مجلة الادارة والاقتصاد / السنة 42 – العدد 2019 /120
ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

المقارنة بين طرائق الحصينة وطريقة الامكان الاعظم المعدلة لتقدير معلمات أنموذج الانحدار الذاتي

أ.م.د. أحمد ذياب أحمد* محمد عبد الرضا رحمن**

المستخلص:

في هذا البحث تم معالجة مشكلة الارتباط الذاتي في الاخطاء باستعمال طريقة التحويل وتقدير معلمات أنموذج الانحدار الذاتي عندما يتوزع الخطأ العشوائي توزيع لوجستيك عام باستعمال الطرائق الاحصائية (طريقة الامكان الاعظم المعدلة, طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية المعدلة, طريقة البوتستراب الحصينة وطريقة لابلاس الحصينة) والمقارنة فيما بينها بوساطة المؤشر الاحصائي متوسط مربعات الخطأ وايجاد أفضل طريقة من بين هذه الطرائق من خلال استعمال أسلوب المحاكاة ولأحجام عينات مختلفة (150,100, 60, 30), وتطبيق افضل طريقة على تجربة حقيقية متمثلة بكمية هطول الامطار وتأثرها بالرطوبة النسبية.

الكلمات المفتاحية: الارتباط الذاتي, طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية, طريقة الامكان الاعظم المعدلة, طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية المعدلة, طريقة لابلاس الحصينة, طريقة البواتستراب الحصينة.

"Comparison of hippocampal and modified maximum potential methods for estimating the parameters of the auto regression model

Abstract:

In this paper, the problem of self-correlation in errors was addressed by using the conversion method and estimating the parameters of the auto-regression model when random error is distributed by general logistic distribution using statistical methods (modified maximum possible method, modified least-squares method, fortified Buttrap method and Laplace method) and comparison between them. The statistical index is mediated by the average error boxes and the best of these methods is obtained by using the simulation method and for different sample sizes

* جامعة بغداد / كلية الادارة والاقتصاد .
** باحث
مستل من رسالة ماجستير مقبول للنشر بتأريخ 2018/7/3

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18
(150,100, 60, 30), and applying the best method to a real experiment represented by the amount of drop. And rain and affected by relative humidity.
Keywords: Autocorrelation, Ordinary Least Squares Method, Modified Maximum Possible Method, Modified Ordinary Least Squares Method, Laplace Fortress Method, Fortified Boatstrap Method.

1.المقدمة (Introduction) :

يعتبر الانحدار(Regression) من اكثر الأدوات التي تستعمل في التحليل القياسي, اذ يتم فيه دراسة وتقيم العلاقة بين المتغير المعتمد والمتغير التوضيحي واحد او اكثر من متغير , فالأنموذج الاحصائي الذي يدرس العلاقة بين متغير معتمد واحد ومتغير مستقل واحد يعتبر أنموذج انحدار خطي بسيط (Simple Linear Regression), وان أنموذج الانحدار الذاتي (Autoregressive) من النماذج الاحصائية المهمة لما له من تطبيقات واسعة في شتى المجالات ومختلف العلوم, وان أنموذج الانحدار الذاتي من النماذج الخطية والتي لها دور اساسي ومهم في معرفة مدى قوة العلاقة بين السلسلة الزمنية (Time Series) وارتدادها وان مقياس المقارنة يعتمد على معلمة الانحدار الذاتي, وان تحليل السلسلة الزمنية (Analysis Time Series) ذات اهمية في الاحصاء والتي تعتمد على احداث قيم الظاهرة حدثت بالماضي بأزمان متتالية ودراسة ما يحدث من تغيرات عليها لتحليلها ومن ثم التنبؤ بالمستقبل, وتعد طرائق التقدير من المراحل المهمة في تحليل الانحدار الذاتي والتي من خلالها يمكن معرفة تقديرات معلمات الأنموذج الملائم للدراسة اذ ان باختيار الطريقة المناسبة يمكن الحصول على نتائج دقيقة.

ويمكن تعريف أنموذج الانحدار الذاتي على انه القيمة الحالية للسلسلة الزمنية في انموذج الانحدار الذاتي (Autoregressive model) بدلالة المجموع الموزون للقيمة السابقة للسلسلة الزمنية مضافاً اليه قيمة الخطأ العشوائي, وقد كتب في هذه المواضيع, الباحثان (Tiku,Wong&Bian,1999)[14] في بحثهم الموسوم "Time Series Model With Asymmetric Innovations", باستعمال طريقتي الامكان الاعظم المعدلة (MMLE) وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) لتقدير معلمات أنموذج الانحدار الذاتي البسيط من الرتب الدنيا (Simple Linear Autoregressive Model) AR(1) وبافتراض ان الخطأ العشوائي يتبع توزيعات مختلفة منها توزيع كاما (Gamma distribution) والتوزيع اللوجستيك العام (Generalized Logistic Distribution), وتم المقارنة بين الطرائق المستعملة بوساطة المتوسط والتباين والكفاءة باستعمال اسلوب المحاكاة وعند احجام عينات مختلفة لـ n (20,30,50), (Wong & Bian,2005)[16] في بحثهم الموسوم "Estimating Parameters in Autoregressive Models with Asymmetric Innovation" , باستعمال طريقتي الامكان الاعظم المعدلة (MMLE) وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS), لتقدير معلمات أنموذج الانحدار الذاتي (Autoregressive Model) حيث عمل الباحثان على تحويل الأنموذج باستعمال عامل الازاحة الخلفي (Backward shift operator), وبافتراض ان الخطأ العشوائي (Random Error) يتبع التوزيع اللوجستيك العام (Generalized Logistic Distribution), وتمت المقارنة بينهما من

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

خلال استعمال اسلوب المحاكاة وعند حجم عينة (n=100) وتبين من خلال المقياس الاحصائي (MSE) ان طريقة الامكان الاعظم المعدلة هي الافضل, (Tiku ,Wong &Bian,2007) [15] في بحثهم الموسوم "Estimating Parameter In Autoregressive Model In Non-Normal Situation: Symmetric Innovation" , باستعمال طريقتي الامكان الاعظم المعدلة (MMLE) وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) لتقدير معلمات أنموذج الانحدار الذاتي (Autoregressive Model) وذلك بافتراض ان الخطأ العشوائي يتبع التوزيع المتماثل طويل الذيل (Long-Tailed Symmetric Distribution). حيث تم استعمال اسلوب المحاكاة لأحجام عينات مختلفة لـ n (20,30,60,100), (Bayrak&Akkaya,2010) [9] في بحثهم الموسوم "Estimating Parameters of a Multiple Autoregressive Model by the Modified Maximum Likelihood Method" , حيث استعمل الباحثان فيه طريقتي الامكان الاعظم المعدلة (MMLM) وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية المعدلة (MOLS) وبافتراض ان الخطأ العشوائي لأنموذج الانحدار الذاتي يتبع ثلاثة توزيعات مختلفة وهي التوزيع المتماثل طويل الذيل (Long-Tailed Symmetric Distribution) والتوزيع اللوجستيك العام (Generalized Logistic Distribution) والتوزيع المتماثل قصير الذيل (Short-Tailed Symmetric Distribution) حيث تم تطبيق هذه الطريقة على تجربة حقيقية والمتمثلة بالإعلانات والمبيعات (اذ ان (Y) يمثل الاعلانات و (X) يمثل المبيعات) وتم مقارنتها مع بعض وتبين من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ان طريقة الامكان الاعظم المعدلة هي الافضل, (Rady&Ziedan,2014)[12] في بحثهم الموسوم "Estimation of Population Total using Local Polynomial Regression with Two Auxiliary Variable", استعملا طريقتي البواتستراب الحصينة وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية الموزونة (WLS) لتقدير اجمالي السكان باستعمال أنموذج انحدار خطي متعدد العوامل بوجود اثنين من المتغيرات المساعدة وذلك بافتراض ان الخطأ العشوائي يتبع التوزيع الطبيعي وتم المقارنة بينهما باستعمال اسلوب المحاكاة وعند احجام عينات (n=25,50,100) وتبين من خلال المقاييس الاحصائية (MSE,MAE,MAPE) ان طريقة البواتستراب الحصينة هي الافضل.

2. الانموذج الرياضي (Mathematical Model):

عندما تكون العلاقة في الأنموذج الإحصائي بين متغير معتمد واحد ومتغير مستقل واحد فأن هذا الانموذج يسمى انموذج الانحدار خطي بسيط (Simple Linear Regression) وحسب[15]

$$y_t = \mu_1 + \delta x_t + a_t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$

t: يمثل مؤشر الزمن

y_t : يمثل المتغير المعتمد (dependent variable)

x_t : يمثل المتغير التوضيحي (In dependent variable)

δ : معلمة الانحدار (Regression Parameter).

μ_1 : الحد الثابت

a_t : يمثل الخطأ العشوائي (Random Error).

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

وبافتراض ان قيمة الخطأ العشـــوائي (a_t) يعاني من وجود مشـــكلة الارتباط الذاتي من الدرجة الاولى AR(1) ويأخذ الصيغة الاتية:

$$a_t = \phi\, a_{t-1} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

اذ ان (a_t) تعتمد على (a_{t-1}) السـابقة, ودرجة الاعتماد تحددها قيمة (ϕ) وتتراوح قيمتها بين $(-1 \le \phi \le +1)$, واحياناً تكون العلاقة مصحوبة بمتغير عشوائي يمثل التغيرات العشوائية التي قد تصاحب الحدث. كما في الصيغة الاتية[16]:

$$a_t = \phi\, a_{t-1} + e_t \qquad (t = 1,2,3,\ldots, n) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (3)$$

(ϕ) : تمثل معلمة الانحدار الذاتي (parameter auto regressive), وان الأنموذج في الصـــيغة (4) يمكن تسميته بأنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الاولى (autoregressive from the first order), ولمعالجة مشكلة الارتباط الذاتي من الدرجة الاولى تم اســتعمال طريقة التحويل (Transformation Method) وتســمى أيضـــاً بطريقة كوكران – واركت (Cochrane-Orcutt)[1]:

$$y_t = \phi\, y_{t-1} + \mu + \delta\,(x_t - \phi\, x_{t-1}) + e_t \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (4)$$

وعلية فان الانموذج في المعادلة رقم (4) هو أنموذج انحدار ذاتي (Autoregressive Model)[5].

3. طرائق التقدير (Estimation Methods):

لتقدير معلمات انموذج الانحدار الذاتي ســـيتم اســـتعمال الطرائق الاتية (طريقة الامكان الاعظم المعدلة, طريقة المربعات الصـغرى الاعتيادية المعدلة, طريقة البواتسـتراب الحصـينة وطريقة لابلاس الحصـينة), وسـيتم اسـتعمال طريقة المربعات الصـغرى الاعتيادية (Ordinary Least Square Method)(OLS) للحصـول على التقديرات الاولية لمعلمات أنموذج الانحدار الذاتي وفق الصيغة الاتية[15]:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mu} \\ \hat{\delta} \\ \hat{\phi} \\ \hat{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} y_{i-1} & \sum_{i=1}^{n} x_{i-1} \\ \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^{2} & \sum_{i=1}^{n} x_i y_{i-1} & \sum_{i=1}^{n} x_i x_{i-1} \\ \sum_{i=1}^{n} y_{i-1} & \sum_{i=1}^{n} y_{i-1} x_i & \sum_{i=1}^{n} y_{i-1}^{2} & \sum_{i=1}^{n} y_{i-1} x_{i-1} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i-1} & \sum_{i=1}^{n} x_i x_{i-1} & \sum_{i=1}^{n} y_{i-1} x_{i-1} & \sum_{i=1}^{n} x_{i-1}^{2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i x_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i y_{i-1} \\ \sum_{i=1}^{n} y_i x_{i-1} \end{bmatrix} \ldots\ (5)$$

1.3.طريقة الامكان الاعظم المعدلة:

(Modified Maximum Likelihood Method)(MMLM)

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

ان المبدأ الذي تستند عليه هذه الطريقة هي عندما تكـون مقدرات الإمكان الأعـظم تـحـتـوي عـلى دوال صعـبة (Intractable Functions) لا يمكن حلها مما يتطلب اجراء بعض التعديلات للحصول على مقدرات افضل, وان خطوات عمل هذه الطريقة هي[8]:

1. استـبدال معـادلات الإمكان بـمصـطلحات الـترتيب المتنوع (Order Variants).
2. استـبدال الـدوال الـصعبـة بـدوال خـطيـة (Linear Function).
3. يتم حل المعادلات الخطية للحصـول على مقدرات طريقة الإمكان الأعظـم المعدلة.

ان صيغة دالة الامكان هي:

$$L = \prod_{t=1}^{n} f(e_t) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (6)$$

وبافتراض ان الخطأ العشوائي (e_t) يتبع التوزيع اللوجستيك العام(GL)(Generalized Logistic),
ويعد التوزيع اللوجستيك من التوزيعات الاحصـائية المستمرة, وهو يقترب من التوزيع الطبيعي من حيث الشكل ألا انه يمتلك ذيولاً ثقيلة, وكذلك يعتبر احد التوزيعات الشـائعة الاسـتعمال في العمليات الاحصـائية بدراسـة مسـائل تقديرات وقت البقاء.

يستعمل هذا التوزيع في مجال العلوم الطبية والاقتصادية والزراعية والمجال الجيولوجي وان دالة الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function(p.d.f)) لهذا التوزيع تكون بالصيغة الاتية[5]:

$$f(e_t) = \frac{\frac{b}{\sigma}\exp\left(\frac{-e_t}{\sigma}\right)}{\left[1+\exp\left(\frac{-e_t}{\sigma}\right)\right]^{b+1}} \quad , \ -\infty < e_t < \infty \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (7)$$

(b): معلمة الشكل (Shape Parameter), (σ) : معلمة القياس (Scale Parameter).

(e) : الخطأ العشوائي (Random Error).

وأن دالة الكثافة التراكمية (Cumulative Density Function (c.d.f)) تكون بالصيغة الاتية[16]:

$$F(e_t) = \left[1+\exp\frac{-e_t}{\sigma}\right]^{-b} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (8)$$

ويعد هذا التوزيع من التوزيعات ذات الالتواء العالي (high skewed distribution) ويكون الالتواء لهذا التوزيع موجب(positive) عندما (b>1) ويكون الالتواء سالب (negative) عندما (b<1) ويكون متماثل (symmetric) عندما(b=1) اي توزيع لوجستيك عام(Generalized Logistic) [16].

بالتعويض الصيغة (7) في الصيغة (6) نحصل على:

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

$$L=\left(\frac{b}{\sigma}\right)^{n}\prod_{i=1}^{n}\frac{\exp(\frac{-e_t}{\sigma})}{\left[1+\exp(\frac{-e_t}{\sigma})\right]^{b+1}} \quad -\infty \le e_t \le \infty \qquad \dots\dots\dots (9)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة (10) نحصل على[5] :

$$\ln L(\mu,\delta,\phi,\sigma,d) \propto n\ln b - n\ln\sigma + \sum_{i=1}^{n}(\frac{-e_i}{\sigma}) - (b+1)\sum_{i=1}^{n}\ln(1+\exp(\frac{-e_i}{\sigma})) \quad (10)$$

وان الخطأ يمكن كتابته بالصيغة الاتية:

$$e_i = y_i - \phi\, y_{i-1} - \mu - \delta\, x_i - d\, x_{i-1} \qquad , \qquad d=-\delta\phi \qquad (11)$$

وبالاشتقاق الجزئي بالنسبة للمعلمات (μ,σ,δ,ϕ,d) من خلال المعادلة (11) نحصل على[16]:

$$\frac{\partial \ln l}{\partial \mu} = \frac{n}{\sigma} - \frac{(b+1)}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} g(z_i) \qquad (12)$$

$$\frac{\partial \ln l}{\partial \sigma} = \frac{-n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} z_i - \frac{(b+1)}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} g(z_i)\ z_i \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{\partial \ln l}{\partial \delta} = \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \phi x_{i-1}) - \frac{(b+1)}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \phi x_{i-1})g(z_i) \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (14)$$

$$\frac{\partial \ln l}{\partial \phi} = \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}(y_{i-1} - \delta\, x_{i-1}) - \frac{(b+1)}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}(y_{i-1} - \delta\, x_{i-1})g(z_i) \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{\partial \ln l}{\partial d} = \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} x_{i-1} - \frac{(b+1)}{\sigma}\sum_{i=1}^{n} x_{i-1} g(z_i) \qquad (16)$$

اذ ان

$$z_i = \frac{e_i}{\sigma} \qquad , \qquad g(z_i) = \frac{1}{[1+\exp(z)_i]}$$

وبما ان المعادلات (12, 13, 14, 15, 16) تتضمن دوال خطية لا يوجد لهـــــا حـــــلول واضحة (Explicit Solutions) وباستعمال صيغة الإحصاءات المرتبة (Order Statistic) $(Z_{(i)})$ [9] :

$$z_{(1)} \le z_{(2)} \le z_{(3)} \le \dots \le z_{(n)} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (17)$$

وباستبدال (z_i) في المعادلات (12, 13, 14, 15, 16) بـ $z_{(i)}$. ومساواتها الى الصفر نحصل على[16]:

$$\frac{\partial \ln l^*}{\partial \mu} = \frac{n}{\hat{\sigma}} - \frac{(b+1)}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n} g(z_{(i)}) = 0 \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots (18)$$

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

$$\frac{\partial \ln l^*}{\partial \sigma} = \frac{-n}{\hat{\sigma}} + \frac{1}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n} z_{(i)} - \frac{(b+1)}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n} g(z_{(i)})z_{(i)} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (19)$$

$$\frac{\partial \ln l^*}{\partial \delta} = \frac{1}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n}(x_{[i]} - \hat{\phi}x_{[i]-1}) - \frac{(b+1)}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n}(x_{[i]} - \hat{\phi}x_{[i]-1})g(z_{(i)}) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (20)$$

$$\frac{\partial \ln l^*}{\partial \phi} = \frac{1}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n}(y_{[i]-1} - \hat{\delta}x_{[i]-1}) - \frac{(b+1)}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n}(y_{[i]-1} - \hat{\delta}x_{[i]-1})g(z_{(i)}) = 0 \ldots\ldots\ (21)$$

$$\frac{\partial \ln l^*}{\partial d} = \frac{1}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n} x_{i-1} - \frac{(b+1)}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n} x_{i-1}g(z_{(i)}) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (22)$$

وبكتابة $g(z_{(i)})$ على صيغة دوال خطية:

$$g(z_{(i)}) \cong \alpha_i - \beta_i z_{(i)} \quad , \quad 1 \le i \le n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (23)$$

ويمكن الحصول على تقديرات معاملات (β_i) و (α_i) باستعمال اول حدين من سلسلة تايلر للـ $(g(z_{(i)}))$ حول ($t_{(i)}$) معكوس الدالة التراكمية (population quintiles)[5]:

$$g(z_{(i)}) \cong g(t_{(i)}) + (z_{(i)} - t_{(i)})(g'(t_{(i)})) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (24)$$

وان $(g'(t_{(i)}))$ تمثل المشتقة الاولى للـ $(g(t_{(i)}))$ وان مقدرات $(\alpha_i),(\beta_i)$ هي[9]:

$$\beta_i = \frac{\exp\ (t_{(i)})}{[1 + \exp\ (t_{(i)}]^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (25)$$

$$\alpha_i = \frac{[1 + \exp\ (t_{(i)})] + t_{(i)}\ \exp\ (t_{(i)})}{[1 + \exp\ (t_{(i)}\ ]^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (26)$$

وبتعويض معادلة (23) في المعادلات (22,21,20,19,18) يتم الحصول على الاتي[16]:

$$\frac{\partial \ln l^*}{\partial \mu} = \frac{n}{\hat{\sigma}} - \frac{(b+1)}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i - \beta_i z_{(i)}) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (27)$$

$$\frac{\partial \ln l^*}{\partial \sigma} = \frac{-n}{\hat{\sigma}} + \frac{1}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n} z_{(i)} - \frac{(b+1)}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i - \beta_i z_{(i)})\, z_{(i)} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (28)$$

$$\frac{\partial \ln l^*}{\partial \delta} = \frac{1}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n}(x_{[i]} - \hat{\phi}\, x_{[i]-1}) - \frac{(b+1)}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n}(x_{[i]} - \hat{\phi}\, x_{[i]-1})(\alpha_i - \beta_i\ z_{(i)}) = 0 \ \ldots\ldots\ (29)$$

$$\frac{\partial \ln l^*}{\partial \phi} = \frac{1}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n}(y_{[i]-1} - \hat{\delta}\, x_{[i]-1}) - \frac{(b+1)}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n}(y_{[i]-1} - \hat{\delta}\, x_{[i]-1})(\alpha_i - \beta_i\ z_{(i)}) = 0 \ \ldots\ldots\ (30)$$

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

$$\frac{\partial \ln l^*}{\partial d} = \frac{1}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n} x_{i-1} - \frac{(b+1)}{\hat{\sigma}}\sum_{i=1}^{n} x_{i-1}(\alpha_i - \beta_i z_{(i)}) \quad = 0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (31)$$

وبحل المعادلات اعلاه نحصل على مقدرات طريقة الإمكان الأعظم المعدلة (MMLM)[5]:

$$\hat{\mu} = \bar{v}_{[.]} - \hat{\delta}\,\bar{u}_{[.]} + \frac{\Delta\hat{\sigma}}{m} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (32)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4nC}}{2n} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (33)$$

ولإزالة التحيز يكون باستبدال (2n) بالمقدار ($2\sqrt{n(n-r)}$), وان (r) تمثل عدد المعلمات وان[]:

$$B = (b+1)\sum_{i=1}^{n} \Delta_i \left[(v_{[i]} - \bar{v}_{[.]}) - G(u_{[i]} - \bar{u}_{[.]})\right] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (34)$$

$$C = (b+1)\sum_{i=1}^{n} \beta_i \left[(v_{[i]} - \bar{v}_{[.]}) - G(u_{[i]} - \bar{u}_{[.]})\right]^2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (35)$$

$$\hat{\delta} = G + H\hat{\sigma} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (36)$$

$$\hat{\phi} = K + D\hat{\sigma} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (37)$$

$$\hat{d} = S - T + E\hat{\sigma} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (38)$$

$$G = \frac{\sum_{i=1}^{n} \beta_i [u_{[i]} - \bar{u}_{[.]}] v_{[i]}}{\sum_{i=1}^{n} \beta_i [u_{[i]} - \bar{u}_{[.]}]^2} \quad , H = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta_i \,(u_{[i]} - \bar{u}_{[.]})}{\sum_{i=1}^{n} \beta_i \,(u_{[i]} - \bar{u}_{[.]})^2}$$

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n} \beta_i (w_{i-1} - \bar{w}_.) w_i}{\sum_{i=1}^{n} \beta_i (w_{i-1} - \bar{w}_.)^2} \quad , \quad D = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta_i (w_{i-1} - \bar{w}_.)}{\sum_{i=1}^{n} \beta_i (w_{i-1} - \bar{w}_.)^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\; (39)$$

$$S = \frac{\sum_{i=1}^{n} \beta_i x_{i-1}(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^{n} \beta_i x^2{}_{i-1}} \quad , T = \frac{\hat{\delta}\sum_{i=1}^{n} \beta_i x_{i-1}(x_i - \bar{u})}{\sum_{i=1}^{n} \beta_i x^2{}_{i-1}} , E = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i-1}\left\{\Delta_i - (\frac{\Delta}{m})\beta_i\right\}}{\sum_{i=1}^{n} \beta_i x^2{}_{i-1}}$$

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

$$\Delta_i = [(b+1)^{-1} - \alpha_i]$$
$$v_{[i]} = (y_{[i]} - \hat{\phi}\, y_{[i]-1}) \quad u_{[i]} = (x_{[i]} - \hat{\phi}\, x_{[i]-1})$$
$$\sum_{i=1}^{n} \Delta i = \Delta , m = \sum_{i=1}^{n} \beta_i$$
$$\bar{v}_{[.]} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} v_{[i]} \qquad \bar{u}_{[.]} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} u_{[i]} \qquad \ldots\ldots\ldots.(40)$$
$$e_{(i)} = y_{[i]} - \hat{\phi}\, y_{[i]-1} - \hat{\mu} - \hat{\delta}\, x_{[i]} + \hat{\phi}\,\hat{\delta}\, x_{[i]-1}$$
$$e_{(i)} = (y_{[i]} - \hat{\delta}\, x_{[i]}) - \hat{\mu} - \hat{\phi}\,(y_{[i]-1} - \hat{\delta}\, x_{[i]-1})$$
$$e_{(i)} = w_i - \hat{\mu} - \hat{\phi}\, w_{i-1}$$

2.3.طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية المعدلة :

(Modified Ordinary Least Square Method)(MOLS)

هـذه الطريقـة تـأخـذ نفس اســلوب طريقـة الامكـان الاعظم المعـدلـة (MMLM), بـافتراض ان كلا من $(\alpha_i = 0 \ , \ \beta_i = 1)$ وبالتعويض في الصيغة (22) تكون الصيغ التقديرية لمعلمات انموذج الانحدار الذاتي تكون كالاتي[9]:

$$\hat{\mu} = \bar{v}_{[.]} - \hat{\delta}\,\bar{u}_{[.]} + \frac{\hat{\sigma}}{(b+1)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots.\ (41)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{B + \sqrt{B^2 + 4nC}}{2\sqrt{n(n-r)}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots.\ (42)$$

$$B = n\left[(v_{[i]} - \bar{v}) + \hat{\delta}\,(u_{[i]} - \bar{u})\right] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots.\ (43)$$

$$C = (b+1)\sum_{i=1}^{n}\left[(v_{[i]} - \bar{v})^2 + \hat{\delta}^2 \sum_{i=1}^{n}(u_{[i]} - \bar{u})^{\ 2}\right] \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots.\ (44)$$

$$\hat{\delta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_{[i]} v_{[i]} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_{[i]} \sum_{i=1}^{n} v_i}{\left(\sum_{i=1}^{n} u^2{}_{[i]} - n\,\bar{u}^2{}_{[.]}\right)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots.\ (45)$$

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

$$\hat{\phi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_{i-1} w_i - \bar{v} \sum_{i=1}^{n} w_{i-1} + \hat{\delta}\bar{u} \sum_{i=1}^{n} w_{i-1}}{\sum_{i=1}^{n} w^2_{i-1}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

$$\hat{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i-1} (v_{[i]} - \bar{v}) - \hat{\delta} \sum_{i=1}^{n} x_{i-1} (x_i - \bar{u})}{\sum_{i=1}^{n} x^2_{i-1}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (47)$$

4.طرائق الحصينة:

يعد الباحث (Box) [4]هو اول من اعطى المعنى الاحصـــائي لكلمة (Robustness) والتي تعني "القوة" عام (1953),كما عرفها الباحث (Mallows) على انها مجموعة من الصـــفات المميزة والتي تميزه بها الطرائق المســتعملة منها : المقاومة (Resistance) , التمهيد (Smoothness) , الاتســاع (Breadth) والحصـــانة (Robustness) وتطلق على المقدرات التي لا تتأثر عند وجود مخالفة او انتهاك احدى فرضيات التوزيع أو عند وجود القيم الشاذة في البيانات, ومن طرائق التقدير الحصينة هي طريقة لابلاس (Laplace Method)، وطريقة البوتستراب الحصينة (Bootstrap Robustness Method).

1.4. طريقة لابلاس (Laplace Method)(LPM):

ان المبدأ الاساسي الذي تقوم عليه طريقة لابلاس هــــــو تقليل مجموع القيم المطلقة للبواقي (الاخطاء) وتستعمل لتقدير معلمات أنموذج الانحدار الذاتي وفق الصيغة الآتية[13]:

$$Min \sum_{i=1}^{n} |e_i|^f \qquad , \qquad 1 \le f \le 2 \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

وان (e_i) يتم حسابها باستعمال طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS), عندما ($f = 1$) تدعى بطريقة اقل خطأ مطلق (Least Absolute Error), وتسمى بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية عندما ($f = 2$), ولتقدير قيم المعلمات في المعادلة رقم (48) يتم اســتعمال طريقة المربعات الصـــغرى الموزونة (WLS)(Weighted Least Square) وبحسب الصيغة الاتية:

$$\hat{\theta}w = (x' \lambda_w x)^{-1} x' \lambda_w y \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (49)$$

إذ إن λ_w مصفوفة قطرية عناصر قطرها الرئيسي تعطى على وفق الصيغة الاتية:

$$\lambda_w = |e_i|^{f-2}$$

وللحصول على مقدرات حصينة سيتم استعمال القيمة ($f = 1.8$)

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

2.4. طريقة بوتستراب الحصينة (Bootstrap Robustness Method)(BOOTRM)

تعتبر طريقة البواتسـتراب (Bootstrap) من احدى اسـاليب المحاكاة (Simulation) [2] والمتمثلة بطريقة المونت كارلو وان طريقة البواتستراب الحصينة تتخذ نفس اسلوب طريقة البواتستراب الاعتيادية (الكلاسيكية) مع اختلاف في عملية تقدير معلمات الانموذج باستعمال طريقة لابلاس الحصينة (LPM) حيث ان المبدأ الاساسي الذي تعمل علية هذه الطريقة هي القيام بتوليد عدد كبير من العينات المسحوبة مع الارجاع لـــــــ (γ) من المرات ويتم حسـاب معلمات الانحدار الذاتي لكل عينة من عينات (Bootstrap) ومن ثم حسـاب المعدل للتقديرات الناتجة وان خوارزمية عمل طريقة البوتستراب الحصينة والتي يرمز لها (BOOTRM) وفق الخطوات الاتية[11]:

1. تقدير معلمات أنموذج الانحدار الذاتي باستعمال طريقة (LPM) الحصينة
2. حساب بواقي الانحدار ($\hat{e}_t = y_t - \hat{y}_t$)
3. سحب عينة عشوائية من الاخطاء بحجم (n) مع الارجاع ثم تضاف الى الجزء الثابت من معادلة الانحدار ($\hat{y}^g_t = f(x_t \hat{\gamma}) + \hat{e}^g_t$)
4. تقدير معلمات (Bootstrap) للعينة المسحوبة ($\hat{\gamma}^{*g} = (x'x)^{-1} x' \hat{y}^g$)
5. تعاد الخطوات (4,3) لـ (γ) من المرات للحصول على ($\hat{\gamma}^{*1}, \hat{\gamma}^{*2}, \ldots\ldots\ldots, \hat{\gamma}^{*\gamma}$)
حيث ان (γ) يمثل عدد العينات التي تم سحبها.
6. يتم حساب ($\hat{\gamma}_{(bootR)} = \dfrac{\sum_{g=1}^{\gamma} \hat{\gamma}^{*g}}{\gamma}$)

5.المحاكاة:

تم تكرار تجربـة المحاكاة (1000) مرة واختيـار اربعـة احجام للعينـات (30, 60, 100, 150) وتم تحديد القيم الافتراضية لمعلمات أنموذج الانحدار الذاتي ($\mu = 1$), ($\delta = 0.5, 1$), ($d = 1$) و ($\phi = -0.5, -0.9, 0.5, 0.9$), وباختيار قيم افتراضـــية لمعلمتي التوزيع ($b = 1$) ($\sigma = 0.6, 2$) وباســـتعمال مفهوم معكوس الدالة التراكمية (Inverse Function) للحصول على صيغة توليد المتغيرات العشوائية الاتية:

$$e = -Ln\left(u^{-\frac{1}{b}} - 1\right)\sigma$$

وان المتغير $\left(X_t\right)$ يتم توليده وفق الصيغ الاتية:

$$x_t \sim N(0,1) / \sqrt{(1-\phi^2}$$

علما بان تم المحافظة على المشاهدة الاولى وتم حسابها وفق الاتي

$$y_0 = e_0 / \sqrt{1-\phi^2} \qquad X_0 \sim N(0,1) / \sqrt{1-\phi^2}$$

وان المقارنـة بين الطرائق تكون باسـتعمال متوسـط مربعات الخطأ (MSE), وان نتائج تجارب المحاكاة تكون وفق الجداول الآتية:

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

6-بيانات التجربة :

تم جمع البيانات من الهيئة العامة للأنواء الجوية والرصد الزلزالي قسم المناخ في العاصمة بغداد, والتي تمثل سلسلة معدلات الامطار الشهرية لمحطة الـــديوانيـــة مقاسة بالمليميتر (mm) والمتمثلـــة بالرمز (y_t) وسلسلة معدلات الرطوبة النسـبية الشـهرية المقابلة لها والمتمثلة بالرمز (x_t) وذلك لان كمية الامطار تتأثر بعدة متغيرات ومنها الرطوبة النسبية والتي تم الحصـول عليها من قسم الانواء المائية والزراعية, وكانت البيانات للمدة من سـنة 2002-2016 وبما ان السنة المطرية تمتد لمدة ثمانية اشهر فقد تم حذف بيانات الاشهر الاربعة التي لا يسقط فيها المطر او يسـقط بشـكل نادر جداً, فتكون البيانات من الشـهر الاول الى الشـهر الخامس ومن شـهر العاشـر لغاية الشـهر الثاني عشر للسنة المطرية الاولى وهكذا لبقية السنوات وكما موضح بالجدول [17]:

جدول رقم (17) يبين بيانات كمية هطول الامطار والرطوبة النسبية

السنة	i	Y_t	X_t	السنة	i	Y_t	X_t	السنة	i	Y_t	X_t
	1	28.4	74		9	13.3	76		17	46.7	**80**
	2	13.1	67		10	23.4	61		18	5.7	**71**
2002	3	39.5	46	2003	11	3.0	48	2004	19	38.0	**51**
	4	8.8	56		12	3.6	45		20	3.4	**45**
	5	0.5	40		13	0.01	31		21	0.3	**43**
	6	0.01	50		14	0.1	50		22	2.2	**42**
	7	2.7	56		15	0.010	67		23	16.2	**68**
	8	5.4	63		16	14.0	85		24	11.4	**69**
	25	23.9	66		33	29.9	68		41	12.4	**53**
	26	16.6	55		34	27.4	62		42	9.2	**60**
2005	27	12.7	39	2006	35	8.1	57	2007	43	0.6	**57**
	28	4.5	40		36	8.9	44		44	4.5	**41**
	29	11.7	33		37	4.9	43		45	1.9	**41**
	30	3.7	43		38	2.3	30		46	0.01	**30**
	31	43.8	50		39	17.1	42		47	0.01	**35**
	32	23.9	66		40	8.4	53		48	15.0	**47**
	49	22.9	52		57	0.01	67		65	3.3	**54**
	50	0.9	54		58	2.7	61		66	4.8	**69**
2008	51	0.3	45	2009	59	7.8	47	2010	67	5.1	**52**
	52	3.1	35		60	9.9	41		68	18.4	**44**
	53	0.001	32		61	0.01	40		69	8.2	**43**
	54	7.8	27		62	5.5	27		70	0.001	**33**
	55	8.5	42		63	2.8	41		71	0.001	**40**
	56	0.7	55		64	17.5	61		72	9.3	**46**
	73	27.1	56		81	4.8	55		89	25.6	**72**
	74	17.6	76		82	5.6	74		90	4.3	**83**
2011	75	1.8	52	2012	83	0.6	69	2013	91	0.001	**71**
	76	26.0	44		84	0.001	52		92	0.1	**62**

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

	77	2.0	39		85	0.8	40		93	31.6	**49**
	78	1.4	32		86	4	31		94	0.001	**49**
	79	0.001	40		87	57	41		95	61.1	**44**
	80	5.1	53		88	26.0	52		96	1.3	**78**
2014	97	46.1	74	2015	105	2.2	76	2016	113	16.6	**80**
	98	1.5	68		106	8.5	74		114	16.4	**74**
	99	19.3	63		107	10.8	62		115	23.7	**71**
	100	12.6	58		108	5.5	54		116	6.8	**57**
	101	1.5	45		109	1.5	45		117	0.001	**50**
	102	2.2	39		110	3.4	37		118	3.6	**35**
	103	20.7	54		111	69.5	55		119	0.001	**36**
	104	1.5	65		112	38.3	77		120	8.8	**48**

1.6. تحليل البيانات:

تم اختبار البيانات بتطبيق اختبار كولموكروف - سميرنوف (Kolmogorov-Smirnov Test), وقد تبين ان البيانات لا تتبع التوزيع اللوجستيك العام مما تطلب معالجة البيانات بأخذ الجذر للمتغير المعتمد (Y), واخذ الانحراف المعياري (s.d)(standard deviation) وتم اختبارها مره ثانية وتبين بأنها تتبع التوزيع اللوجستيك العام, فقد كانت القيمة المحسوبة للاختبار(D_n =0.102) اما القيمة الجدولية وعند مستوى معنوية ($\alpha = 0.05$) فقد كانت (0.124) .اي ان قيمة الاختبار المحسوبة اصغر من الجدولية اي ان البيانات تتبع التوزيع اللوجستيك العام, علما بان الزوج المرتب الاول من البيانات وهو (74,28.4) تم تعويضه كقيم للمشاهدات المرتدة زمنياً وبذلك تصبح عدد البيانات (119), وقد تم الحصول على قيم معلمات انموذج الانحدار الذاتي بعد تقديرها باستعمال طريقة لابلاس الحصينة وكانت نتائج التحليل كالاتي:

$$\hat{\mu} = \text{-}0.5009,\ \hat{\phi} = \text{-}0.0731, \hat{\delta} = 0.0023,\ \hat{d} = 0.0068,\ \hat{\sigma} = 0.2868$$

7. الاستنتاجات والتوصيات :

1.من تجربة المحاكاة تبين ان طريقة لابلاس الحصينة (LPM) هي الافضل في تقدير معلمات أنموذج الانحدار الذاتي عند كافة احجام العينات مقارنة مع الطرائق الاخرى عند حساب متوسط مربعات الخطأ(MSE) للمعلمات.

2. من خلال تحليل بيانات التجربة التطبيقية تم التوصل إلى وجود علاقة طردية بين المتغير المعتمد المتمثل (بكمية هطول الامطار) والمتغير المستقل المتمثل (بعامل الرطوبة النسبية), اي ان كمية هطول الامطار تتأثر بعامل الرطوبة النسبية.

3. من جداول المحاكاة تبين ان متوسط مربعات الخطأ العشوائي (MSE) يتناقص عند زيادة حجم العينة

4.نوصي باستعمال طريقة لابلاس الحصينة لتقدير معلمات انموذج الانحدار الذاتي عندما يتوزع الخطأ العشوائي توزيع لوجستيك العام

8. المصادر:

ISSN : 1813-6729 http://doi.org/10.31272/JAE.42.2019.120.18

-1 بخيت, حسين علي وفتح الله, سحر (2009),"الاقتصاد القياسي " كلية الادارة والاقتصاد , عمان ,دار اليازور العلمية للنشر والتوزيع

-2 الطالب, بشار عبد العزيز (2013)," طريقة مقترحة لتقنية البوتستراب لتقدير بعض نتائج دورتي (2012) و (2016) الأولمبيتين القادمتين في حالة عدم استخدام بيانات كاملة" المجلة العراقية للعلوم الاحصائية , العدد (23).

-3 كاظم, أموري هادي ومسلم, باسم شليبه (2002)," القياسي الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق" ,كلية الادارة والاقتصاد , مطبعة دنيا الامل .

-4 النور ,نادية هاشم (2010),"مقارنة لبعض لطرائق الحصينة لتقدير معلمة الموقع لبعض التوزيعات الاحتمالية" مجلة الكوفة للرياضات والحاسبات ,العدد (1).

5- Akkaya ,A.D. and Tiku, M.L. (2001)" Estimating parameters In Autoregressive Models In Non-Normal :Situations Asymmetric Innovations" ,Communications in Statistics Theory and Methods 30 (3) 517_536.

6- Akkaya, A.D. and Tiku. M.L. (2001),"Time Series Models With Asymmetric Innovations ", Communications in Statistics Theory and Method 30(10), 2227_2230.

7- Akkaya, A.D. and Tiku, M.L.(2008),"Robust estimation in multiple linear regression model with non-Gaussian noise", Automatica 44 407_417.

8- Aytacoglu, B. and Sazak, H.S.(2013),"An Application of MML Individual Control Chart" Encyclopedia of Statistical Sciences 37 (1), 2013, 19-30.

9- Bayaak, O.T. and Akkaya, A.D.(2010),"Estimating Parameters in Autoregressive Model by the Modified Maximum Likelihood Method", Journal of Mathematical and Applied Mathematics 233 1763-1772.

10- Cochrane,D., and Orcutt, G.H.(1949),"Application of Last Squares Regression to Relationships Containing Auto-correlated Error Terms", Journal of the American Statistical Association,44,32-61.

11- Efron, B. (1977),"Bootstrap Methods :Another Look at Time Jackknife", The annals of statistic 7,1, 1-26.

12- Rady ,E.L and Ziedan, D.(2014),"Estimation of Population Total using Local Polynomial Regression with Two Auxiliary Variables "Journal of Statistics Applications & Probability An International Journal 3 (2), 129_136.

13- Ramsy, J.O .(1977),"A Comparative Study of Several Robust Estimates of Slope, Intercept, and Scale in Linear Regression" Journal of the American Statistical Association 72,608_615

14- Tiku, M.L., Wong, W. K and Bain, G.(1999)," Time Series Models With Asymmetric Innovations", Communications in Statistics - Theory and Methods, 28(6),1331_1360.

15- Tiku, M.L.,Wong ,W.K and Bian, G.(2007),"Estimating Parameters In Autoregressive Models In Non-Normal Situations: Symmetric Innovations", Communications in Statistics Theory and Methods 28 (2) 315_341.

16- Wong, W.K. and Bain, G.(2005),"Estimating Parameters in Autoregressive Models in Non-normal Situations" symmetric Innovations" Statistics & Probability