مجلة الادارة والاقتصاد / السنة – 42 العدد 2019/ 120
ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.17

مقارنة تقديرات بيز القياسية وتوقع بيز لمعلمة القياس لتوزيع رالي ذي المعلمتين باستعمال المحاكاة

أ.د عبد الرحيم خلف راهي* عباس احمد علي**

المستخلص

يتناول هذا البحث المقارنة بين طريقة بيز القياسية وطريقة توقع بيز في تقدير معلمة القياس لتوزيع رالي بمعلمتين بافتراض معلمة الموقع معلومة باستعمال دالة خسارة مربع الخطأ ، وحجوم عينات مختلفة (10,20,50,100).
وتمت المقارنة باستعمال المحاكاة بطريقة مونت كارلو($Monte\ Carlo$) باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) وتم الحصول على النتائج باستعمال برنامج ماتلاب ($MATLAB$)
وتبين افضلية طريقة توقع بيز للعينات الكبيرة والصغيرة .

الكلمات المفتاحية : طريقة بيز القياسية ، طريقة توقع بيز ، توزيع رالي .

Comparison of standard BEZ estimates and BEZ predictions for the measurement parameter of a two-parameter Rally distribution using simulation

Abstract

This study compares the standard Biz method with the Biz prediction method in estimating the measurement parameter for a two-parameter rally distribution assuming the location parameter is known using the error-square loss function and the sizes of different samples (10,20,50,100).
The comparison was made using Monte Carlo simulation using MSE and the results were obtained using MATLAB.
The preference for the BES prediction method for large and small samples is shown.

Keywords: standard biz method, biz prediction method, rally distribution.

1- مقدمة

هناك مدرستان في تقدير المعلمات الاولى تسمى بالمدرسة الكلاسيكية والتي تعتبر المعلمات كميات ثابتة مثل طريقة الامكان الاعظم ، طريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى وغيرها اما المدرسة الاخرى وتسمى بالمدرسة البيزية والتي تفترض ان المعلمات هي متغيرات عشوائية لها توزيع احتمالي يسمى بالتوزيع الاولي او المسبق ($Prior\ distribution$) وكذلك لمشاهدات العينة الحالية دور في عملية التقدير وتسمى بدالة الامكان .($Likelihood\ function$)
استعملنا طريقتين من طرائق بيز في تقدير معلمة القياس لتوزيع رالي بمعلمتين بافتراض ان معلمة الموقع معلومة حيث يبدأ وقت الفشل منها اي ان وقت الفشل يبدأ من زمن محدد وليس من الصفر أي انها تمثل مدة العمر المضمون.

2- هدف البحث

يهدف البحث الى اختيار الطريقة الافضل لتقدير معلمة القياس لتوزيع رالي ذي المعلمتين باستعمال طريقة بيز القياسية وطريقة توقع بيز ، و المقارنة بين الطريقتين بالاعتماد على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE)

* الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد .
** باحث .
مستل من رسالة ماجستير
مقبول للنشر بتأريخ 2018/11/11

مجلة الادارة والاقتصاد / السنة – 42 العدد 2019/ 120
ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.17
باستعمال المحاكاة ولحجوم عينات مختلفة (10,20,50,100) والتوصل الى النتائج باستعمال برنامج ماتلاب $(MATLAB)$.

3- توزيع رالي[2][4][6] $\boldsymbol{Rayleigh\ distribution}$

يعد من التوزيعات المستمرة وهو حالة خاصة من توزيع ويبل ، اكتشفه العالم الفيزيائي لورد رالي $(Lord\ Rayleigh)$ عام 1880 ، له تطبيقات واسعه منها في مجال تحليل البقاء و دراسة المعولية و في هندسة الاتصالات وكذلك في دراسة ظاهرة ارتفاع الامواج البحرية و سرعة الرياح وفي معرفة الاشارات الراديوية واللاسلكية في ساعات الذروة للاتصالات وفي الدراسات السريرية وغيرها .
ان دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) للتوزيع تكون بالصيغة الاتية :

$$f\ (t;\alpha,\theta)=\frac{2(t-\alpha)}{\theta}\ \ e^{-\frac{(t-\alpha)^2}{\theta}}\qquad ;\ \alpha<t<\infty,\qquad \theta>0 \qquad (1)$$

إذ ان :
θ : تمثل معلمة القياس $(Scale\ parameter)$.
α : تمثل معلمة الموقع $(location\ parameter)$.
اما دالة الكثافة التراكمية او التجميعية (cdf) ودالة المعولية فيكونان بالصيغ التالية

$$F(\,t)=1-\ e^{-\frac{(t-\alpha)^2}{\theta}} \qquad (2)$$

$$R(t)=\ e^{-\frac{(t-\alpha)^2}{\theta}} \qquad (3)$$

4- طريقة بيز القياسية $\boldsymbol{Standard\ Bayes\ Method}$[1][3][7]

تفترض نظرية بيز ان المعلمات هي ليست كميات ثابته بل لها توزيع احتمالي يسمى بالتوزيع الاولي او المسبق $(Prior\ distribution)$ قد يكون غير ملائم لان تكامله وفق مجاله لا يساوي واحد وكذلك لمشاهدات العينة الحالية دور في تقدير المعلمات وتسمى بدالة الامكان $(Likelihood\ function)$ وعليه بدمج دالة الامكان مع التوزيع الاولي نحصل على ما يسمى بالتوزيع اللاحق للمعلمات $(distribution\ Posterior)$.
وتكون دالة الامكان لمشاهدات العينة الحالية بالصيغة الاتية :

$$L(t\,|\Theta\,)=\prod_{i=1}^{n} f\ (t;\alpha,\theta)$$

$$L(t\,|\Theta\,)\ =\frac{2^n\prod_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)}{\Theta^n}\quad e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2}{\theta}} \qquad (4)$$

و ان المرافقة الطبيعية لتوزيع رالي وهي توزيع كاما كتوزيع اولي للمعلمة (Θ) و كالتالي

$$\pi(\Theta)=\ \frac{b^a}{\Gamma(a)\theta^{a-1}}\quad e^{-\frac{b}{\theta}}\qquad ;\quad a\,,b,\theta>0 \qquad (5)$$

إذ ان :
a و b معلمات فوقية $(Hyper\ Parameters)$.
ان (a,b) يجب اختيارهما بالشكل الذي يجعل دالة التوزيع الاولي $[\pi(\Theta|\ a,b)]$ متناقصة بسبب

$$\frac{d\pi(\theta\ |\mathrm{a,b})}{d\theta}<0$$

اي ان $[0\ <\ a\ \le\ 1]$ و $[\,0\ <b\ <\ c]$
إذ ان الثابت (c) هو حد اعلى للمعلمة الفوقية(b) .
باستعمال صيغة بيز العكسية نحصل على التوزيع اللاحق

$$\pi(\Theta/\mathrm{t})=\frac{L(t\,|\Theta\,)\ \pi(\Theta)}{\int_{\forall\Theta}\ L(t\,|\Theta\,)\ \pi(\Theta)d\Theta} \qquad (6)$$

اذ ان :
$\pi(\Theta)$: دالة الكثافة الاحتمالية الاولية
$L(t\,|\Theta)$: دالة الامكان للعينة الحالية
$\pi(\Theta/\mathrm{t})$: دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة

و بدمج (4) و (5) و التعويض في صيغة التوزيع اللاحق (6) نحصل على :

مجلة الادارة والاقتصاد / السنة – 42 العدد 120 /2019
ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.17

$$\pi(\Theta/t) = \frac{\dfrac{2^n\, b^a \prod_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)}{\Theta^{a+n-1}\,\Gamma(a)}\; e^{-\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b}{\theta}\right]}}{\int_0^\infty \dfrac{2^n\prod_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)}{\Theta^n}\; e^{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2}{\theta}}\;\dfrac{b^a}{\Gamma(a)\Theta^{a-1}}\; e^{-\frac{b}{\theta}}\,d\Theta}$$

$$\pi(\Theta/t) = \frac{\dfrac{2^n b^a \prod_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)}{\Theta^{a+n-1}\,\Gamma(a)}\; e^{-\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b}{\theta}\right]}}{\dfrac{2^n\, b^a \prod_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)\;\;\Gamma(a+n)}{\Gamma(a)\quad[\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b\,]^{a+n}}}$$

$$\pi(\Theta/t) = \frac{\Theta^{a+n-1}\,[\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b\,]^{a+n}}{\Gamma(a+n)}\; e^{-\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b}{\theta}\right]} \qquad (7)$$

و لإيجاد مقدر بيز للمعلمة (θ) الذي يجعل دالة المخاطرة اقل ما يمكن والتي تمثل توقع دالة الخسارة و كالآتي :

$$Risk = E\left[L\left(\hat{\theta},\theta\right)\right]$$

$$E\{L(\widehat{\Theta},\Theta)\} = \int_{\forall\Theta} L(\widehat{\Theta},\Theta)\,\pi(\Theta/t)\,d\Theta$$

وباستخدام دالة الخسارة التربيعية فأن توقع دالة الخسارة التربيعية يصبح بالصيغة الاتية :

$$E\{L(\widehat{\Theta},\Theta)\} = \int_{\forall\Theta} \left(\widehat{\Theta}-\Theta\right)^2 \pi(\Theta/t)\,d\Theta$$

$$\Theta E\{L(\widehat{\Theta},\Theta)\} = \int_{\forall\Theta}(\widehat{\Theta}^2 - 2\widehat{\Theta}\Theta + \Theta^2)\pi(\Theta/t)d$$

$$E\{L(\widehat{\Theta},\Theta)\} = \widehat{\Theta}^2 - 2\widehat{\Theta}E(\Theta/t) + E(\Theta^2/t)$$

وباشتقاق طرفي المعادلة بالنسبة لـ $\widehat{\Theta}$ ومساواة المشتقة الى الصفر نحصل على:

$$\frac{\partial\, E\{L(\widehat{\Theta},\Theta)\}}{\partial\widehat{\Theta}} = 2\widehat{\Theta} - 2\,E(\Theta/t) = 0$$

اذن مقدر بيز القياسي للمعلمة (Θ) باستخدام دالة خسارة تربيعية هو :

$$\widehat{\Theta}_{BS} = E(\Theta/\,t)$$

وبذلك فأن مقدر بيز وفق دالة الخسارة التربيعية سيكون بالشكل الاتي :

$$\widehat{\Theta}_{BS} = \int_{\forall\Theta} \widehat{\Theta}\;\pi(\Theta/t)\;d\Theta$$

$$\widehat{\Theta}_{BS} = \int_0^\infty \widehat{\Theta}\;\; \frac{\Theta^{a+n-1}\,[\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b\,]^{a+n}}{\Gamma(a+n)}\; e^{-\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b}{\theta}\right]}\,d\Theta$$

$$\widehat{\Theta}_{BS} = \frac{[\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b\,]^{a+n}}{\Gamma(a+n)}\int_0^\infty \Theta^{a+n}\;\; e^{-\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b}{\theta}\right]}d\Theta$$

$$\widehat{\Theta}_{BS} = \frac{[\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b\,]^{a+n}}{\Gamma(a+n)\,[\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b\,]^{a+n+1}}\,\Gamma(a+n+1)$$

$$\widehat{\Theta}_{BS} = \frac{a+n}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b} \qquad (8)$$

5- طريقة توقع بيز $Expected\ Bayes\ Method$ [8][5]

ما تتميز به هذه الطريقة هو ان المعلمات الفوقية للتوزيع الاولي تكون أيضاً متغيرات عشوائية و ليست كميات ثابتة حيث يتم التخلص من مشكلة تعيين قيم افتراضية لها كما في طريقة بيز القياسية

قدم Han[9] باقتراح هذه الطريقة لتقدير احتمالية الفشل ، و يمكن الحصول على مقدر توقع بيز وفق الصيغة التالية

$$\widehat{\Theta}_{EBS} = E(\Theta\,/\,t) = \int_{\forall b}\int_{\forall a}\widehat{\Theta}_{BS}\,\pi(a,b)\;\,da\,db \qquad (9)$$

إذ ان :

$\pi(a,b)$: دالة الكثافة لمعلمتا التوزيع الاولي الفوقية .

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.17

$\widehat{\theta}_{BS}$ مقدر بيز باستعمال دالة خسارة تربيعية .

$\widehat{\theta}_{EBS}$ مقدر توقع بيز .

لأجل الحصول على مقدر توقع بيز يتوجب علينا اختيار توزيع احتمالي اولي لـ a و b , وتستعمل هذه التوزيعات لدراسة تأثير التوزيعات السابقة المختلفة على مقدر توقع بيز .

وتكون صيغ التوزيع الاولي للمعلمات الفوقية a و b كالاتي :

$$\pi_1(a,b) = \frac{2\,(c-b)}{c^2} \qquad ; 0 < a < 1\,,\ 0 < b < c \qquad (10)$$

$$\pi_2(a,b) = \frac{1}{c} \qquad ; 0 < a < 1\,,\ 0 < b < c \qquad (11)$$

$$\pi_3(a,b) = \frac{2b}{c^2} \qquad ; 0 < a < 1\,,\ 0 < b < c \qquad (12)$$

مقدر توقع بيز وفق التوزيع الاولي المبين في معادلة (11) يكون بالشكل الآتي :

$$\widehat{\theta}_{EBS} = \int_0^c \int_0^1 \frac{1}{c} \frac{a+n}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2 + b}\, da\, db$$

$$\widehat{\theta}_{EBS} = \frac{1}{c}\int_0^c \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+b} \int_0^1 (a+n)\,da\,db$$

$$\widehat{\theta}_{EBS} = \frac{2n+1}{2c}\ \ ln\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2+c}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\alpha)^2}\right] \qquad (13)$$

6– المحاكاة بطريقة مونت كارلو

من أجل مقارنة أداء طريقة بيز و طريقة توقع بيز ، أجريت الدراسة بواسطة المحاكاة باستخدام برنامج ماتلاب ($Matlab$) لأربعة احجام عينات ($n = 10,20,50,100$) و لقيم مختلفة لمعلمة القياس ($\Theta = 2\,,3\,,4$) ، و تم اختيار ثلاث قيم لـ (b) وهي [$b = 2,3,4$] ،و تم اختيار ثلاثة قيم لـــ(a) و هي [$a = 0.3,0.7,1$] ، و تم اختيار ثلاث قيم للحد الثابت c ($c = 3,4,5$) ، و تم افتراض $\alpha = 1,2$ ، و تكرار هذه التجارب الف مرة ($q =$ 10000) لكل تجربة .

تم توليد البيانات بواسطة التوزيع المنتظم وتحويلها الى توزيع رالي عبر دالة الكثافة التراكمية لتوزيع رالي وحسب طريقة التحويل العكسية

$$t = \alpha + \sqrt{-\theta \ln(1-U)} \qquad (14)$$

U متغير عشوائي يتبع التوزيع المنتظم المستمر ضمن الفترة (0,1) .

و ان ايجاد مقدر المعلمة (θ) وايجاد متوسط مربعات الاخطاء (MSE)على التوالي

$$\widehat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{1000} \widehat{\theta}_i}{1000} \qquad (15)$$

$$\mathrm{MSE}(\widehat{\theta}_i) = \frac{\sum_{i=1}^{1000} (\widehat{\theta}_i - \theta)^2}{1000} \qquad (16)$$

والجداول الآتية تبين نتائج تجربة المحاكاة

n	Θ	α	$\hat{\theta}_{BS}$			$\hat{\theta}_{EBS}$		
			a = ,b = 20.3	, b =a = 0.7 3	, b =a = 1 4	C = 3	C = 4	C = 5
10	2	1	**0.5088**	**0.5016**	**0.4909**	**0.5346**	**0.5210**	**0.5083**
		2	**0.5143**	**0.5068**	**0.4957**	**0.5405**	**0.5266**	**0.5137**
	3	1	**0.3465**	**0.3472**	**0.3447**	**0.3603**	**0.3539**	**0.3479**
		2	**0.3484**	**0.3490**	**0.3466**	**0.3622**	**0.3558**	**0.3497**
	4	1	**0.2625**	**0.2653**	**0.2655**	**0.2716**	**0.2679**	**0.2644**

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.17

		2	0.2730	0.2730	0.2799	0.2760	0.2704	0.2722
20	2	1	0.5007	0.4977	0.4926	0.5125	0.5061	0.4999
		2	0.5056	0.5025	0.4971	0.5176	0.5111	0.5047
	3	1	0.3394	0.3401	0.3392	0.3458	0.3428	0.3399
		2	0.3434	0.3441	0.3431	0.3500	0.3469	0.3440
	4	1	0.2612	0.2628	0.2631	0.2656	0.2638	0.2621
		2	0.2585	0.2601	0.2604	0.2628	0.2611	0.2594
50	2	1	0.5007	0.4977	0.4925	0.5125	0.5061	0.4999
		2	0.5043	0.4989	0.5197	0.5131	0.5067	0.5076
	3	1	0.3445	0.3451	0.3441	0.3511	0.3481	0.3450
		2	0.3429	0.3435	0.3425	0.3495	0.3464	0.3434
	4	1	0.2604	0.2620	0.2623	0.2648	0.2630	0.2613
		2	0.2618	0.2622	0.2646	0.2629	0.2612	0.2602
100	2	1	0.5027	0.5022	0.5012	0.5050	0.5038	0.5025
		2	0.4995	0.4990	0.4980	0.5018	0.5005	0.4993
	3	1	0.3362	0.3360	0.3372	0.3366	0.3361	0.3360
		2	0.3344	0.3343	0.3355	0.3349	0.3343	0.3342
	4	1	0.2517	0.2521	0.2522	0.2525	0.2522	0.2519
		2	0.2527	0.2531	0.2532	0.2536	0.2532	0.2529

جدول (1) يبين تقدير معلمة القياس (θ)

n	θ	α	$MSE(\hat{\theta}_{BS})$,b =a = 0.3 2	, b =a = 0.7 3	, b =a = 1 4	$MSE(\hat{\theta}_{EBS})$ C = 3	C = 4	C = 5
10	2	1	2.2478	2.2659	2.2952	2.1766	2.2136	2.2486
		2	2.2319	2.2511	2.2814	2.1596	2.1973	2.2330
	3	1	7.0529	7.0484	7.0603	6.9814	7.0141	7.0454
		2	7.0424	7.0379	7.0500	6.9704	7.0034	7.0348
	4	1	8.9759	8.9548	8.9525	8.9087	8.9358	8.9619
		2	8.9181	8.8984	8.8980	8.8479	8.8767	8.9044
20	2	1	2.2394	2.2476	2.2823	2.2051	2.2134	2.2316
		2	2.2255	2.2441	2.2692	2.1107	2.1895	2.2278
	3	1	7.0447	7.0306	7.0552	6.1507	7.0132	7.0315
		2	7.0336	7.0299	7.0449	6.9490	7.0029	7.0205
	4	1	8.9623	8.9403	8.9479	8.8896	8.9227	8.9455
		2	8.8824	8.8702	8.8676	8.7701	8.7829	8.8955
50	2	1	2.2220	2.2453	2.2514	2.1983	2.2059	2.2234
		2	2.2166	2.2397	2.2656	2.1030	2.1704	2.2178
	3	1	7.0325	7.0302	7.0421	6.1492	7.0123	7.0214
		2	7.0231	7.0112	7.0328	6.9397	7.0019	7.0120

مجلة الادارة والاقتصاد / السنة – 42 العدد 2019/ 120
ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.17

	4	1	8.0368	8.0315	8.0300	8.0243	8.0292	8.0341
		2	8.7156	8.7103	8.7389	8.6229	8.6479	8.7128
	2	1	2.2144	2.2359	2.2490	2.1875	2.1913	2.2151
		2	2.2039	2.2254	2.2584	2.0971	2.1509	2.2046
100	3	1	7.0282	7.0272	7.0378	6.1316	7.0116	7.0206
		2	7.0174	7.0110	7.0229	6.9008	7.0008	7.0102
	4	1	8.0305	8.0277	8.0269	8.0223	8.0287	8.0291
		2	8.6427	8.6399	8.6391	8.5365	8.6389	8.6413

جدول (2) يبين تقدير متوسط مربعات الخطأ (MSE) لمعلمة القياس (Θ)

من ملاحظة الجدول رقم (2) الخاص بقيم متوسط مربعات الاخطاء (MSE) لكلا الطريقتين تبين الاتي:

1- عندما يكون حجم العينة ($n = 10$)

- و ($\theta = 2$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند ($c = 3$) هو الافضل.
- و ($\theta = 3$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند ($c = 3$) هو الافضل.
- و ($\theta = 4$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند ($c = 3$) هو الافضل.

2- عندما يكون حجم العينة ($n = 20$)

- و ($\theta = 2$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند ($c = 3$) هو الافضل.
- و ($\theta = 3$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند ($c = 3$) هو الافضل.
- و ($\theta = 4$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند ($c = 3$) هو الافضل.

3- عندما يكون حجم العينة ($n = 50$)

- و ($\theta = 2$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند ($c = 3$) هو الافضل.
- و ($\theta = 3$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند ($c = 3$) هو الافضل.
- و ($\theta = 4$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند ($c = 3$) هو الافضل.

4- عندما يكون حجم العينة ($n = 100$)

- و ($\theta = 2$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند($c = 3$) هو الافضل.
- و ($\theta = 3$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند ($c = 3$) هو الافضل.
- و ($\theta = 4$) و ($\alpha = 1,2$) يكون مقدر توقع بيز عند ($c = 3$) هو الافضل.

(2 – 2) الاستنتاجات والتوصيات

1- اظهرت نتائج المحاكاة (الجدول رقم 2) افضلية طريقة توقع بيز للعينات الصغيرة والكبيرة على حد سواء لأنها حققت اقل (MSE) .

2- كانت قيم (MSE) تتناقص مع ازدياد حجم العينة ولجميع الحالات وهذا يتطابق مع النظرية الاحصائية مما يؤكد صحة الجانب النظري من هذا البحث حول سلوك هذه الدالة .

3- نوصي بتقدير معلمة القياس و معلمة الشكل معاً لتوزيع رالي ذي المعلمتين .

4- يمكن تطبيق هذا البحث على بيانات حقيقية لبيان اهمية هذا التوزيع من الناحية العملية .

المصادر

1- الجاسم , صباح هادي عبود ، و السراي ، علي حميد يوسف ، (2012) ،" نظرية القرارات الاحصائية و تطبيقاتها "، مكتب الجزيرة للطباعة والنشر – بغداد .

2- الرمضان ، ازهار عزيز عبد اللطيف ، (2012) ،" استخدام المحاكاة للمقارنة بين مقدرات معلومة ومقترحة لمعلمة القياس ومعولية توزيع رالي ذي المعلمتين " ، مجلة ميسان للدراسات الاكاديمية ، المجلد 11 ،العدد 20 .

3- القريشي ، احسان كاظم شريف ، و صاحب ، شيماء كاظم ، (2014) ،" تقدير معلمات توزيع الرياح الترابية لمدينة الديوانية "، المجلد 6 ، العدد 1 ، الصفحات 27-46 .

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.17

4- عبد الوهاب، بيداء اسماعيل،(2013)،" المقارنة بين بعض الطرائق المعروفة وطريقة مقترحة لتقدير معلمة القياس ودالة معولية توزيع رالي ذي المعلمتين بواسطة المحاكاة "،مجلة العلوم الاقتصادية والادارية ، العدد 19 ،الصفحات 404-384 .

5- عويد، غزوان رفيق، (2013)،" مقارنة بين طريقة بيز القياسية وطريقة توقع بيز في تقدير معلمة القياس لتوزيع ويبل "، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة كربلاء ، المؤتمر العلمي الدولي الخامس .

6- محمد ، نشأت جاسم ، (2011) ، "مقارنة طرائق محورة لتقدير دالة المعولية لتوزيع رايلي بمعلمتين باستخدام المحاكاة " ، الغري للعلوم الاقتصادية والإدارية ، المجلد 7 ، العدد 20 .

7-Berger,J. O. ,(1985), “Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis”, Second edition, Springer-Verlag, New Yor.

8- Gupta, Isha.(2017) ," Bayesian and E- Bayesian Method of Estimation of Parameter of Rayleigh Distribution- A Bayesian Approach under Linex Loss Function", Department of Statistics, University of Jammu, Volume 12, Number 4, pp. 791-796 , India.

10- Han, M. (2011)," Estimation of failure probability and its applications in lifetime data analysis",International Journal of Quality, Statistics and Reliability Article ID 719534.

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.17