبات ،
 وان عملية التشخيص الصحيح لأنموذج الانحدار تجري على وفق الخطوات والمعايير المعروفة في تحليل الانحدار

2-3-2 اختبار وجود مشكلة الارتباط الذاتي في أنموذج الانحدار [10] :

يمكن اختبار وجود الارتباط الذاتي في أنموذج الانحدار معادلة (2-1) ، وذلك وفق العديد من الاختبارات منها :-

- اختبار التعاقب
- اختبار D.W التقليدي
- اختبار D.W المعدل
- اختبار Breusch- Godfrey

والآتي شرح مفصل للاختبار Ljung-Box حيث تم استخدامه في الجانب العملي .

2-3-2-1 اختبار ليونغ بوكس (Ljung-Box) [1,6,7]:

في عام 1978 اكتشف العالمان (جريتو ليونغ وجورج بوكس) اختبار ليونغ بوكس وقد سمي باسمهم ويقوم هذا الاختبار على سلسلة البواقي \hat{u}_t لمعرفة هل هي مرتبطة ذاتياً أم مستقلة ، حيث يتم اختيار فرضية العدم ادناه :

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_p = 0$$

$$H_1 : \rho_1 \neq \rho_2 \neq \dots \neq \rho_p \neq 0$$

صيغة اختبار ليونغ بوكس هي

$$Q(m) = T(T+2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_k^2}{t-k} \sim \chi^2_{m-p} \quad (2-7)$$

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T \hat{u}_t \hat{u}_{t-k}}{\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2}$$

T : يمثل حجم العينة

m : عدد الازاحات

P : عدد المعالم المقدرة

$\hat{\rho}_k$: مقدرات معاملات الارتباط الذاتي بين \hat{u}_t

\hat{u}_t : البواقي المقدرة باستخدام OLS

القرار يكون اذا كانت القيمة المحسوبة $Q(m)$ اكبر من الجدولية ترفض فرضية العدم أي يوجد ارتباط ذاتي والعكس هو الصحيح .

2-3-3-3 اختبار وجود مشكلة عدم التجانس التباين الشرطي ARCH [3,10,7]:

يتم اختبار وجود مشكلة (ARCH) وفق الطرق الآتية :-

1- اختبار مضاعف لاكرانج (ML) .

والآتي شرح مفصل للاختبار ARCH :-

2-3-3-1 اختبار ARCH باستخدام مضاعف لاكرانج (ML) [1,3,9]:

وضع هذا الاختبار من قبل العالم Engle في عام 1982 وهو اول اختبار يكشف مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي من خلال اختبار الارتباط الذاتي بين مربع البواقي \hat{u}_t^2 ، ويتم ذلك على وفق بناء نموذج انحدار \hat{u}_t^2 وكالاتي :-

$$\hat{u}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{u}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \hat{u}_{t-p}^2 \quad (2-8)$$

حيث يتم اختبار فرضية العدم الآتية :

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p$$

$$H_1 : \alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \dots \neq \alpha_p$$

ومن خلال استخدام إحصاء الاختبار الآتية :

$$T R^2 \sim \chi^2_p \quad (2-9)$$

T : يمثل عدد المشاهدات

P : يمثل عدد المعالم

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

SST : يمثل مجموع المربعات الكلي

SSR : مجموع مربعات الانحدار

R^2 : معامل التحديد

القرار يكون اذا كان القيمة المحسوبة χ^2_p اكبر من القيمة الجدولية لمربع كأي ترفض فرضية العدم ويوجد مشكلة ARCH ، اما اذا كان القيمة المحسوبة χ^2_p اقل من القيمة الجدولية لمربع كأي تقبل الفرضية ولا يوجد هناك مشكلة ARCH .

2-3-4 نمذجة التقلبات [10,9]:

لقد تم نمذجة التقلبات لأول مرة من قبل العالم Engle سنة 1982 والمتمثلة بالمعادلة (2-2) والتي تمثل الانموذج الأساس للتقلبات وسميت أنموذج ARCH وبعد تطوير وتوسيع هذا الانموذج ليضم بدائل أخرى كثيرة نورد منها ما يلي :

- 1- أنموذج ARCH
- 2- أنموذج GARCH
- 3- أنموذج GARCH IN MEAN
- 4- أنموذج EGARCH
- 5- أنموذج PGARCH

ولابد من الإشارة الى ان هذه النماذج تعد بدائل وكلاً منها يطبق في حالة .

2-3-4-1 عدم تجانس التباين الشرطي (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) (3,7,9):

وضع أنموذج ARCH لأول مره من قبل العالم Engle في عام 1982 ، لنمذجة التباين الشرطي من خلال افتراض بان التباين الشرطي يعتمد على مربعات الأخطاء (المزاحة زمنية) ، ولقد اطلق Engle تسمية (ARCH) لان التباين الشرطي يمكن التعبير عنه بدالة ، وصاغة أنموذج ARCH لأجل الحصول على مقدرات متنسقة وكفاءة تقاربية ، ومن خصائص هذه النماذج هي البساطة ، وسهولة التعامل معها ، وتراعي التغيرات في القدرة على التنبؤ ، لا يمكن استعمالها عندما يكون الانموذج غير خطي ، ويمكن تعريف الانموذج من خلال هذه الصيغة :-

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + u_t \quad (2-10)$$

$$u_t | F_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$F_{t-1} = (u_{t-1}, u_{t-2}, \dots)$$

$$u_t = e_t \sqrt{h_t} \quad e_t \sim N \text{ iid } (0, 1)$$

$$h_t = w + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2 \quad (2-11)$$

معادلة (2-10) تمثل أنموذج انحدار خطي متعدد (نموذج المتوسط) من خلال علاقة المتغير المعتمد y مع مجموعة من المتغيرات المستقلة x

ومعادلة (2-11) تمثل نموذج التقلبات في تباين أخطاء التنبؤ σ_t^2 والتي يرمز لها h_t إذ ان الانموذج هو ARCH من الرتبة p إذ أن :-

u_t : يمثل خطأ الانموذج ويتوزع طبيعياً بمتوسط صفر وتباين h_t

e_t : تمثل الأخطاء القياسية وتتوزع طبيعياً بمتوسط صفر وتباين ثابت

h_t : دالة خطية في مجموع مربعات الأخطاء المزاحة زمنياً

($W, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$) تمثل معالم أنموذج التقلبات

القيود الموضوعية على الانموذج

$$W > 0$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p \geq 0$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p < 1$$

عندما يكون $p=1$ يوصف نموذج ARCH كالآتي :-

$$h_t = w + \alpha_1 u_{t-1}^2 \quad (2-12)$$

وان التباين غير الشرطي هو :-

$$\text{var}(u_t) = \text{var}[E(u_t | u_{t-1})] + E[\text{var}(u_t | u_{t-1})] \quad (2-13)$$

$$E(u_t | u_{t-1}) = E(u_t) = 0 \quad (2-14)$$

$$\text{var}(u_t) = 0 + E(w + \alpha_1 u_{t-1}^2) \quad (2-15)$$

$$h_t = \frac{w}{1 - \alpha_1} \quad \alpha_1 < 1 \quad (2-16)$$

اما صيغة التباين الشرطي

بأخذ التوقع الشرطي للمقدار

$$u_t = e_t \sqrt{h_t}$$

$$E(u_t|u_{t-1}) = E(e_t|u_{t-1})\sqrt{h_t} \quad (2-17)$$

$$E(e_t|u_{t-1}) = 0$$

$$e_t \sim N \text{ iid } (0, 1)$$

$$E(u_t|u_{t-1}) = E(e_t|u_{t-1})\sqrt{h_t} = 0 \quad (2 - 18)$$

$$\text{var}[(u_t|u_{t-1})] = \text{var}(e_t|u_{t-1}) h_t \quad (2 - 19)$$

$$\text{var}(e_t|u_{t-1}) = E(e_t^2|u_{t-1}) - [E(e_t|u_{t-1})]^2 \quad (2 - 20)$$

$$E(e_t^2|u_{t-1}) = 1$$

$$h_t = w + \alpha_1 u_{t-1}^2 \quad (2 - 21)$$

2-3-4-2 نموذج عدم تجانس التباين الشرطي الاسي المعمم (Exponential Generalized Autoregressive Heteroscedasticity Conditional) [12,13]

وضع هذا الانموذج من قبل العالم Nelson في عام 1991 وهو تكملة لنماذج ARCH و GARCH ، وجاء لمعالجة ظهور التقلبات بالسالب في أنموذج GARCH ، وذلك عن طريق ادخال اللوغارتم الطبيعي على أنموذج التقلبات ، ويعد هذا الانموذج من النماذج الغير المتماثلة ، ومن مزايا هذا الانموذج ان المعلمات التي تظهر بالسالب في أنموذج GARCH سوف تصبح موجبة عن طريق اللوغارتم الطبيعي ، كما تم إضافة معلمة للأنموذج وهي تأثير الرافعة ، حيث ان تأثير الرافعة تعبر عن النماذج غير المتماثلة سواء كانت سلبية ام ايجابية التي تحصل في السلاسل الزمنية المالية ، وهذا يعني ان الصدمات السلبية لتقلبات الاسعار يختلف عن الصدمات الايجابية بنفس الحجم وهذا التأثير يأتي نتيجة الارتباط السليبي بين التغير في السعر والتغير في التقلبات ومختصر هذا الانموذج هو EGARCH ، ويمكن تعريف الانموذج من خلال الصيغ الاتية :

$$\ln(h_t) = W + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln(h_{t-j}) + \gamma_i \frac{u_{t-i}}{\sqrt{h_{t-i}}} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left[\frac{|u_{t-i}|}{\sqrt{h_{t-i}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \quad (2-12)$$

$\ln(h_t)$: يمثل لوغارتم للتباين الشرطي والقيم السابقة للأخطاء
(W, α , β , γ) يمثل معالم أنموذج اللوغارتم للتقلبات

γ : هي مقياس الانموذج غير المتماثل ويمثل تأثير الرافعة

$\gamma = 0$ يكون الانموذج متماثلاً

$\gamma < 0$ التقلبات ايجابية أي الاخبار تكون جيدة

$\gamma > 0$ التقلبات سلبية أي الاخبار تكون سيئة

لا توجد هناك قيود على معالم أنموذج EGARCH والمعالم هي (γ , α , w) ما عدا المعلمة β والتي يجب ان تكون اقل من الواحد وقيمتها موجبة .

2-3-5- تقدير معالم أنموذج الانحدار وأنموذج التقلبات [1,3,9] :

في حالة وجود مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي في أنموذج الانحدار ، فإنه يمكن استخدام طريقة الإمكان الأعظم (MLE) في التقدير .

2-3-5-1 طريقة الإمكان الأعظم MLE [1,3,9] :

وضعت هذه الطريقة من قبل الباحث Engle سنة 1982 وذلك لتقدير معالم أنموذج الانحدار (المتوسط) وكذلك تقدير معالم أنموذج التقلبات في آن واحد وتتصف هذه الطريقة بكونها تعطي خصائص تقاربية ايضاً وهي ايضاً طريقة متينة .

2-3-6- تشخيص أنموذج التقلبات [2,6,7] :

يتم تشخيص أنموذج التقلبات الأفضل وذلك من خلا تحديد الرتبة الملائمة P ، (p, q) اذا كان معمم ، ويتم ذلك من خلال طرح عدد من البدائل لدرجة النموذج (p, q) وعادة فأنها تكون ما بين $p=2$ ، $q=2$ كحد اعلى ويتم وضع عدد من البدائل ضمن هذا السقف ويتم اختيار الأفضل وفق عدد من المعايير :-

- 1- معيار معلومات اكاكي (Akaike Information Criterion)
- 2- معيار معلومات شوارتز (Schwarz Information Criteria)
- 3- معيار كوين - حنا (Hannan - Quinn Criterion)

حيث يتم اختيار الانموذج الذي يكون باقل قيم لهذه المعايير .
والاتي بعض التفاصيل الخاصة لكل منها .

2-3-6-1 معيار معلومات اكاكي Akaike Information Criterion [2,7]:

وضع هذا المعيار من قبل العالم الياباني (هيرو توغو اكاكي) في عام 1973 لتحديد افضل انموذج من بين مجموعة من النماذج ويتم ذلك عن طريق اختيار اقل قيمة لهذا المعيار ويتم ذلك وفق هذه الصيغة :-

$$AIC = \frac{-2L}{T} + \frac{2K}{T} \quad (2-13)$$

$$L = \frac{-T}{2} (1 + \log(2\pi)) + \log \frac{\hat{u}'\hat{u}}{T}$$

$\hat{u}'\hat{u}$: يمثل مجموع مربعات البواقي

K: يمثل عدد المعالم

T : يمثل عدد المشاهدات

وهناك عدد من المآخذ على هذا المعيار بانه غير متنسق أي هنالك احتمال اخذ الانموذج الخاطئ وكذلك ميله الى التقدير المفرط .

2-3-6-2 معيار معلومات شوارتز Schwarz Information Criteria [2]:

وضع هذا الاختبار من قبل Schwarz في عام 1978 ورمز له SIC وهو مشابه الى معيار BIC المقدم من قبل اكاكي وقد عالج هذا المعيار مشكلة التقدير المفرط للنماذج ومن مزايا هذا المعيار انه يقدر النماذج باتساق ويتم اختيار الانموذج الأفضل حسب اقل قيمة للمعيار SIC ويمكن تعريفه من خلال الصيغة الاتية :-

$$SIC = \frac{-2L}{T} + \frac{K(\log T)}{T} \quad (2-14)$$

$$L = \frac{-T}{2} (1 + \log(2\pi)) + \log \frac{\hat{u}'\hat{u}}{T}$$

$\hat{u}'\hat{u}$: يمثل مجموع مربعات البواقي

K: يمثل عدد المعالم

T : يمثل عدد المشاهدات

2-3-6-3 معيار كوين - حنا Hannan – Quinn Criterion [2]:

قدم هذا المعيار من قبل كوين -حنا في عام 1979 ومختصر هذا المعيار (H-Q) حيث يعتمد هذا المعيار على اقل قيمة للنماذج ويمكن تعريفه من خلال الصيغة الاتية :-

$$H-Q = -\left(\frac{L}{T}\right) + \frac{2K \log(\log(T))}{T} \quad (2-15)$$

$$L = \frac{-T}{2} (1 + \log(2\pi)) + \log \frac{\hat{u}'\hat{u}}{T}$$

$\hat{u}'\hat{u}$: يمثل مجموع مربعات الأخطاء

K: يمثل عدد المعالم

T : يمثل عدد المشاهدات

π : تمثل نسبة ثابتة

2-3-7 اختبار ملائمة الانموذج [1,6,7,10]:

في هذا المرحلة تتم عملية التأكد من صحة وملائمة انموذج الانحدار (المتوسط) ، والتقلبات اللذان تم تقديرهما وذلك بأجراء اختبارات التشخيص (Diagnostic test) والتي تجرى على أساس البواقي القياسية (Standardized residuals series) والتي يمكن الحصول عليها من خلال الصيغة الاتية :

$$\hat{e}_t = \frac{\hat{u}_t}{\sqrt{\hat{h}_t}}$$

\hat{e}_t : يمثل سلسلة البواقي القياسية

\hat{u}_t : يمثل البواقي ويمكن استخراجه من خلال الصيغة الاتية

$$\hat{u}_t = y_t - \hat{y}_t$$

$\sqrt{\hat{h}_t}$: يمثل سلسلة الانحراف المعياري المشروط للنموذج المقدر

حيث يتم تطبيق اختبار ليونغ بوكس المذكورة تفصيله مبحث (2-3-2-1) على سلسلة البواقي القياسية \hat{e}_t بدلاً من البواقي u_t وذلك لبيان مدى ملائمة نموذج الانحدار (المتوسط) والتأكد من صحته ، فعند قبول فرضية العدم H_0 الخاصة بهذا الاختبار فإن نموذج الانحدار (المتوسط) ملائم وصحيح وبخلافه يكون الانموذج غير ملائم ، كما يتم تطبيق هذا الاختبار مرة أخرى على سلسلة مربع البواقي (\hat{e}_t^2) وذلك لبيان صحة وملائمة أنموذج التقلبات (التباين) (\hat{h}_t^2) كما هو مذكور في مبحث (2-3-3-1) ، فعند قبول فرضية العدم H_0 فإن ذلك يدل على صحة وملائمة أنموذج التقلبات الموضوع وبخلافه يكون الانموذج غير ملائم .
كما يمكن استعمال أيضاً اختبار مضاعف لكرانج المذكور في مبحث (2-3-3-1) ولكن بدلاً من \hat{u}_t^2 نستخدم \hat{e}_t^2 لبيانه فيما اذا كانت هنالك مشكلة ARCH ام تمت ازالتها .

الفصل الثالث الجانب التطبيقي

3-1 المقدمة :

في هذا الفصل سوف يتم توضيح كيفية بناء أنموذج الانحدار الذي تكون فيه المتغيرات التوضيحية والمتغير المعتمد عبارة عن سلاسل زمنية لظواهر اقتصادية ومالية والتي تفرز بدورها مشكلتين أساسيتين هما مشكلة الارتباط الذاتي ومشكلة عدم تجانس التباين الشرطي وتوضيح كيفية التعامل معها عند بناء الانموذج وذلك وفق المراحل التسعة المذكورة في الجانب النظري والتي تشكل بمجملها آلية عمل للتعامل مع هذه المشاكل عند بناء نموذج الانحدار ، وسيتم توضيح ذلك عبر بيانات مالية داخل القطر والتي تمثل بيانات عرض النقد ، الموجودات و المطلوبات حيث تم الاعتماد على طريقة الإمكان الأعظم في التقدير ، في بناء أنموذج الانحدار (المتوسط) ، وبناء أنموذج التقلبات من نوع (ARCH) و (EGARCH).

3-2 التطبيق الخاص بعرض النقد :

تتمثل متغيرات أنموذج هذا التطبيق بعرض النقد كمتغير معتمد والذي يشمل (العملة خارج البنك و الودائع الجارية) ، والمطلوبات ، والموجودات كمتغيرات توضيحية إذ أن المطلوبات تشمل (الودائع الحكومية وشعبة النقد) ، والموجودات تشمل (الديون الحكومية وديون القطاعات الخاصة والقطاعات الأخرى وصافي الموجودات الأجنبية) ، والبيانات هي شهرية وحجمها (156) مشاهدة وللفترة (2003-2015) ، وعلية فإن نموذج الانحدار سيمثل بالاتي :-

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + u_t \quad (3 - 1)$$

حيث ان :

y_t : عرض النقد

x_{1t} : الموجودات

x_{2t} : المطلوبات

ولقد تم تطبيق المراحل المذكورة في مبحث (3-2) وكالاتي :

3-2-1 المرحلة الأولى توصيف الانموذج :

تم توصيف أنموذج الانحدار الذي يربط الظاهره موضوعه البحث عرض النقد (y_t) بالموجودات (x_{1t}) والمطلوبات (x_{2t}) كما في المعادلة أعلاه .

3-2-2 المرحلة الثانية اختبار وجود الارتباط الذاتي :

لقد تم فحص وجود الارتباط الذاتي وفق اختبار (Ljung-Box) وكما هو مذكور في الجانب النظري وقد تم استعمال برنامج (9) views حيث تم الحصول على النتائج المبينة في جدول (1) والخاصة باختبار ليونغ بوكس :-
جدول (1) نتائج اختبار ليونغ بوكس

lags	Q-Stat	Prob.
3	93.760	0.0000
6	174.02	0.0000
9	246.19	0.0000
12	312.11	0.0000
15	366.69	0.0000

وعند مقارنة قيمة الاحتمال (p) المحتسبة في جدول (1) ايضاً مع مستوى المعنوية ($\alpha - \text{level} = 0.05$) نجد $p < 0.05$ ، وعليه ترفض فرضية العدم H_0 الخاصة باختبار ليونغ بوكس ، والفروق معنوية وتوجد (مشكلة الارتباط الذاتي) في ضوء هذا الاختبار .

3-2-3 المرحلة الثالثة اختبار وجود مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي ARCH :

في هذه المرحلة تم اختبار وجود مشكلة عدم التجانس التباين الشرطي ، وذلك بتطبيق اختبار مضاعف لاكرانج (ML) وكما هو موضح في الجانب النظري مبحث (1-3-3-2) ، وباستخدام البرنامج الجاهز (9) **eviews** حيث تم الحصول على النتائج الموضحة في جدول (2) :

جدول (2) نتائج اختبار مضاعف لاكرانج

F-statistic	72.94424	Prob. F(1,117)	0.0000
Obs*R-squared	45.69954	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

وعند مقارنة قيمة الاحتمال (p) الموضحة في جدول (2) مع ($\alpha - \text{level} = 0.05$) نجد ان $p < 0.05$ وعلية الفروق معنوية وترفض فرضية العدم وتوجد مشكلة ARCH.

3-2-4 المرحلة الرابعة إزالة الارتباط الذاتي :

بعد التأكد من وجود مشكلة الارتباط الذاتي وفق الاختبارات الخاصة بها يتم في هذه المرحلة إزالة الارتباط الذاتي بين البواقي \hat{u}_t وذلك للحصول على بواقي غير مترابطة وتحقيق فرضية استقلالية الأخطاء ، وسوف يتم الاعتماد على طريقة كوكران (Cochran - orcutt) ، ولقد تم استعمال برنامج (gretl) الجاهز للحصول على نتائج هذه الطريقة ، حيث تم الاعتماد على أعلى تقدير للارتباط الذاتي ($\hat{\rho}$) عند التكرار (5) وكما هو موضح في جدول (3) :

جدول (3) نتائج العملية التكرارية لتقدير ρ بطريقة كوكران

ITER	RHO
1	0.89416
2	0.98077
3	0.98836
4	0.99023
5	0.99120

بعد إزالة الارتباط الذاتي في اغلب الاحيان أن عدم التجانس الشرطي يزول ايضاً وللتأكد من أن مشكلة عدم تجانس الشرطي (ARCH) لا تزال موجودة في الانموذج يتم اجراء اختبار (ARCH) وفق مضاعف لاكرانج ML مرة أخرى حيث تم الحصول على النتائج المحتسبة في جدول (4) ، والتي تشير نتائجه الى ان مشكلة عدم التجانس الشرطي لا تزال موجودة ، إذ ان الاحتمال P المحتسبة للمؤشر اقل من (0.05) وترفض H_0 .
جدول (4) نتائج اختبار ARCH بعد إزالة الارتباط الذاتي

F-statistic	12.13220	Prob. F(5,149)	0.0006
Obs*R-squared	11.38326	Prob. chi-square(5)	0.0007

3-2-5 المرحلة الخامسة نمذجة التقلبات :

يتم التعامل مع نمذجة التقلبات في هذا التطبيق ، على أساس طريقة التقدير لمعاملات أنموذج الانحدار (المتوسط) التي سيتم استخدامها في هذا التطبيق وهي MLE ، حيث سيتم افتراض عدد من البدائل لانموذج ARCH ،

منها **GARCH** ، **EGARCH** بالنسبة لطريقة **MLE** وحسب متطلبات التطبيق وذلك لان صيغة التقدير تسمح بالتحرك على العديد من البدائل .

3-2-6 المرحلة السادسة تقدير معاملات أنموذج الانحدار (المتوسط) ، وأنموذج التقلبات :
لقد تم الاعتماد على طريقة **MLE** في تقدير معاملات أنموذج الانحدار (المتوسط) وأنموذج التقلبات والاتي النتائج التي تم الحصول عليها في كل طريقة :-

3-2-6-1 تقدير معاملات أنموذج الانحدار وأنموذج التقلبات من نوع **ARCH** باستخدام طريقة **MLE** :
لقد تم استخدام طريقة **MLE** لتقدير معاملات أنموذج الانحدار وتقدير معاملات أنموذج التقلبات أنياً وذلك في ضوء المفاهيم الرياضية الموضحة في الجانب النظري لتطبيق هذه الطريقة ، وقد تم استخدام برنامج **(9) eviews** حيث تم الحصول على النتائج المبينة في جدول (5) و جدول (6) والخاصة بأنموذج الانحدار وأنموذج التقلبات على التوالي .

جدول (5) النتائج الخاصة بطريقة **MLE** لأنموذج الانحدار (المتوسط)

	Coefficient	Std. Error	P- value
β_0	738407.9	266225.5	0.0055
β_1	0.011479	0.002718	0.0000
β_2	-0.190376	0.094105	0.0431

جدول (6) مقدرات **MLE** لمعاملات أنموذج التقلبات **(2) ARCH**

W	4.76E+12	2.59E+11	0.0000
α_1	0.163710	0.082066	0.0461
α_2	-0.034754	0.006336	0.0000

ولقد تم اختيار أنموذج التقلبات من نوع **(2) ARCH** من بين عدد من البدائل وهي **(1) ARCH** , **(2) ARCH** , **(3) ARCH** , **(4) ARCH** , كأفضل أنموذج وذلك وفق المعايير **(AIC , SIC , H-Q)** وكما هو موضح في جدول (7) .

جدول (7) قيم المعايير المحتمسبة لبدايل أنموذج التقلبات

	AIC	SC	H-Q
ARCH (1)	32.21513	32.31331	32.25501
ARCH (2)	32.18979	32.30760	32.23764
ARCH (3)	32.20151	32.33896	32.25734
ARCH (4)	32.21104	32.36812	32.27484

وفي ضوء نتائج جدول (7) نجد ان نمودج **(2) ARCH** حقق اقل قيم لهذه المعايير كافة وبالتالي تم اختياره من بين هذه البدائل ، والمعلمت المقدره بطريقة **MLE** لهذا الانموذج موضح في جدول (6) . وعند مقارنة قيمة **P** مع $(\alpha = 0.05)$ في جدول (5) نجد ان المتغيرات X_1 , X_2 لا تزال معنوية ايضاً كما ان العلاقة لا تزال طردية بين X_1 ، وعكسية مع X_2 .

من ملاحظه قيم معاملات جدول (6) الخاصة بـنموذج ARCH (2) نجد ان α_2 بالسالب وهذا يخالف القيود والفرضيات الموضوعية والموضحة في الجانب النظري لنموذج ARCH في كون هذه المعلمات يجب ان تكون قيمها اكبر او تساوي صفر للحصول على \hat{h}_t بالموجب ، لذلك سيتوجب إعادة التطبيق بطريقة MLE واستخدام نموذج التقلبات من نوع EGARCH لضمان الحصول على تباين مقدر \hat{h}_t بالموجب ، بالرغم من وجود معاملات بالسالب ، وكذلك فأنها لا تضع قيود انعدام السالبه للمعاملات .

3-2-6-2 تقدير معاملات أنموذج الانحدار ، وأنموذج التقلبات من نوع EGARCH باستخدام طريقة MLE :

لقد تم إعادة تطبيق طريقة MLE لتقدير معاملات أنموذج الانحدار وتقدير معاملات أنموذج التقلبات من نوع EGARCH أنياً ووفق المفاهيم المذكورة في الجانب النظري في مبحث (2-3-6-2) وباستخدام برنامج الجاهز (9) eviews حيث تم الحصول على النتائج الموضحة في جدول (8) ، (9) والخاصة بنموذج الانحدار والتقلبات على التوالي .
جدول (8) النتائج الخاصة بطريقة MLE لأنموذج الانحدار (المتوسط)

EGARCH (2,1)	Coefficient	Std. Error	P- value
β_0	708068.9	49789.44	0.0000
β_1	0.004902	0.000228	0.0000
β_2	-0.186589	0.037554	0.0000

جدول (9) النتائج الخاصة بطريقة MLE لأنموذج التقلبات EGARCH (2,1)

EGARCH (2,1)	Coefficient	Std. Error	P- value
W	3.792349	6.4E-104	0.0000
α_1	-0.573252	0.079343	0.0000
α_2	0.144364	0.083966	0.0087
γ_1	-0.903797	0.092872	0.0000
γ_2	1.052159	0.096765	0.0000
β_1	0.877935	1.3E-104	0.0000

ولقد تم اختيار أنموذج التقلبات من نوع EGARCH (2,1) من بين عدد من البدائل هي EGARCH (1,1) ، EGARCH (2,1) ، EGARCH (1,2) ، EGARCH (2,2) ، حيث كان هو الأفضل وفق المعايير (AIC ، H-Q ، SIC) ، وكما هو موضح في جدول (10) .

جدول (10)

AIC

SIC

H-Q

EGARCH(1,1)	32.0692	32.20666	32.12504
EGARCH(1,2)	31.82315	31.98023	31.88695
EGARCH(2,1)	31.63312	31.80983	31.70490
EGARCH(2,2)	31.81439	32.01074	31.89415

قيم المعايير المحتسبة لبدائل أنموذج التقلبات EGARCH

ومن ملاحظة جدول (8) الخاص بأنموذج الانحدار نجد ان P اصغر من ($\alpha = 0.05$) وبالتالي فإن X_1 , X_2 معنوية وكذلك لا تزال طردية بالنسبة X_1 وعكسية بالنسبة X_2 وهناك تغير طفيف جداً بالنتائج مع نتائج جدول (5) والخاصة بالمحاولة الأولى لتطبيق طريقة MLE .
وعليه فإن نموذج الانحدار المقدر بطريقة MLE هو :

$$\hat{y}_t = 708068.9 + 0.004902 x_{1t} - 0.186589 x_{2t}$$

وان نموذج التقلبات من نوع EGARCH (2,1) المقدر بطريقة MLE هو

$$\ln(\hat{h}_t) = 3.792349 + 0.877935 \ln(h_{t-1}) - 0.903797 \frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + 1.052159 \frac{u_{t-2}}{\sqrt{h_{t-2}}}$$

$$- 0.573252 \left[\frac{|u_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] + 0.144364 \left[\frac{|u_{t-2}|}{\sqrt{h_{t-2}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]$$

3-2-6-3-1 المرحلة السابعة اختبار صحة وملائمة الانموذج :

في هذه المرحلة التحقق والتأكد من صحة وملائمة أنموذج الانحدار ، وأنموذج التقلبات اللذان تم تقديرهما بـ MLE بتطبيق الاختبارات الخاصة (Diagnostic) والمذكورة في مبحث (2-3-7) في الجانب النظري ، حيث تم الحصول على نتائج تطبيق اختبار ليونغ بوكس على البواقي القياسية والموضحة في جدول (11) ، كما تم تطبيق هذا الاختبار ايضاً على مربع البواقي القياسية حيث تم الحصول على النتائج الموضحة في جدول (12) .

جدول (11)

نتائج اختبار ليونغ بوكس على البواقي القياسية

lags	Q-Stat	Prob.
3	2.1911	0.534
6	4.7945	0.570
9	5.1816	0.818
12	9.9770	0.618
15	12.762	0.621

جدول (12) نتائج اختبار ليونغ بوكس على مربع البواقي القياسية

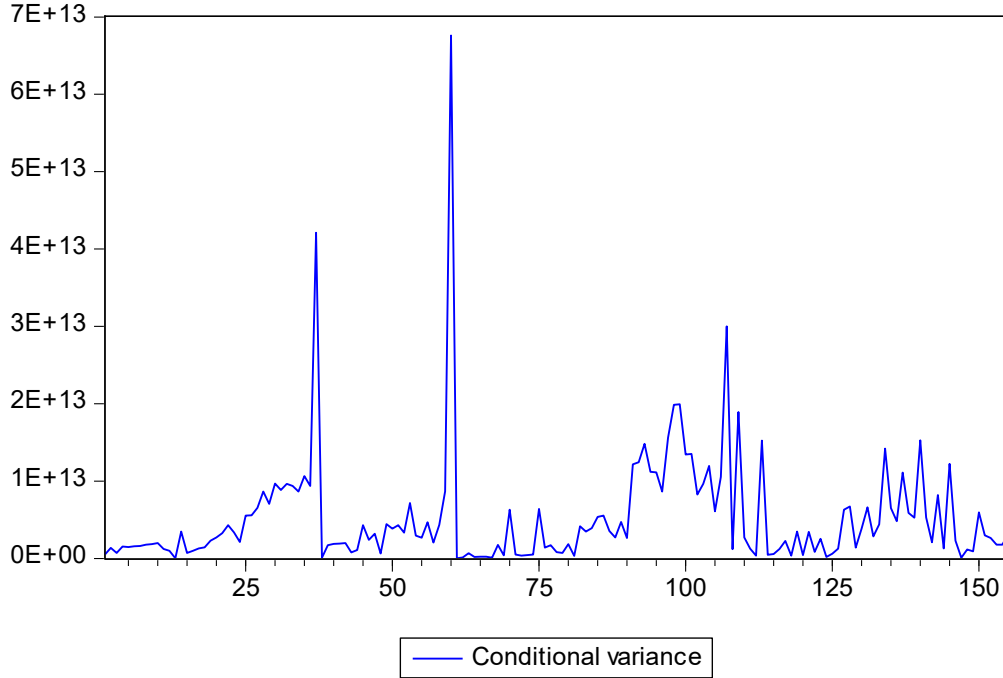
lags	Q-Stat	Prob.
3	0.2280	0.973
6	0.5217	0.998
9	0.8503	1.000

وعند مقارنة قيمة (p) مع ($\alpha=0.05$) الخاصة بالجداول (11) و (12) نجد $p > 0.05$ وان الفروق غير معنوية وتقبل H_0 الخاصة بكل اختبار ، وهذا يدل على ملائمة وصحة أنموذج الانحدار المقدر ، وملائمة أنموذج التقلبات المقدر من نوع EGARCH (2,1) .
فضلاً عن ذلك تم تطبيق اختبار (ARCH) على مربع البواقي القياسية للتأكد من إزالة مشكلة عدم تجانس التباين الشرطي في نموذج الانحدار ، حيث تم الحصول على النتائج الموضحة في جدول (13) .
جدول (13) نتائج اختبار ARCH على البواقي القياسية

F-statistic	0.110145	Prob. F(1,152)	0.7404
Obs*R-squared	0.111513	Prob. Chi-Square(1)	0.7384

ومن خلال الجدول يتبين ان احتمال قيمة Obs*R-squared البالغة 0.7384 هي اكبر من مستوى المعنوية ($\alpha - level = 0.05$) عند الازاحة الأولى وذلك يعني قبول فرضية عدم أي لا يوجد هنالك تأثير ARCH .

شكل (1) يوضح التباين الشرطي



الفصل الرابع الاستنتاجات والتوصيات :

الاستنتاجات

- 1- ان طريقة MLE تتصف بمرونة عالية في إمكانية التعامل مع العديد من البدائل لأنموذج ARCH وبالتالي إمكانية استخدام بدائل عندما تكون قيم معاملات أنموذج ARCH (غير موجبة) حيث يتم استخدام بدائل أخرى مثل EGARCH .
- 2- تفوق أنموذج EGARCH على أنموذج ARCH اذ حقق اقل خطأ معياري .
- 3- أن مشكلة عدم التجانس الشرطي تظهر وبشكل (متزامن) مع مشكلة الارتباط الذاتي في حالة التعامل مع بيانات سلاسل زمنية لظواهر اقتصادية ومالية عند بناء نماذج الانحدار لهذه الظواهر ، على أساس ظواهر أخرى ذات العلاقة .

4- أن التعامل مع مشكلة عدم التجانس الشرطي عند بناء نموذج الانحدار يقتضي اتباع آلية عمل تتضمن مراحل متسلسلة تأخذ بنظر الاعتبار وجود هذه المشكلة الى جانب وجود مشاكل أخرى في الأنموذج لضمان بناء نموذج انحدار يمكن الاعتماد عليه .

التوصيات

عند بناء أنموذج الانحدار لبيانات متغير معتمد ومتغيرات توضيحية لسلاسل زمنية مالية واقتصادية وفي حالة وجود مشكلة عدم التجانس الشرطي نوصي بما يلي :
1- استخدام طريقة MLE لتقدير أنموذج الانحدار (المتوسط) ، وتقدير أنموذج التقلبات .

المصادر

- 1 - سهيل نجم عبدالله (2008)، " تحليل نماذج السلاسل الزمنية اللاخطية من نوع ARCH & GARCH للترتب الدنيا باستخدام المحاكاة " أطروحة دكتوراه، قسم الاحصاء كلية الإدارة والاقتصاد جامعة بغداد .
- 2 - Ayalew, S., M. C. Babu, and L. K. M. Rao. (2012) , " Comparison of New Approach Criteria for Estimating the Order of Autoregressive Process " *Department of Statistics, Andhra University, India , ISSN: 2278-5728 Volume 1, Issue 3 (July-Aug 2012), PP 10-20 .*
- 3 - Engle, Robert F. (1982) , Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation " *Econometrica , Volume 50, Issue 4 (Jul., 1982), 987-1008.*
- 4 - Fomby, Thomas B., R. Carter Hill, and Stanley R. Johnson.(1980) , " Advanced Econometric Methods " *Mathematics Subject Classification (1980): 90-01, 90A19, 62P20 .*
- 5 - Greene, William H. (2000) , " Econometric Analysis " *New York University .*
- 6 - KUAN, CHUNG-MING. (2003) , " Time series diagnostic tests " *Institute of Economics , Academia Sinica .*
- 7 - Lindberg, Jacob. (2016) , " Applying a GARCH Model to an Index and a Stock" *Bachelor Thesis , Mathematical Statistics Stockholm University .*
- 8- MONTGOMERY, DOUGLAS C. , PECK, ELIZABETH A. & VINING , G. GEOFFREY . (2012) , " INTRODUCTION TO LINEAR REGRESSION ANALYSIS " Copyright © 2012 by John Wiley & Sons, Inc. All rights reserved.
- 9 – Nielsen , Heino Bohn .(2005) , " Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) " *Econometrics 2 — Fall 2005 .*
- 10 – Xekalaki , Evdokia . And Degiannakis , Stavros .(2010) , " ARCH Models for Financial Applications" *Department of Statistics , Athens University of Economics and Business, Greece .*
- 11- Bera, Anil K., and Matthew L. Higgins. "ARCH models: properties, estimation and testing." *Journal of economic surveys* 7.4 (1993): 305-366.
- 12 – Dutta, Anupam . (2014) , " Modeling Volatility Symmetry: Symmetric or Asymmetric Garch models " *Journal of Statistics: Advances in Theory and Applications , Volume 12, Number 2, 2014, Pages 99-108 .*
- 13 - Malmsten, Hans. (2004) , " Evaluating exponential GARCH models " *Department of Economic Statistics , Stockholm School of Economics .*

