

حل مشكلة النقل وفق قيود القصر على الكميات المنقولة

م.م وليد محمد العبي

waleed_m@uomustansiriyah.edu.iq

أ.د عبد الرحيم خلف راهي

abed_raheem@uomustansiriyah.edu.iq

المستخلص :

يعد نموذج النقل أساساً لـ نموذج البرمجة الخطية يتمثل الهدف الأساس لـ نموذج في تحديد المقدار الذي يجب نقله من مصدر العرض المعين إلى مكان الطلب المعين بما يحقق أدنى تكلفة نقل إجمالية. في هذا البحث سوف نسلط الضوء على أمر بالغ الأهمية من خلال معرفة ما إذا كان إعطاء تخفيضات على رسوم النقل قد يقلل من إجمالي تكلفة النقل وبالتالي زيادة إيرادات كل من المنتجين والتجار، وسوف يكون تركيزنا على تقنيات التحسين لإغلاق الفجوة ما بين الطلب والعرض من خلال الحصول على خصم للكمية المنقولة والتي بدورها تؤثر على تكاليف الشحن الإجمالية وتقليلها، كما وتسهم في تحول نموذج النقل الخطي إلى نموذج نقل غير خطي، اعتمدنا طريقة الكلفة والكمية المنقولة كمؤشر لتحديد خطة النقل وتقدير معدل الخصم في الحل الأساسي الأولي حيث كان لجدول الخصومات الدور الفعال في اختزال إجمالي التكاليف من خلال الاستعانة بالمعادلات الخاصة بموضوع الخصم . الكلمات المفتاحية: البرمجة الخطية، نموذج النقل، كلفة النقل، أقل كلفة، كمية الخصم، الطلب، العرض

Solve the Transportation Problem with Discount Constraints on The Transported Quantity

[Abstract :

The transport model is mainly a linear programming model. The main objective of the model is to determine the amount to be transferred from the designated supply source to the place of the specific request, to achieve the lowest total transport cost.

In this research, we will highlight a critical issue by knowing whether or not giving discounts on transport charges may reduce the total cost of transportation and thus increase the revenues of both producers and traders. Our focus on optimization techniques will be to fill the gap between demand and supply by obtaining a discount for the quantity transferred, which in turn affects and reduces the total shipping costs, and contributes to the transformation of the linear transportation model into a non-linear transportation model. We adopted the cost and quantity transportation method as an indicator to determine the transportation plan and estimate the discount rate in the feasible basic solution and the

* الجامعة المستنصرية / كلية الإدارة والاقتصاد .

** الجامعة المستنصرية / كلية الإدارة والاقتصاد .

مقبول للنشر بتاريخ 2017/12/3

discount table has an effective role in reducing the total costs by using the discount equations.

Key Words: Linear Programming, Transportation Model, Transportation Cost, Least Cost, Discount, Demand, Supply.

1-1 المقدمة: [2, 6] Introduction

نفترض مشكلة النقل الخطية ان تكون كلفة نقل الوحدة الواحدة من السلع التي يتم شحنها من مصدر معين إلى وجهة معينة ثابتة، بغض النظر عن الكمية المنقولة. ومن المفترض دائما أن المسافة المقطوعة من كل مصدر إلى كل وجهة ايضا تكون ثابتة، ولكن في الواقع قد لا تكون التكلفة ثابتة. ويتوفر أحيانا تخفيضات في حجم الشحنات الكبيرة بحيث يمكن أن تتبع التكاليف الحدية للشحن ، وسوف يكون تركيزنا على تقنيات التحسين لتحقيق التوزيع الأمثل وتخفيض إجمالي التكاليف.

وان تعريف التكلفة الحدية : هي التغير في التكلفة الكلية نتيجة تغير الكمية المنتجة بوحدة واحدة، أي أنها تكلفة إنتاج وحدة واحدة إضافية بصورة عامة، التكلفة الحدية في كل مستوى من مستويات الإنتاج تشمل أي تكاليف إضافية مطلوبة لإنتاج الوحدة الإضافية. على سبيل المثال، إذا كان إنتاج مركبة إضافية في مصنع للمركبات يتطلب، بناء مصنع جديد، فالتكلفة الحدية لهذه المركبة الإضافية تشمل تكلفة المصنع الجديد.

2-1 كيفية ايجاد الحل الاساسي الابتدائي المقبول: [7,8] Basic feasible solution

أن التعريف العام لامتداد النقل يوضح بأن الكمية المعروضة مساوية للكمية المطلوبة

ومن هنا نستنتج أن امتداد النقل سيتضمن معادلة معتمدة والمعادلات الباقية تعد

مستقلة وهذا يعني ان (B.F.S) يتكون من $(m+n-1)$ من المتغيرات الاساسية والتي عددها $mn-(m+n-1)$ فهي غير اساسية (أي أن قيمتها تساوي صفر) وهناك ثلاث طرق تستخدم لتحديد الحل الاساسي الابتدائي لمشكلة النقل وهي:-

1- طريقة الركن الشمالي الغربي Northwest-Corner Method.

2- طريقة أقل كلفة Least Cost Method.

3- طريقة فوجل التقريبية Vogel's Approximation Method.

ويتضمن هذا الامتداد ان العرض الاجمالي $\sum_{i=1}^m a_i$ يجب ان يكون مساوياً على الاقل للطلب الاجمالي

$\sum_{j=1}^n b_j$ وعندما يتساوى العرض مع اجمالي الطلب $(\sum_{j=1}^n b_j = \sum_{i=1}^m a_i)$ سينتج ما يسمى (امتداد النقل

المتوازن) وتعتبر عملية الموازنة هامة في وضع طريقة الحل.

ويمكن تحسين الحل الابتدائي باستخدام احد الطريقتين الاتيتين :

1- طريقة القفز على الصخور Stepping Stone Method.

2- طريقة التوزيع المعدل Modified Distribution Method.

يتم من خلال هاتين الطريقتين تحديد المتغير الداخل باستخدام شرط الامثلية وعلى الرغم من تطابق العمليات الحسابية في كل من الطريقتين فسيتم اعتماد الطريقة الثانية في هذا البحث.

جدول (1)

امتداد عام لجدول النقل

	Destinations (n)								Supply	
		D ₁		D ₂				D _n		
Sources (m)	S ₁	X ₁₁	C ₁₁	X ₁₂	C ₁₂			X _{1n}	C _{1n}	A ₁
	S ₂		C ₂₁		C ₂₂					C _{2n}
	.	X ₂₁		X ₂₂			X _{2n}		.	
	S _m	X _{m1}	C _{m1}	X _{m2}	C _{m2}			X _{mn}	C _{mn}	A _m
Demand		B ₁		B ₂				B _n		$\sum_{j=1}^n b_j = \sum_{i=1}^m a_i$

3-1 طريقة كلفة النقل الفعلية: [2] Actual Transportation cost Method

عرض الباحث زيدان عام 2012 طريقة لتحسين منهجية الحصول على الحل الاساس الاولي في مسائل النقل، حيث نصت الطريقة على ان إدخال كمية المادة المنقولة فضلاً عن الكلفة سيعطي خياراً أفضل لاختيار الخلية المخصصة والوصول إلى حل بكلفة أقل من الطرائق الحالية . حيث ان البحث عن اقل كلفة للتكاليف تتمثل في البحث عن القيمة الدنيا لحاصل ضرب الكمية المنقولة بالكلف المرافقة لتلك الكمية $C_{ij}X_{ij}$ والذي يعد الاساس الرياضي المعتمد كدليل للحصول على الحل الامثل باستخدام هذه الطريقة.

تتلخص طريقة كلفة النقل الفعلية على إعادة صياغة نموذج النقل بحيث يتم إدخال حاصل ضرب كل من كلفة النقل والكمية كمؤشر لاختيار الخلية المخصصة . ولانجاز هذه الخطوة يتم إعادة صياغة النموذج بحيث تستبدل الكلف الأساسية لنقل الكمية من مركز الانتاج إلى مركز الاحتياج بحاصل ضرب الكمية الممكن نقلها إلى هذه الخلية بكلفة نقل الوحدة الواحدة وفق الخطوات التالية:

- 1- نقل أكبر كمية ممكنة لكل خلية.
- 2- الحصول على كلفة النقل الفعلية بضرب كل من الكمية المنقولة لكل خلية في قيمة الكلفة المقابلة لها.
- 3- إعادة صياغة المسألة باعتماد كلف النقل الفعلية والبحث عن حل أساسي ممكن , يمكن متابعة خطوات الحل وفق أي من الطرائق المعتمدة.

4- الحصول على كلفة النقل باعتماد الكلف الموجودة في النموذج الأصلي للمسألة المدروسة.

الفكرة الأساسية في هذه الطريقة تتمثل بإعادة صياغة نموذج مسألة النقل بحيث تأخذ بعين الاعتبار كلاً من كلفة نقل الوحدة الواحدة والكمية الممكن نقلها بين كل مركز العرض والطلب، وبعد هذه الصياغة للنموذج المدروس يتم الحصول على الحل وفق الطرائق السابقة الذكر للحصول على الحل الاساسي الممكن.

4-1 خصومات الكمية: [1,3,4,5] Quantity Discounts

في بيئة العمل التجارية هناك نوع من الموردين الذين يطبقون مايسمى بسياسة خصم الكمية الكلية والتي تعني ان كل مورد له فاصل زمني للحجم يحدد له مبلغ إجمالي ونسبة خصم ، وعادة ما يتم تقديم الخصم على ضوء البنود والمعايير وما الى ذلك فهناك خصومات اجمالية او خصم على الكميات الاضافية او مزيج من هذين.

في هذا البحث يتم التحقق من اجراءات حل مشكلة النقل مع وظيفة التكلفة غير الخطية نتيجة الخصم على الكميات على وجه الخصوص .

ان خصم الكمية يؤثر على انخفاض سعر بيع او كلفة نقل الوحدة الواحدة كلما زادت الكمية المشتراة والمنقولة عن حد معين ويهدف المنتجون من وراء منح خصم الكمية الى تشجيع الزبائن على زيادة حجم الطلبية للاستفادة من اثر ذلك على خفض كلفة النقل والتسويق او تصدير بعض الاصناف الغير رائجة .

يهدف الخصم الى تنمية المبيعات ويعد بالنسبة للبائع خسارة ويسمى خصم كمية ممنوح . وبمقتضى هذا النوع من الخصم تسمح المنظمة البائعة للمشتري بان يدفع سعراً اقل من سعر البيع المحدد عندما تصل كمية مشترياته من منتج او اكثر الى حد معين تحدده المنظمة .

وان المعادلة وفق قيود الخصم تكون كالتالي :

$$C_{ij}X_{ij} - Dis_{ij}X_{ij}^2 \dots\dots\dots(1)$$

$$Dis(C_{ij}X_{ij})=$$

$$C_{ij} = \frac{Dis(C_{ij}X_{ij})}{X_{ij}} \dots\dots\dots(2) \quad \text{ومعادلة كلف المتغيرات الاساسية وفق قيود الخصم كالتالي:}$$

الجانب التطبيقي

1-2 المقدمة: Introduction

هناك طرائق وخوارزميات عديدة تناولت حلول مسائل النقل منها مقترحة من قبل باحثين اذ ان معظم البحوث وعلى الرغم من قلتها الا انها ساهمت في تطوير اساليب حل مسائل النقل ولاسيما عندما تكون مرتبطة بوجود خصومات على الكميات المنقولة والذي يكون ذات تاثير مباشر على التكاليف وتخفيضها .

حالة تطبيقية: [3]

ثلاث شركات تصنيع في أماكن مختلفة تنتج أنواع من العصائر تقوم ببيع منتجاتها إلى أربعة اسواق كما في الجدول الاتي والذي يتضمن كلفة نقل المنتج فضلاً عن الكميات المعروضة والمطلوبة.

جدول (2)
يبين كلف النقل وكميات العرض والطلب

	Destinations								Supply	
		A		B		C		D		
sources	P.RED		15		10		4		20	15
	OVIDIO		7		6		8		3	25
	MERLOT		1		9		5		3	10
Demand		20		10		8		12		50

تسمح سياسة الشركات بالخصومات على كل صندوق يتم نقله من المصدر إلى الموقع وترتبط مباشرة بسعر الوحدة التي تم شراؤها ونقلها.

جدول (3)
يبين النسب المئوية للخصومات

P.RED	0.02	0.01	0.04	0.07
OVIDIO	0.01	0.04	0.03	0.02
MERLOT	0.005	0.03	0.015	0.01

إذا افترضنا أن الخصم يعطى على كل صندوق ينقل من الشركات الى الاسواق و لتحديد عدد صناديق كل منتج يتم نقله من المصدر إلى كل موقع شهرياً من أجل تقليل التكلفة الإجمالية للنقل فإنه يمكن صياغة مشكلة النقل على النحو التالي:

$$\text{Min } Z = \begin{matrix} 15X_{11}+ & 10X_{12}+ & 4X_{13}+ & 20X_{14}+ \\ 7X_{21}+ & 6X_{22}+ & 8X_{23}+ & 3X_{24}+ \\ X_{31}+ & 9X_{32}+ & 5X_{33}+ & 3X_{34} \end{matrix}$$

s.to

$$\begin{matrix} X_{11}+ & X_{12}+ & X_{13}+ & X_{14} & =15 \\ X_{21}+ & X_{22}+ & X_{23}+ & X_{24} & =25 \\ X_{31}+ & X_{32}+ & X_{33}+ & X_{34} & =10 \end{matrix}$$

قيود العرض (الصفوف)

$$\begin{matrix} X_{11}+ & X_{21}+ & X_{31}+ & =20 \\ X_{12}+ & X_{22}+ & X_{32}+ & =10 \\ X_{13}+ & X_{23}+ & X_{33}+ & =8 \\ X_{14}+ & X_{24}+ & X_{34}+ & =12 \end{matrix}$$

قيود الطلب (الاعمدة)

خطوات الحل:

اولاً : نقوم بنقل اكبر كمية لكل خلية وحسب حاجة السوق.

جدول (4)
الكميات المنقولة لكل خلية

	Destinations								Supply	
		A		B		C		D		
sources	P.RED	15	15	10	8	4	12	20	15	
	OVIDIO	20	7	10	8	8	12	3	25	
	MERLOT	10	1	10	8	5	10	3	10	
Demand		20		10		8		12		50

ثانياً: ثم الحصول على كلفة النقل الفعلية من خلال ضرب الكمية في كلفة النقل لكل خلية
جدول (5)

النموذج الجديد بعد إعادة الصياغة لمسألة النقل

		Destinations				Supply
		A	B	C	D	
sources	P.RED	225	100	32	240	15
	OVIDIO	140	60	64	36	25
	MERLOT	10	90	40	30	10
Demand		20	10	8	12	50

ثالثاً: يمكن الحصول على الحل الأساسي باستخدام طريقة أقل كلفة كما في الجدول رقم (6).
جدول (6)

الحل الأساسي الأولي باستخدام طريقة أقل كلفة

		Destinations				Supply
		A	B	C	D	
sources	P.RED	7*15	100	8*4	240	15
	OVIDIO	3*7	10*6	64	12*3	25
	MERLOT	10*1	90	40	30	10
Demand		20	10	8	12	50

يلاحظ وبعد الحصول على الحل الأساسي الأولي تم ارجاع كلف النقل الأصلية بالنسبة للمتغيرات الأساسية والمبينة في جدول رقم (2) وضربها في الكميات المنقولة لتلك الخلايا الأساسية .
يتم احتساب كلفة النقل الإجمالية :

$$\text{Total Cost} = 7(15) + 8(4) + 3(7) + 10(6) + 12(3) + 10(1) = 264$$

باستخدام معادلة الخصم لجميع الخلايا معادلة رقم (1) وكما يأتي:

$$\text{Dis}(C_{11}X_{11}) = 15X_{11} - 0.02X_{11}^2$$

$$\text{Dis}(C_{13}X_{13}) = 4X_{13} - 0.04X_{13}^2$$

$$\text{Dis}(C_{21}X_{21}) = 7X_{21} - 0.01X_{21}^2$$

$$\text{Dis}(C_{23}X_{23}) = 8X_{23} - 0.03X_{23}^2$$

$$\text{Dis}(C_{31}X_{31}) = 1X_{31} - 0.005X_{31}^2$$

$$\text{Dis}(C_{33}X_{33}) = 5X_{33} - 0.015X_{33}^2$$

$$\text{Dis}(C_{12}X_{12}) = 10X_{12} - 0.01X_{12}^2$$

$$\text{Dis}(C_{14}X_{14}) = 20X_{14} - 0.07X_{14}^2$$

$$\text{Dis}(C_{22}X_{22}) = 6X_{22} - 0.04X_{22}^2$$

$$\text{Dis}(C_{24}X_{24}) = 3X_{24} - 0.02X_{24}^2$$

$$\text{Dis}(C_{32}X_{32}) = 9X_{32} - 0.03X_{32}^2$$

$$\text{Dis}(C_{34}X_{34}) = 3X_{34} - 0.01X_{34}^2$$

وبإيجاد الخصم للمتغيرات الأساسية كما موضح في جدول رقم (5) وكما يأتي :

$$\text{Dis}(C_{11}X_{11}) = 15(7) - 0.02(49) = 104.02$$

$$\text{Dis}(C_{21}X_{21}) = 7(3) - 0.01(9) = 20.91$$

$$\text{Dis}(C_{24}X_{24}) = 3(12) - 0.02(144) = 33.12$$

$$\text{Dis}(C_{13}X_{13}) = 4(8) - 0.04(64) = 29.44$$

$$\text{Dis}(C_{22}X_{22}) = 6(10) - 0.04(100) = 56$$

$$\text{Dis}(C_{31}X_{31}) = 1(10) - 0.005(100) = 9.5$$

وبالاعتماد على المعادلة رقم (2) يتم احتساب كلف المتغيرات الأساسية مع وجود الخصم وكما يلي:

$$C_{11}=104.02/7=14.86$$

$$C_{21}=20.91/3=6.97$$

$$C_{24}=33.12/12=2.76$$

$$C_{13}=29.44/8=3.68$$

$$C_{22}=56/10=5.6$$

$$C_{31}=9.5/10=0.95$$

وبناء على الخطوات الواردة اعلاه يكون جدول النقل الجديد مع وجود الخصم كما في الجدول رقم (7) وكالتالي:

جدول رقم (7)

المتغيرات الأساسية مع اضافة نسب الخصم

	Destinations								Supply	
		A		B		C		D		
sources	P.RED	7	14.86		10	8	3.68		20	15
	OVIDIO	3	6.97	10	5.6		8	12	2.76	25
	MERLOT	10	0.95		9		5		3	10
Demand		20		10		8		12		50

تكون الكلفة الاجمالية للنقل مع وجود الخصم:

$$\text{Total Cost}=7(14.86)+8(3.68)+3(6.97)+10(5.6)+12(2.76)+10(0.95)=252.99$$

يتضح من ذلك ان الكلفة الاجمالية للنقل مع وجود الخصم اقل من الكلفة الاجمالية للنقل بدون وجود الخصم.

رابعاً: اختبار امثلية الحل بطريقة التوزيع المعدل على جدول رقم (8) يبين اختبار امثلية الحل :

	Destinations								Supply	
		V ₁		V ₂		V ₃		V ₄		
sources	U ₁	7	14.86		10	8	3.68		20	
	U ₂	3	6.97	10	5.6		8	12	2.76	
	U ₃	10	0.95		9		5		3	
Demand										50

نفرض ان $U_1=0$

$$U_1 + V_1 = 14.86$$

$$V_1=14.86$$

$$U_1 + V_3 = 3.68$$

$$V_3=3.68$$

$$U_2 + V_1 = 6.97$$

$$U_2=-7.96$$

$$U_2 + V_2 = 5.6$$

$$V_2=13.56$$

$$U_2 + V_4 = 2.76$$

$$V_4=10.72$$

$$U_3 + V_1 = 0.95$$

$$U_3=-13.98$$

$$\bar{C}_{12} = C_{12}-(U_1+V_2)=10-(0+13.56)=-3.56$$

$$\bar{C}_{13} = C_{13}-(U_1+V_4)=20-(0+10.72)=9.28$$

$$\bar{C}_{23} = C_{23}-(U_2+V_3)=8-(-7.96+3.68)=12.28$$

$$\bar{C}_{32} = C_{32}-(U_3+V_2)=9-(-13.98+13.56)=9.42$$

$$\bar{C}_{33} = C_{33}-(U_3+V_3)=5-(-13.98+3.68)=15.3$$

$$\bar{C}_{34} = C_{34}-(U_3+V_4)=3-(-13.98+10.72)=6.26$$

بسبب ظهور قيمة سالبة تقابل الكلفة الجديدة $\overline{C_{12}}$ يتم اعادة التوزيع وتكوين جدول نقل جديد (جدول رقم 9)

جدول (9)

الحل الامثل مع وجود الخصم باستخدام طريقة التوزيع المعدل

	Destinations								Supply	
		A		B		C		D		
sources	P.RED		14.86	7	9.93	8	3.68		20	15
	OVIDIO	10	6.97	3	5.6		8	12	2.76	25
	MERLOT	10	0.95		9		5		3	10
Demand		20		10		8		12		50

بما ان المتغير (X_{12}) متغير اساسي يجب ان يدخل الحل نحسب نسبة الخصم له كما يأتي:

$$\text{Dis}(C_{12}X_{12})=10(7)-0.01(49)=69.51$$

$$C_{12}=69.51/7=9.93$$

$$\text{Total Cost}=7(9.93)+8(3.68)+10(6.97)+3(5.6)+12(2.76)+10(0.95)=228.07$$

مناقشة النتائج :

نلاحظ وبشكل خاص بأن طريقة الكلفة الفعلية قد اعطت الحل الاقتصادي بكلفة اجمالية مساوية الى (264) الف من خلال توريد (7) الاف صندوق من شركة P.RED الى منطقة السوق A ، (8) الاف صندوق الى منطقة السوق C ، (3) الاف صندوق من شركة OVIDIO الى منطقة السوق A ، (10) الاف صندوق الى منطقة السوق B ، (12) الف صندوق الى منطقة السوق D ، (10) الاف صندوق من شركة MERLOT يتم توفيرها الى منطقة السوق A وكما موضح في جدول رقم (6). ومن خلال الاستفادة من جدول الخصومات وبالاستعانة بالمعادلات الخاصة بموضوع خصم الكميات المنقولة تم اختزال الكلفة الاجمالية الى (252.99) الف وكما مبين في جدول رقم (7). ومن ثم تحققنا من امثلية الحل فأستنتجنا دخول الخلية X_{12} كمتغير اساسي وخروج الخلية X_{11} وكما مبين في جدول رقم (9) مما جعل كلفة النقل الاجمالية مساوية (228.07) جراء ذلك التحقق.

4-1 الاستنتاجات: Conclusions

- 1- تعد طريقة الكلف الفعلية التي تم استخدامها في هذا البحث تطوير لمنهجية حل مسائل النقل وبخطوات حسابية قليلة وبسيطة مقارنة بخطوات حل مسألة النقل باستخدام طرائق الحصول على الحل الاساسي الممكن.
- 2- طرائق الحصول على الحل الاساسي الممكن تهمل الخلايا خاصة طريقتي اقل كلفة وفوجل التقريبية تهمل الخلايا ذات كلفة النقل العظمى فضلا عن الكمية المنقولة التي تعد معيارا اساسيا لتحديد كلفة النقل الاجمالية وافضلية الطريقة المستخدمة على عكس طريقة الكلف الفعلية.
- 3- من خلال طريقة الكلف الفعلية يمكن الحصول مباشرة على الحل الاساسي ذو الكلفة الدنيا وقد يكون هو الحل الامثل دون الحاجة الى تحسين الحل .
- 4- بعد استخدام خصم الكمية واعادة حل المسألة باستخدام طريقة الكلف الفعلية ادى الى انخفاض الكلفة الاجمالية من (264) الف الى (253) وهذا يعني ان وجود الخصم يؤدي الى انخفاض التكاليف فضلا عن زيادة المبيعات .
- 5- بعد تطوير الحل باستخدام طريقة التوزيع المعدل وطريقة الكلف الفعلية بوجود الخصم انخفضت الكلفة الاجمالية الى (228) وهذا يعني ان طريقة الكلف الفعلية ممكن الاستفادة منها والتعامل معها بسهولة وبدون معادلات رياضية معقدة في الحصول على الحل الامثل مباشرة.

4-2 التوصيات: Recommendation's

تكمن النتيجة الاساسية لهذا البحث بإمكانية تطوير طرق جديدة للحصول على الحل الاساسي الممكن في مسائل النقل مبنية على اساس علمي يحقق شروط المسألة ويعطي حولا افضل، نوصي بأن تعتمد الشركات على نموذج مشكلة النقل مع وجود خصم على الكميات المنقولة بغية الوصول الى تكاليف اجمالية مخفضة.

المصادر: References

- 1- حميد ، زينب علاء " استعمال البرمجة اللاخطية في بناء نموذج رياضي لتخطيط الانتاج وفق قيود الخصم على الكمية المشتراة" رسالة ماجستير 2016.
- 2- زيدان ، عبد السلام " محاولة تحسين منهجية الحصول على الحل الأساسي في مسائل النقل من خلال تعديل الطرق الحالية لبعض الحالات الخاصة" بحث منشور 2012.
- 3- Abdul-Salam Sibidoo Mubashiru "*Transportation with volume discount - a case study of a logistic operator in Ghana*" Kwame Nkrumah University of Science and Technology, Ghana, Oct 2013.
- 4- Ekezie Dan Dan and Opara Jude "*The Application of Transportation Algorithm with Volume Discount on Distribution Cost* " Imo State University, PMB 2000, Owerri, Nigeria.
- 5- HARUNA ISSAKA, MPHIL "*TRANSPORTATION PROBLEM WITH VOLUME DISCOUNT ONNG COS SHIPPIT*" UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY COLLEGE OF SCIENCES, NOVEMBER, 2010..
- 6- HARUNA ISSAKA, MPHIL. MATHEMATICS "*TRANSPORTATION PROBLEM WITH VOLUME DISCOUNT ONNG COS SHIPPIT*" International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSSE) 2012.
- 7- Monther Salih, " *Use the Best Solution to Plan and Solve the Problem of Transportation for the Community Study*" Computer Sciences Department& Continuous Education, University of Al-Nahrain, 2011.
- 8- TAHA . HAMDY A. "*Operation Research An Introduction*" Part I, Riyadh, Saudi Arabia 2011.