

# استعمال انموذج الانحدار الخطي الضبابي في تقدير أثر سعر صرف الدولار على الناتج المحلي الاجمالي في العراق

مروان صبري عباس

أ.م.د احمد شاكر المتولي

الباحث

كلية الادارة والاقتصاد / الجامعة المستنصرية

P: ISSN : 1813-6729

<http://doi.org/10.31272/JAE.44.2021.129.26>

E : ISSN : 2707-1359

مقبول للنشر بتاريخ: 2021/5/30

تاريخ أستلام البحث : 2021/4/20

## المستخلص:

انموذج الانحدار الخطي الضبابي احد الاساليب الاحصائية التي تستعمل في تمثيل العلاقة بين ظاهرتين او اكثر عندما تتصف تلك الظواهر او قسم منها بعدم دقة او موثوقية بياناتها. يتناول البحث صياغة العلاقة الضبابية بين الناتج المحلي الاجمالي العراقي و سعر صرف الدولار بالاعتماد على انموذج انحدار خطي ضبابي بمدخلات و مخرجات ضبابية و من ثم استعمال طريقة المربعات الصغرى الضبابية في تقدير اثر سعر صرف الدولار (المتغير التوضيحي) على الناتج المحلي الاجمالي (متغير استجابة)، اذ مثلت مشاهدات كلا المتغيرين بالاعداد الضبابية المثلثية.



مجلة الادارة والاقتصاد  
العدد 129 / ايلول / 2021  
الصفحات : 434-455

بحث مستل من رسالة ماجستير

**1-المبحث الاول: منهجية البحث****1-1المقدمة:**

يعتبر اسلوب الانحدار من اهم الاساليب و اكثرها تطبيقاً في علم الاحصاء كونه اداة مهمة في دراسة العلاقة بين الظواهر في العديد من المجالات الاقتصادية والاجتماعية و السكانية و الطبية وغيرها، و نظراً لتلك الاهمية عمد الباحثون الى تطوير عدة نماذج للانحدار بما يلائم وصف البيانات المدروسة و من اهم هذه النماذج، نماذج الانحدار الخطي الضبابي التي تقوم بتمثيل العلاقة بين الظواهر ذات البيانات غير الواضحة او الغامضة نتيجة عدم الدقة في تسجيلها او نتيجة التقدير الشخصي أو عوامل اخرى تحول دون قطعيتها، تمتاز هذه النوع من البيانات بكونها عبارة عن مجموعات ضبابية تتصف بخواص نظرية المجموعات الضبابية التي وضعها الباحث الاذري لطفي زادة في مجال المنطق الضبابي وهو منطق يتبنى مبدء اللادقة التي تتصف به هذه البيانات الشيء الذي جعل من هذا المنطق مهم جداً لوجود الكثير من الظواهر التي تتصف بالغموض في حياتنا اليومية وهذا السبب الذي جعل العديد من الباحثين يَصْنِوْنَ في دراسة هذا المنطق، نظرية المجموعات الضبابية تفترض وجود درجات متفاوتة لمدى عضوية (انتماء) كل عنصر من عناصر العينة المدروسة في المجموعة الشاملة للظاهرة المدروسة و درجات الانتماء تقع ضمن الفترة [0,1] حيث انه كلما انتمى العنصر في نطاق الظاهرة المدروسة كلما اقتربت قيمته من الواحد و العكس صحيح عندما يتجه العنصر مبتعداً عن مركز نطاق الظاهرة المدروسة. أول ظهور للمنطق الضبابي في عام 1965م من قبل الباحث Zadeh [23]، [24]، بعدها اعتمد الباحث (Tanaka 1981م)، [20]، طريقة البرمجة الخطية لتحليل الانحدار الخطي الضبابي الذي طوره عام 1982م، [21]، و في عام 1988م تم اقتراح طريقة المربعات الصغرى الضبابية من قبل الباحث (Diamond 1988م)، [28]، التي تستند على طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية في تقدير معاملات انموذج الانحدار الخطي الضبابي. و في عام 2002م اقترح الباحثان (Yang and Lin) [27]، طريقتين للتقدير متبعين نهج المربعات الصغرى الضبابية في تقدير معاملات انموذج الانحدار الخطي الضبابي بمدخلات و مخرجات ضبابية، الطريقة الاولى هي طريقة المربعات الصغرى الضبابية ذات البعد التقريبي (approximate distance fuzzy least square) ، و الطريقة الثانية هي طريقة المربعات الصغرى الضبابية ذات بعد الفترة (interval-distance fuzzy least square) ، كما ان الطريقة الاولى تكون فعالة في حالة البيانات غير المتجانسة، علما ان الطريقتين هما امتداد لطريقة المربعات الصغرى. وفي عام 2003م قدم الباحث (D'urso) [29] تحليلاً لعدة نماذج مختلفة للانحدار الخطي الضبابي مفضلاً نهج المربعات الصغرى الضبابية في عملية التقدير عن استعمال البرمجة الخطية، كما ان نهج المربعات الصغرى مستند على فكرة جودة التوفيق و دقة التقدير (goodness-of-fit) و الذي يتطلب فكرة عن البعد بين القيم الضبابية المنتبأ بها بالاعتماد على الانموذج العلمي و القيم الضبابية المشاهدة فعلاً. و في العام ذاته، إستعمل الباحث (Wu) [32] المبدأ الموسع لنظرية المجموعات الضبابية (المشتقة من قبل الباحث (Zadeh) [23]) في اشتقاق تقديرات المربعات الصغرى الضبابية لانموذج الانحدار الضبابي بمدخلات و مخرجات ضبابية، كما عمل على اشتقاق دوال الانتماء لتقديرات تلك الطريقة بالاعتماد على تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية و بمساعدة المبدأ الموسع، كما عمل على وضع منهجية لتقدير القيم الضبابية للمخرجات المنتبأ بها من قيم المدخلات الضبابية. وفي عام 2005م قدم الباحث (shapiro) [30] بحثاً استهل فيه مفاهيم و اساسيات اسلوب الانحدار الخطي الضبابي و الدوافع التي تؤدي الى تفضيله في الاستخدام، اضافة الى عرض مكونات و مركبات الانحدار الخطي الضبابي، اضافة الى التطرق الى طرائق تقدير نماذج الانحدار الضبابي سواء طريقة المربعات الصغرى الضبابية او طريقة البرمجة الخطية الضبابية للدراسات السابقة و في عام 2008م اعتمد الباحثان (Arabpour and Tata) [7] على معيار المربعات الصغرى المتمثل بمجموع مربعات الفروق بين القيمة الحقيقية لمتغير الاستجابة و القيمة المتوقعة في تقدير معاملات عدة انواع من نماذج الانحدار الضبابية، الانموذج الاول عندما تكون المعلمات قطعية و المتغيرات التوضيحية ضبابية ، و الثاني عندما تكون المعلمات ضبابية و المتغيرات التوضيحية قطعية و الثالث عندما تكون المعلمات ضبابية و المتغيرات التوضيحية ضبابية، مع ضبابية متغير الاستجابة في الحالات الثلاثة و تم دراسة هذه النماذج في حالتين هما عندما تكون الأعداد ضبابية مثلثية و عندما تكون الأعداد ضبابية شبه منحرفة، و قد استنتجا ان النتائج التي توصلوا اليها تكون افضل من تلك التقديرات المستحصل عليها باعتماد طريقة البرمجة الخطية من خلال المقارنة بين الطريقتين.

وفي عام 2018م قدم كل من (Magda and M.Haggag) [25] بحثاً اقترح فيه انموذج انحدار خطي ضبابي و هو انموذج الانحدار الممزوج القطعي الضبابي المدخلات (mixing fuzzy and crisp input) و هو انموذج انحدار خطي ضبابي تكون جزء من متغيراته التوضيحية قطعية و الجزء الاخر متغيرات ضبابية، و معاملات قطعية اذ قورن هذا الانموذج مع انموذج الانحدار الضبابي المتعدد بمدخلات و مخرجات ضبابية عند حجوم مختلفة للعينات، وباستعمال معامل التحديد الضبابي  $\tilde{R}^2$  كمييار للمقارنة، إذ تبين افضلية الانموذج المقترح على انموذج الانحدار الضبابي المتعدد ذو المدخلات و المخرجات ضبابية و خصوصاً عند اخذ العينات الصغيرة علاوة على افضليتها في العينات الكبيرة. اضافة الى عرضهما لعدة نماذج من نماذج الانحدار الخطي الضبابي و تم تقدير معالم هذه النماذج بطريقة المربعات الصغرى الإعتيادية، من دون استخدام خوارزمية أو إنموذج برمجة خطية. يهتم البحث في تقدير اثر سعر صرف الدولار على الناتج المحلي الاجمالي من خلال تمثيل العلاقة الضبابية بين المتغيرين بالاعتماد على انموذج الانحدار الخطي الضبابي. تم تقسيم البحث الى ثلاث مباحث، المبحث الاول تمثل بمنهجية البحث، المبحث الثاني شمل على المفاهيم النظرية المتعلقة بموضوع البحث، اما المبحث الثالث فتضمن على الجانب التطبيقي و الاستنتاجات التي تم التوصل اليها.

**2-1 مشكلة البحث:** عندما تقسم بيانات الظواهر بعدم الدقة او الموثوقية نلجأ الى تمثيلها بموجب الاعداد الضبابية الامر الذي يتطلب اعتماد انموذج الانحدار الخطي الضبابي في تمثيل العلاقة الخطية الضبابية بين تلك الظواهر، اذ يتعدى اعتماد انموذج الانحدار الخطي الاعتيادي.

**3-1 هدف البحث:** يهدف البحث الى تقدير أثر سعر صرف الدولار كمتغير توضيحي ضبابي على الناتج المحلي الاجمالي العراقي كمتغير استجابة ضبابي باعتماد انموذج الانحدار الخطي الضبابي بمدخلات و مخرجات ضبابية.

## 2-المبحث الثاني: الجانب النظري

### 1-2 نظرية المجموعات الضبابية (fuzzy set theory):

تواجهنا في عالمنا الواقعي العديد من المجموعات أو الفئات أو التصنيفات التي تُصنّف فيها العناصر وفق صفة او معيار غير محدد بشكل واضح في تحديد و معرفة مدى او درجة إنتماء العنصر فيما اذا كان العنصر ينتمي او لا ينتمي الى ذلك التصنيف او المجموعة ، وعدم الوضوح هذا الذي يتجلى في هذه المجموعات والتصنيفات، و الظواهر التي تتمتع بهذه الخاصية تندرج دراستها وتتركز في نظرية المجموعات الضبابية القائمة على عدم الوضوح و التأكيد في العناصر و البيانات، [23]. افتراض ان هناك مجموعة كبيرة وهي المجموعة الشاملة او المسماة بالمجموعة الكونية و لتكن  $X$  و ان  $\tilde{A}$  مجموعة جزئية منها و ان  $x$  عنصر مختار من فضاء مجموعة  $X$  نريد وصف انتماءه في  $\tilde{A}$  ( اي معرفة ما اذا كان  $x$  منتمي او لا الى المجموعة  $\tilde{A}$  الموجودة ضمن نفس الفضاء  $X$  ) و ان  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  هي دالة الانتماء و التي تقيس درجة انتماء العنصر  $x$  في المجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  على هذا الاساس تعرف المجموعة الضبابية بما يناسبها من الصيغ الآتية، [4],[34]:

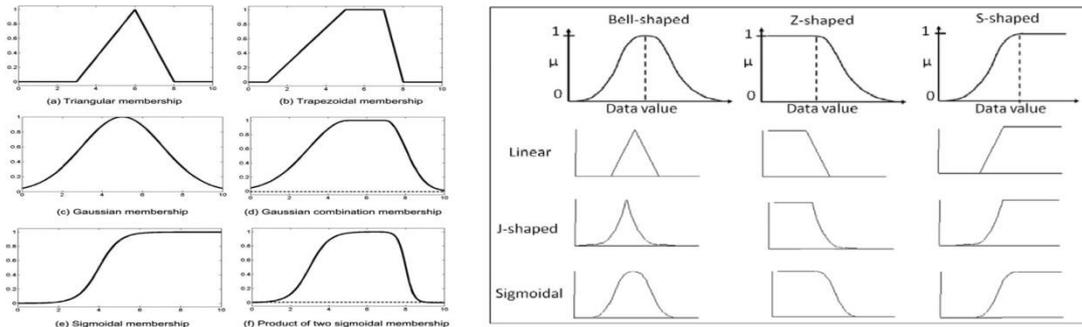
$$\tilde{A} = \{x: \mu_{\tilde{A}}(x) > 0, x \in X\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\tilde{A} = \{(\mu_{\tilde{A}}(x_1), x_1), \dots, (\mu_{\tilde{A}}(x_i), x_i), \dots, (\mu_{\tilde{A}}(x_n), x_n)\} \\ = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\tilde{A} = \left\{ \left( \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} \right) + \dots + \left( \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} \right) + \dots + \left( \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n} \right) \right\} \\ = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\tilde{A} = \left\{ \int \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

حيث ان رمز القسمة ( $\div$ ) في الصيغة (3) لا يعبر عن عملية القسمة بل يعبر عن ارتباط كل عنصر بدرجة انتماءه الخاصة ، كذلك رمز الجمع (+) في الصيغة نفسها فهو لا يعبر عن عملية الجمع بل يعبر عن ارتباط كل عناصر المجموعة الضبابية مع بعضها ضمن المجموعة الضبابية الواحدة. اظف الى ذلك ان الصيغة (3) تستخدم للمجموعات الضبابية المتقطعة اي اذا كانت المجموعة الشاملة (المجموعة الكونية  $X$ ) مجموعة متقطعة، و ان الصيغة (4) تستخدم عندما تكون المجموعة الكونية  $X$  مستمرة. نلاحظ ان من اهم المواضيع الملازمة للمجموعة الضبابية هي دالة الانتماء او دالة العضوية (membership function) والتي من خلالها يمكن تصور المجموعة الضبابية، إذ سميت دالة الانتماء (دالة العضوية) بهذا الاسم كونها تعبر عن مقدار انتماء او عضوية كل عنصر في المجموعة الضبابية ، على اساس صفة او معيار معين غير محدد بشكل واضح (اي صفة او معيار ضبابي)، و مجال هذه الدالة هو مجموعة الاعداد الحقيقية المتضمن قيم المجموعة الضبابية المتمثل بالمحور الافقي  $x$  مجالها المقابل هي الفترة المغلقة  $[0,1]$  و المتمثل بالمحور  $y$  ، و في حال كانت درجة انتماء العنصر تساوي واحد فهذا يعني انه انتماء مؤكد، اما في حالة كون درجة انتماء العنصر صفر فهذا يعني ان الانتماء معدوم لهذا العنصر، عندما تكون دالة الانتماء ذات قيم ثنائية اي تعطي فقط قيمتا الصفر و الواحد للتعبير عن انتماء او عدم انتماء العنصر في هذه الحالة تدل دالة الانتماء هذه على قطعية المجموعة المختارة، [5]. دوال الانتماء تعطي تصور عن بيانات المجموعة الضبابية و كل قيمة فيها و مدى اهميتها من خلال درجة انتماءها في الظاهرة المدروسة ، هناك العديد من دوال الانتماء حيث يتم تطبيق كل دالة على الظاهرة المدروسة المناسبة لها، حيث تكون بيانات الظاهرة عبارة عن مجموعات ضبابية تكون مناسبة لدالة الانتماء المختارة ، و من دوال الانتماء، دالة الانتماء المثلية ودالة الانتماء شبه المنحرف ، دالة انتماء s-) s (shap) ، و دالة انتماء المنحنى الكاوسي (Gaussian curve) ، و دالة انتماء z (z-shap) و غيرها، [12] ، كما مبين في الشكل (1)، و من اكثر دوال الانتماء استخداماً هي :



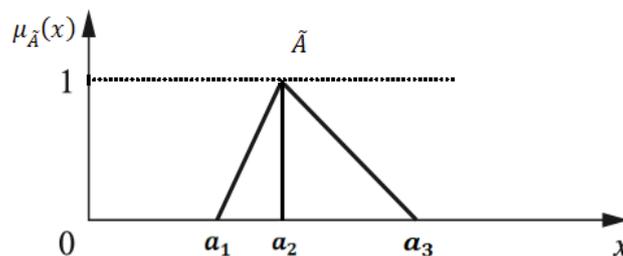
الشكل (1) : انواع منحنيات دوال الانتماء المختلفة، [9]، [11]

دالة الانتماء المثلية (triangular membership function): وهي دالة شائعة الاستعمال تمتلك ثلاث حدود (معلمات) اساسية هي  $a_1, a_2, a_3$  ، و يمكن التعبير عنها بالصيغة الاتية، [1]، [2]، [32] :

$$\mu_{\bar{A}}(x) = \begin{cases} \frac{(x - a_1)}{(a_2 - a_1)} & , \text{ if } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{(a_3 - x)}{(a_3 - a_2)} & , \text{ if } a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & , \text{ otherwise} \end{cases} \dots \dots (5)$$

إذ ان :  $a_1, a_2, a_3$  تمثل معلمة الحد الايمن، و معلمة الحد الاوسط، و معلمة الحد الايسر على الترتيب.

و يمكن توضيح دالة الانتماء المثلية بيانياً كما في الشكل (2):



الشكل (2): دالة الانتماء المثلثية، [2]، [5]

دالة الانتماء شبه المنحرف (trapizoidal membership function): و هي دالة تأخذ شكل شبه المنحرف، و تتميز باربعة معلمات اساسية هي  $a_1, a_2, a_3, a_4$  و يمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية، [2]، [5] :

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{(x - a_1)}{(a_2 - a_1)} & , if \quad a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{(a_4 - x)}{(a_4 - a_3)} & , if \quad a_3 \leq x \leq a_4 \\ 1 & , if \quad a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & otherwise \end{cases} \dots \dots (6)$$

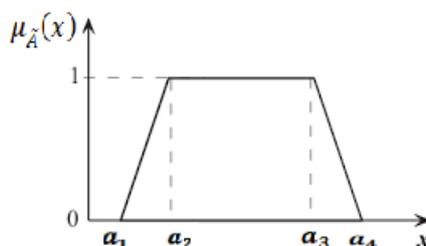
إذ ان :  $a_1$  : تمثل معلمة الحد الايسر

$a_2$  : تمثل المعلمة الوسطى المحاذية للجانب الايسر

$a_3$  : تمثل المعلمة الوسطى المحاذية للجانب الايمن

$a_4$  : تمثل معلمة الحد الايمن

و يمكن توضيح دالة انتماء شبه المنحرف بيانياً كما في الشكل (3):



الشكل (3): دالة انتماء شبه المنحرف، [5]

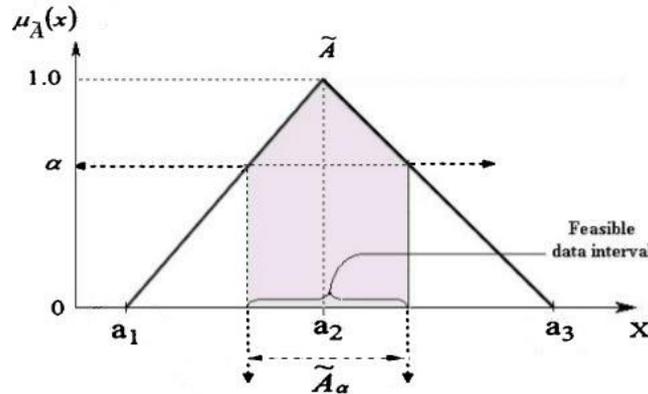
في اغلب الاحيان يحتاج الباحث او متخذ القرار الى تحديد مستوى معقول لضبابية البيانات او المجموعات الضبابية التي بين يديه لذا يلجئ الى مفهومي مستوى القطع و مجموعة مستوى القطع  $\alpha$  (cut level  $\alpha$  set) اذ يعد مستوى القطع  $\alpha$  هو قيمة ثابتة تقع ضمن الفترة  $\alpha \in [0,1]$  وهي قيمة مختارة من قيم المحور العمودي لدالة الانتماء ، و قيمة  $\alpha$  تتمثل بدالة ثابتة (اي دالة خط مستقيم افقي) يقطع دالة الانتماء الى جزئين (علوي وسفلي) و تعمل على التحكم بحدود المنطقة الممكنة للأعداد الضبابية التي تقع فيها نقاط العينة اي انها تتحكم بحدود العدد الضبابي ( الحد الاعلى و الحد الادنى)، [30]، و كما مبين بالشكل (4).

اما مجموعة مستوى القطع  $\alpha$  هي مجموعة قطعية دالة انتماءها هو الجزء العلوي من دالة الانتماء المقطوعة بواسطة مستوى القطع  $\alpha$ ، [3].

و بذلك يمكن ان نعبر عن المجموعة الضبابية بعد القطع بمستوى القطع  $\alpha$ ، كالآتي، [3]:

$$\tilde{A}_\alpha = \{x: \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha, x \in X\} \dots \dots \dots (7)$$

و تعتبر الصيغة رقم (7) الصيغة العامة لاي مجموعة ضبابية كون ان  $\alpha$  تقع ضمن الفترة [0,1] وان الصيغة رقم (1) هي حالة خاصة من الصيغة رقم (7) اعلاه عند تعويض  $\alpha = 0$  فيها.



الشكل (4): مستوى القطع  $\alpha$  و مجموعة مستوى القطع  $\tilde{A}_\alpha$ ، [30]، [33].

و من الجدير بالذكر ان اغلب تطبيقات المجال الضبابي تستعمل الاعداد الضبابية (fuzzy numbers) و العدد الضبابي هو مجموعة ضبابية جزئية من خط الاعداد الحقيقية (مجموعة الاعداد الحقيقية) و تكون هذه المجموعة الضبابية مجموعة ضبابية محدبة (convex) و معيارية (normalized)، تعد الاعداد الضبابية جوهر الحسابات الضبابية، حيث تمكننا الاعداد الضبابية من وصف و التعامل معها بشكل اكثر سهولة اضافة الى امكانية اجراء العمليات الحسابية على هذه الاعداد، [18]، [19]، [34].

و لكي نسمي المجموعة الضبابية عدداً ضبابياً هناك اربع شروط ، [32] [34] و هي:

1- يجب ان تكون المجموعة الضبابية المعيارية (normalized)، و يعني بالمجموعة الضبابية الطبيعية ان يكون منحني دالة انتماءها يحتوي على الاقل قمة واحدة تساوي واحد او بتعبير اخر هي المجموعة الضبابية التي تحتوي على الاقل قيمة واحدة دالة انتماءها واحد [10]، اي ان:

$\tilde{A}$  تسمى مجموعة ضبابية معيارية اذا كان  $x_0 \in R$  بحيث يكون  $\mu_{\tilde{A}}(x_0) = 1$  و كما مبين بالشكل الآتي:

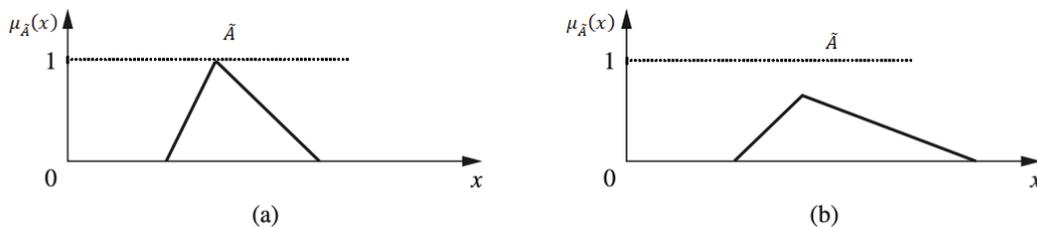


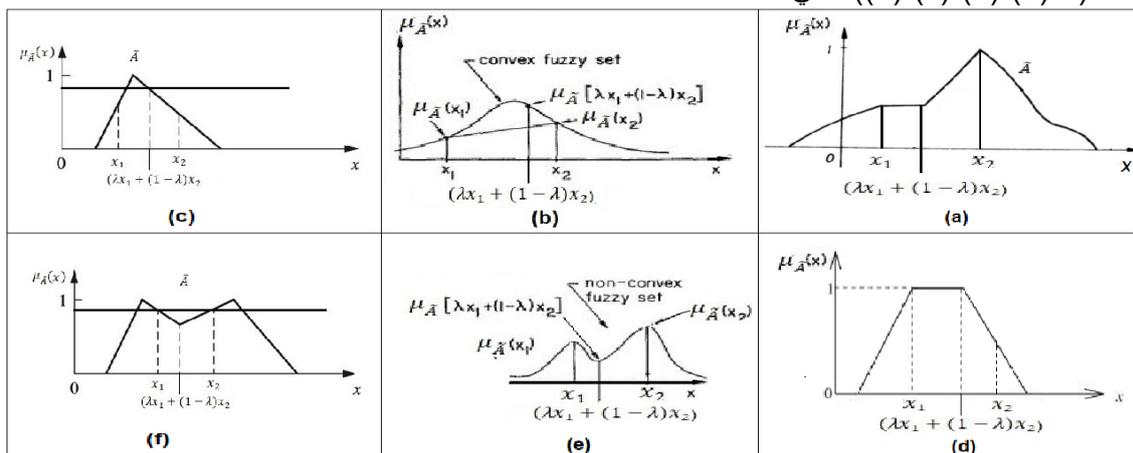
Figure 6: (a) Normal and (b) subnormal fuzzy sets.

الشكل (5): (a) المجموعة المعيارية، (b) المجموعة غير المعيارية، [10].

2- يجب ان تكون المجموعة الضبابية محدبة (*convex*)، و المجموعة الضبابية المحدبة هي المجموعة التي تكون قيمة انتماء كل نقطة فيها تقع بين نقطتين اكبر او تساوي قيم انتماء احدي تلك النقطتين و يعرف شرط التحدب كالاتي [23]:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)) \dots \dots (8)$$

اذ ان:  $(x_1, x_2) \in R$  ,  $\lambda \in [0,1]$  وان  $(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2)$  نقطة تقع بين النقطتين  $(x_1)$  و  $(x_2)$  في الخط الافقي  $x$  لقيم المجموعة الضبابية  $\tilde{A}$ ، كما موضح في الشكل (a),(b),(c),(d)، الآتي:



الشكل (6): الاشكال (a),(b),(c),(d) تعبر عن مجموعات ضبابية محدبة حسب التعريف (9) اعلاه ، اما الاشكال (e),(f) فهي تبين عدم تحدد مجموعاتها الضبابية

المصدر : (a)[8] ، (b)[23] ، (c)[31] ، (d)[5] ، (e)[23] ، (f)[31]

و من الجدير بالذكر ان الصيغة (8) السابقة هي لتعريف المجموعة الضبابية المحدبة بشكل عام، و هناك صيغة اخرى تعبر عن التحدب القوي (*strong convexity*) وتكون بالشكل الآتي:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) > \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)) \dots \dots (9)$$

في هذه الحالة تسمى المجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  مجموعة ضبابية قوية التحدب كما في الشكل (b),(c) ، حيث يبين منحنى الانتماء الكاوسي و دالة الانتماء المثلثية بانهما يتميزان بمجموعتان ضبابيتان ذات تحدد قوي.

3- ان تكون دالة انتماء المجموعة الضبابية ذات حد اعلى شبه مستمرة (*upper semicontinuous*)، اي ان يكون طرفي دالة الانتماء مغلقين اي ان قيم انتماء الحد الادنى و الحد الاعلى للمجموعة الضبابية هي حدود مغلقة و ليست فجوة (او حدود مفتوحة) بعد قطع منحنى دالة الانتماء بمستوى القطع  $\alpha$ ، و يعرف هذا الشرط كالاتي، [18] ، [32]:

$\mu_{\tilde{A}}(x)$  تكون دالة حد اعلى شبه مستمرة في  $x_0$  حيث ان  $x_0 \in R$ ، اذا كان  $\xi > 0$  (اذ ان  $\xi$  هي قيمة موجبة صغيرة جداً) موجودة بحيث تكون  $\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{A}}(x_0) + \xi$ .

4- ان تكون مجموعة مستوى القطع  $\alpha$  مجموعة محددة (اي لها حدود مغلقة) لكل  $\alpha \in [0,1]$ .

و نظراً لارتباط الاعداد الضبابية بدوال الانتماء ، لذا تعددت الاعداد الضبابية بتعدد دوال الانتماء، فالاعداد الضبابية المثلثية تتبع دالة الانتماء المثلثية و الاعداد الضبابية شبه المنحرف تنطبق عليها دالة الانتماء شبه المنحرف و هكذا، و سيتم التركيز على الاعداد الضبابية المثلثية (*triangular fuzzy numbers*) و

## استعمال انموذج الانحدار الخطي الضبابي في تقدير أثر سعر صرف الدولار على الناتج المحلي الاجمالي في العراق

التي هي اعداد تتكون مجموعتها الضبابية من ثلاث حدود رئيسية  $(a_1, a_2, a_3)$  وهي الحد الايمن (الحد الاعلى) و الحد الاوسط و الحد الايسر (الحد الادنى) على التوالي بحيث ان

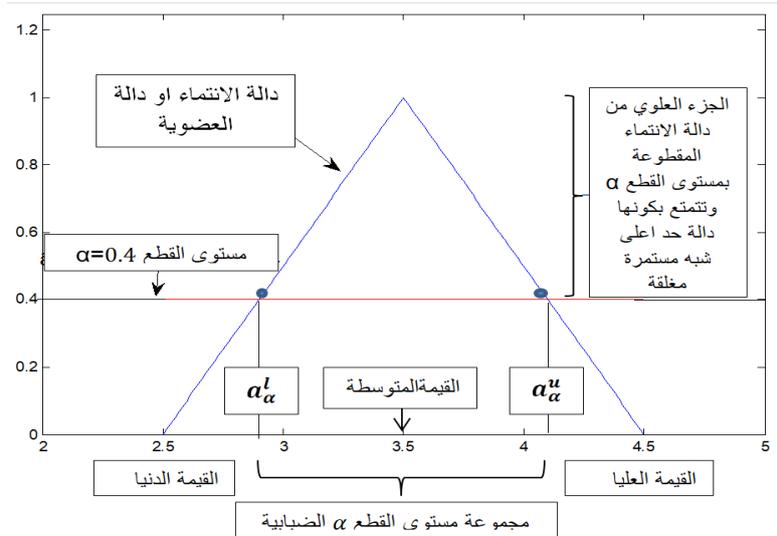
$$(a_1 < a_2 < a_3), \text{ و تتبنى دالة الانتماء المثلثية في التعبير عن انتماء عناصرها، [31].}$$

تمتاز الاعداد الضبابية المثلثية بالعديد من المزايا اهمها، [15]:

1- استيفاءها جميع شروط الاعداد الضبابية سابقة الذكر بشكل مثالي و منها شرط التحذب الذي تتميز به الاعداد الضبابية بكونها ذات تحذب قوي.

2- تمثيل العديد من الظواهر الضبابية بشكل جيد ، حيث عندما نقول الكلمات التي تعبر عن عدم الدقة مثل "حوالي" او "تقريبا" عند وصف عناصر مجموعات معينة بالدراسة ، فهذا يعني اننا دخلنا في حيز الضبابية المثلثية، اذ عندما نقول قطعت اليوم "حوالي 3.50 كم" فهذا يعني انها ليست قراءة دقيقة وان القراءة الدقيقة لمسافة السير هي اما اعلى او اقل او بين الاعلى و الاقل من (3.5) لذا فهنا يتكون لدينا ثلاث حدود وهي الحد الاعلى من 3.5 ، و الحد الاقل من 3.5 ، و الحد الاوسط وهو 3.5 و ضمن هذه الحدود تقع القيمة الدقيقة و الحقيقية للمسافة، كما مبين في الشكل (7).

3- امكانية توظيفها و التعامل معها في العديد من الدراسات الاحصائية و بالخاص في اسلوب الانحدار مما اهلها لتكون الاكثر شيوعا في الاستخدام.



الشكل (7): العدد الضبابي المثلثي بالتفاصيل.  
المصدر: تم اعداد الشكل من قبل الباحث.

نلاحظ في الشكل (7) هناك الحدان  $a_\alpha^l, a_\alpha^u$  و اللذان يمثلان الحد الاعلى و الحد الادنى على التوالي للعدد الضبابي  $(\tilde{a})$  بعد القطع بمستوى القطع  $\alpha$  ، و اللذان يمكن التعبير عنهما بالصيغ الآتية، [17]، [32]:

$$a_\alpha^l = (1 - \alpha)a_1 + \alpha a_2 \quad , \quad a_\alpha^u = (1 - \alpha)a_3 + \alpha a_2 \quad \dots (10)$$

و من المهم ذكره انه بالامكان اجراء العمليات الحسابية على الاعداد الضبابية المثلثية (Arithmetic operations on triangular fuzzy numbers) إذ لا شك من ان العمليات الحسابية الاربعة (الجمع، الطرح، الضرب، القسمة) على الاعداد الضبابية تختلف عن تنفيذها في الاعداد

القطعية (الاعداد الحقيقية الاعتيادية)، و ذلك لطبيعة العدد الضبابي في تركيبه، و يتم تنفيذ العمليات الحسابية الاربعة على الاعداد الضبابية بعدة طرائق اذ تم الاعتماد على اسلوب الفترات الحسابية (interval arithmetic approach) في الجانب التطبيقي من هذا البحث. اسلوب الفترات الحسابية (interval arithmetic approach): تم إقتراح هذا الاسلوب من قبل الباحثان (Kaufmann and Gupta) و اصبح اسلوب واسع الاستخدام في الحسابات الضبابية اضافة الى الطريقة التقريبية القياسية سابقة الذكر.

يتم اجراء العمليات الحسابية الاساسية في هذه الطريقة على الاعداد الضبابية بعد قطعها بمستوى القطع  $\alpha$  حيث تُجرى العمليات الحسابية الاساسية الاربعة على الحد الاعلى و الادنى للاعداد الضبابية لمستوى القطع  $\alpha$ ، و يتم الحساب بالعمليات الاساسية الاربعة بموجب هذه الصريقة كالاتي، [33]:

نفرض ان:

$$\tilde{A} = (a^l, a^m, a^u) \quad , \quad \tilde{B} = (b^l, b^m, b^u)$$

عديدين ضبابيين

فان حدود العديدين الضبابيين بعد القطع بـ  $\alpha$  ستكون:

$$\tilde{A}_\alpha = (a_\alpha^l, a_\alpha^m, a_\alpha^u) \quad , \quad \tilde{B}_\alpha = (b_\alpha^l, b_\alpha^m, b_\alpha^u)$$

الجدول(1): نتائج العمليات الحسابية الاربعة على الاعداد الضبابية باسلوب الفترات الحسابية

operation	$\alpha$ -cuts Arithmetic results
$\tilde{A} \oplus \tilde{B}$	$[a_\alpha^l + b_\alpha^l, a_\alpha^u + b_\alpha^u]$
$\tilde{A} \ominus \tilde{B}$	$[a_\alpha^l - b_\alpha^u, a_\alpha^u - b_\alpha^l]$
$\tilde{A} \otimes \tilde{B}$	$[\min\{a_\alpha^l b_\alpha^l, a_\alpha^l b_\alpha^u, a_\alpha^u b_\alpha^l, a_\alpha^u b_\alpha^u\}, \max\{a_\alpha^l b_\alpha^l, a_\alpha^l b_\alpha^u, a_\alpha^u b_\alpha^l, a_\alpha^u b_\alpha^u\}]$
$\tilde{A} \oslash \tilde{B}$	$[\min\{a_\alpha^l/b_\alpha^l, a_\alpha^l/b_\alpha^u, a_\alpha^u/b_\alpha^l, a_\alpha^u/b_\alpha^u\}, \max\{a_\alpha^l/b_\alpha^l, a_\alpha^l/b_\alpha^u, a_\alpha^u/b_\alpha^l, a_\alpha^u/b_\alpha^u\}]$

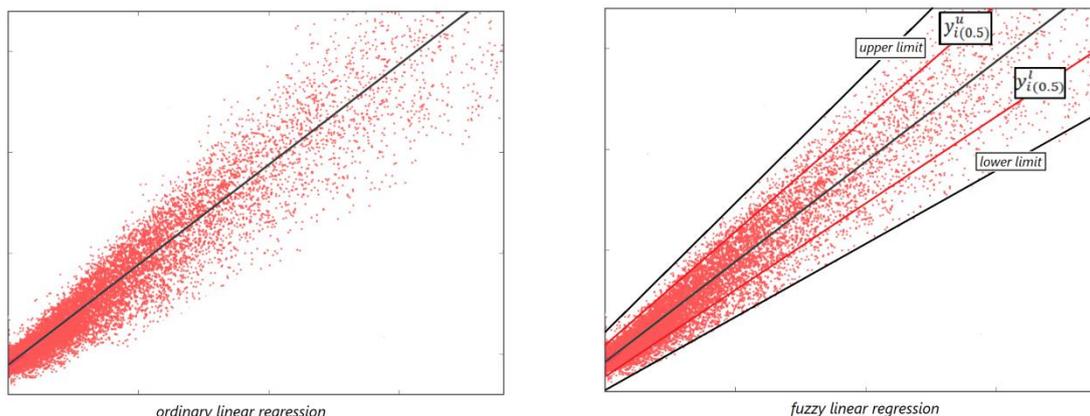
المصدر: [33]

## 2-2 نماذج الانحدار الخطية الضبابية (fuzzy linear regression models):

و هي نماذج تصف العلاقة الدالية بين متغير الاستجابة و المتغيرات التوضيحية ضمن بيئة ضبابية و حسب التضييب الكلي او الجزئي لمكونات الانموذج، [27].

و من الجدير بالملاحظة ان الانحدار الضبابي يمكن ان يتفادى بعض المشاكل التي تواجه الانحدار التقليدي و المتمثلة بالاتي، [30]:

- 1- صغر حجم العينة الذي يؤدي الى نتائج تقدير غير جيدة.
- 2- صعوبة تحقق فروض الانحدار الخاصة بالتوزيع الاحتمالي الخاصة بالخطأ العشوائي.
- 3- غموض العلاقة بين مدخلات و مخرجات الانموذج
- 4- عدم الدقة و التشويه الناتج عن التمثيل الخطي للعلاقة بين المدخلات و المخرجات.



الشكل (8): شكل انتشار المشاهدات مع تمثيلها بخط الانحدار التقليدي و الانحدار الضبابي. المصدر: تمت معالجة الشكل من قبل الباحث بالاستناد على ما ورد في مفهوم الانحدار الضبابي ضمن المصدر [30].

هناك العديد من نماذج الانحدار الخطية الضبابية المصنفة حسب تضبيب كلا من متغيرات و معاملات تلك النماذج منها:

## 2-2-1 انموذج الانحدار الضبابي بمتغير استجابة ضبابي و معاملات ضبابية و متغيرات توضيحية قطعية:

و هو انموذج يصف العلاقة الدالية بين متغير الاستجابة ضبابي و المتغيرات التوضيحية القطعية و بمعلمات ضبابية، و تكون الصيغة العامة له بالشكل الآتي، [7]:

$$\tilde{Y}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 X_{i1} + \tilde{\beta}_2 X_{i2} + \dots + \tilde{\beta}_j X_{ij} + \dots + \tilde{\beta}_k X_{ik} + \tilde{\epsilon}_i \quad \begin{matrix} i=1, \dots, n \\ j=0, \dots, k \end{matrix} \quad (11)$$

إذ ان :

$\tilde{Y}_i$ : متغير الاستجابة الضبابي إذ ان  $\tilde{Y}_i = (Y_i^l, Y_i^m, Y_i^u)$  و ان متغير الحد الأدنى و  $Y_i^m$  متغير الحد المركزي و  $Y_i^u$  هو متغير الحد الأعلى، للمتغير الضبابي  $\tilde{Y}_i$ .

$X_{ij}$ : المتغير التوضيحي القطعي  $z$  علما ان  $j = 0, 1, \dots, k$  بإفتراض ان:  $X_{i0} = [1, 1, \dots, 1]^T$  للحد الاول من الانموذج (11)

$\tilde{\beta}_j$ : المعلمة الضبابية  $z$  و ان:  $j = 0, 1, \dots, k$  إذ ان  $\tilde{\beta}_j = (\beta_j^l, \beta_j^m, \beta_j^u)$  و ان معلمة الحد الأدنى و  $\beta_j^m$  معلمة الحد المركزي و  $\beta_j^u$  معلمة الحد الأعلى، للمعلمة الضبابية  $\tilde{\beta}_j$ .

## 2-2-2 انموذج الانحدار الضبابي بمتغير استجابة ضبابي و معاملات قطعية و متغيرات توضيحية ضبابية:

و هو انموذج يصف العلاقة الدالية بين متغير الاستجابة الضبابي و المتغيرات التوضيحية الضبابية و بمعلمات القطعية ، ويكون الانموذج لهذا الانحدار كالآتي، [22]:

$$\tilde{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 \tilde{X}_{i1} + \beta_2 \tilde{X}_{i2} + \dots + \beta_j \tilde{X}_{ij} + \dots + \beta_k \tilde{X}_{ik} + \tilde{\epsilon}_i \quad \begin{matrix} i=1, \dots, n \\ j=0, \dots, k \end{matrix} \quad (12)$$

إذ ان:

$\tilde{Y}_i$ : متغير الاستجابة لضبابي إذ ان  $\tilde{Y}_i = (Y_i^l, Y_i^m, Y_i^u)$  و ان  $Y_i^l$  تمثل متغير الحد الادنى و  $Y_i^m$  متغير الحد المركزي و ان  $Y_i^u$  الحد الاعلى للمتغير  $\tilde{Y}_i$  على الترتيب.

$\tilde{X}_{ij}$ : المتغير التوضيحي  $z$  الضبابي علماً ان  $z = 0, 1, \dots, k$  و ان  $\tilde{X}_{i0} = [1, \dots, 1]^T$  للحد الاول في الانموذج (12)، إذ ان  $\tilde{X}_{ij} = (X_{ij}^l, X_{ij}^m, X_{ij}^u)$  و ان  $X_{ij}^l$  تمثل متغير الحد الادنى و  $X_{ij}^m$  متغير الحد المركزي و  $X_{ij}^u$  الحد الاعلى، للمتغير الضبابي  $\tilde{X}_{ij}$ .

$\beta_j$ : المعلمة القطعية  $z$  و هي عدد ثابت مفرد.

### 2-3 انموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي و معاملات ضبابية و متغيرات توضيحية ضبابية:

و هو انموذج يصف العلاقة الدالية بين متغير الاستجابة الضبابي و المتغيرات التوضيحية الضبابية و بمعلمات ضبابية، و تكون الصيغة العامة له بالشكل الآتي، [32]:

$$\tilde{Y}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 \tilde{X}_{i1} + \tilde{\beta}_2 \tilde{X}_{i2} + \dots + \tilde{\beta}_j \tilde{X}_{ij} + \dots + \tilde{\beta}_k \tilde{X}_{ik} + \tilde{\epsilon}_i \quad \begin{matrix} i=1, \dots, n \\ j=0, \dots, k \end{matrix} \quad (13)$$

إذ ان :

$\tilde{Y}_i$ : متغير الاستجابة الضبابي إذ ان  $\tilde{Y}_i = (Y_i^l, Y_i^m, Y_i^u)$  و ان  $Y_i^l$  تمثل متغير الحد الادنى و  $Y_i^m$  متغير الحد المركزي و  $Y_i^u$  الحد الاعلى.

$\tilde{X}_{ij}$ : المتغير التوضيحي  $z$  الضبابي علماً ان  $z = 0, 1, \dots, k$  و ان  $\tilde{X}_{i0} = [1, \dots, 1]^T$  للحد الاول في الانموذج (13)، إذ ان  $\tilde{X}_{ij} = (X_{ij}^l, X_{ij}^m, X_{ij}^u)$  و ان  $X_{ij}^l$  متغير الحد الادنى و  $X_{ij}^m$  متغير الحد المركزي و  $X_{ij}^u$  الحد الاعلى، للمتغير الضبابي  $\tilde{X}_{ij}$ .

$\tilde{\beta}_j$ : المعلمة الضبابية  $z$  و ان  $z = 0, 1, \dots, k$  إذ ان  $\tilde{\beta}_j = (\beta_j^l, \beta_j^m, \beta_j^u)$  و ان المعلمة الدنيا  $\beta_j^l$  و المعلمة المركزية و  $\beta_j^u$  المعلمة العليا للمعلمة الضبابية  $\tilde{\beta}_j$ .

و سنعتمد تقدير معاملات الانموذج الثالث في هذا البحث.

### 2-3 تقدير معاملات انموذج الانحدار الضبابي بمتغير استجابة ضبابي و معاملات قطعية و متغيرات توضيحية ضبابية:

تتلخص طريقة المربعات الصغرى الضبابية المستعملة لتقدير انموذج الانحدار الضبابي بمعلمات و متغيرات توضيحية ضبابية (الانموذج (13))، بالخطوات الآتية، [32]:

1- يتم اختيار عدة قيم لمستوى القطع  $\alpha$ ، إذ ان  $\alpha \in [0, 1]$ ، تقوم كل قيمة من القيم المختارة لمستوى القطع  $\alpha$  بقطع كل الاعداد الضبابية المثلثية لجميع متغيرات الانموذج، حيث تعمل على قطع مثلث الانتماء للعدد الضبابي و الهدف من ذلك هو تحديد مجموعة مستوى القطع  $\alpha$  كما تم الاشارة اليه سابقاً في الشكل (7)، و المحددة بالقيمتان  $(a_\alpha^l, a_\alpha^u)$  و اللتان تمثلان قيم الحد الادنى و الحد الاعلى الجديدة بعد القطع بمستوى القطع  $\alpha$  على التابع للعدد الضبابي المختار، و هذه الحدود يمكن ايجادها بتطبيق العلاقتين المبينة بالصيغة (10) على قيم المتغيرات التوضيحية الضبابية و متغير الاستجابة الضبابي و كالاتي:

قيم الحد الادنى ( $l$ ) و الاعلى ( $u$ ) لمشاهدات المتغيرات التوضيحية بعد القطع بمستوى القطع  $\alpha$   
 $(x_{ij}^l(\alpha), x_{ij}^u(\alpha))$ ، إذ ان:

$$x_{ij(\alpha)}^l = (1 - \alpha)x_{ij}^l + \alpha x_{ij}^m, \quad x_{ij(\alpha)}^u = (1 - \alpha)x_{ij}^u + \alpha x_{ij}^m \quad \begin{matrix} i=1, \dots, n \\ j=0, \dots, k \end{matrix} \dots (14)$$

قيم الحد الادنى و الاعلى لمشاهدات متغير الاستجابة بعد القطع بمستوى القطع  $\alpha$  و المشار لها بالرمزين  $(y_{i(\alpha)}^l, y_{i(\alpha)}^u)$ ، اذ ان:

$$y_{i(\alpha)}^l = (1 - \alpha)y_i^l + \alpha y_i^m, \quad y_{i(\alpha)}^u = (1 - \alpha)y_i^u + \alpha y_i^m \quad \begin{matrix} i=1, \dots, n \\ j=0, \dots, k \end{matrix} \dots (15)$$

و بعد هذا القطع تتولد قيم جديدة للمتغيرات متمثلة بالحدود الدنيا والعليا بعد القطع بمستوى القطع  $\alpha$  لكل من متغير الاستجابة و المتغيرات التوضيحية  $(y_{i(\alpha)}^u, x_{ij(\alpha)}^u)$ ،  $(y_{i(\alpha)}^l, x_{ij(\alpha)}^l)$  باستثناء قيم المتغيرات  $(y_i^m, x_{ij}^m)$  لانها قيم مركزية لا تتاثر بقيمة مستوى القطع  $\alpha$ ، بالاعتماد على تلك القيم يتم تقدير معاملات الحد الادنى  $\beta_{j(\alpha)}^l$  و معاملات الحد الاعلى  $\beta_{j(\alpha)}^u$  باعتماد صيغة المربعات الصغرى التالية، اما معلمة الحد المركزي  $\beta_j^m$  تبقى ثابتة لانها قيمة مركزية و المركز لا يتغير في مثلث الاعداد الضبابية بعد القطع:

$$(\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^l = [(X_{(\alpha)}^l)^t (X_{(\alpha)}^l)]^{-1} (X_{(\alpha)}^l)^t (Y_{(\alpha)}^l), \\ (\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^u = [(X_{(\alpha)}^u)^t (X_{(\alpha)}^u)]^{-1} (X_{(\alpha)}^u)^t (Y_{(\alpha)}^u) \dots (16)$$

تلك التقديرات تحسب لكل قيمة من القيم المختارة لمستوى القطع  $\alpha$ ، الواقعة ضمن الفترة  $[0, 1]$ . بذلك يكون تقدير كل معلمة عبارة عن فترة حدها الادنى يمثل  $(\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^l$  و حدها الاعلى يمثل  $\beta_{j(\alpha)}^u$  و يمثل المعلمة المقدره بالشكل الاتي:

$$\hat{\beta}_{j(\alpha)} = [(\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^l, (\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^u] \dots (17)$$

2- يتم اختيار فترة تكون بالشكل الاتي:  $1 \geq \alpha \geq \alpha_0$  إذ ان  $\alpha_0$  تمثل قيمة مستوى قطع مختارة من ضمن الفترة  $[0, 1]$  (اي ان الفترة  $1 \geq \alpha \geq \alpha_0$  هي الجزء من الفترة  $[0, 1]$ ، بعد ذلك تجزء الفترة  $1 \geq \alpha \geq \alpha_0$  الى عدة اجزاء صغيرة (الى قيم كثيرة) حيث تكون  $(\epsilon)$  هو مقدار صغير جداً يمثل الفرق بين كل جزئين متتاليين من اجزاء الفترة المقسمة  $1 \geq \alpha \geq \alpha_0$ .

3- تقدير معلمة الحد الادنى  $(\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^l$  و الحد لاعلى  $(\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^u$  لكل قيمة من قيم التجزئة للفترة  $1 \geq \alpha \geq \alpha_0$  ذلك بتطبيق العلاقتين المبينتين بالصيغة (16) و كتابتها على شكل فترة، و كالاتي:

$$\{\hat{\beta}_{j(\alpha)} = [(\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^l, (\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^u], \quad \alpha_0 \leq \alpha \leq 1\} \dots (18)$$

و يمكن ان يكون تقدير المعلمة الضبابية  $j$  عند مستوى القطع  $\alpha_0$  (الفترة الاولى في الصيغة (18))، كالاتي:

$$\hat{\beta}_{j(\alpha_0)} = [(\hat{\beta}_j)_{(\alpha_0)}^l, (\hat{\beta}_j)_{(\alpha_0)}^u], \quad j = 0, 1, \dots, k \dots (19)$$

من الفترة (19) يتم اختيار عدة قيم و لتكن  $r$  لكل معلمة من المعلمات، و في الغالب تكون هذه لقيم المختارة قريبة من المعلمة المركزية  $\beta_j^m$  الثابتة.

علما انه يتم اختيار قيم  $r$  من فترة كل معلمة من المعلمات بحيث تكون كالاتي:

$$r_j = r_0, r_1, \dots, r_k \quad j = 0, 1, \dots, k \quad \dots \dots (20)$$

اي ان كل  $r_j \quad j = 0, 1, \dots, k$  هو بمثابة متغير من القيم المختارة.

4- و من خلال دالة الانتماء المثلثية (5) و الصيغة (16) و بتطبيق نموذج البرمجة الخطية الاتي:

$$\begin{array}{ll} \max & \alpha \\ \text{subject to} & l_j(\alpha) \leq r_j \\ & u_j(\alpha) \leq r_j \\ & \alpha_0 \leq \alpha \leq 1 \end{array} \quad \dots \dots (21)$$

إذ ان:

$$l_j(\alpha) = \min\{(\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^l, (\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^u\} \quad , \quad u_j(\alpha) = \max\{(\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^l, (\hat{\beta}_j)_{(\alpha)}^u\} \quad \dots (22)$$

يتم توليد قيمة انتماء  $\alpha$  جديدة لكل قيمة من قيم  $r_j$  المختارة و المعوضة في انموذج البرمجة الخطية (21).

4- اختيار قيمة واحدة من قيم  $r_j$  على ضوء قيم الانتماء  $\alpha$  الناتجة من حل انموذج البرمجة الخطية و غالباً ما يتم اختيار قيمة  $r_j$  من بين القيم ذات الانتماء العالي مثل القيم ذات الانتماءات المحصورة بين [1 – 0.9] او قريبة من ذلك لضمان عدم تحيز متخذ القرار في اختيار قيمة تؤثر على رصانة و نتائج الدراسة،

علما ان قيمة  $r_j$  المختارة تمثل تقدير المعلمة المركزية  $\hat{\beta}_j^m$  اي ان ( $r_j$  المختارة =  $\hat{\beta}_j^m$ )، و بذلك تكون المعلمة المقدررة  $j$  عند مستوى القطع  $\alpha_0$  بالشكل الاتي:

$$\hat{\beta}_j(\alpha_0) = \left( (\hat{\beta}_j)_{(\alpha_0)}^l, \hat{\beta}_j^m, (\hat{\beta}_j)_{(\alpha_0)}^u \right) \dots \dots (23)$$

5- كتابة الانموذج بالشكل الاتي:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i(\alpha_0) = & \hat{\beta}_0(\alpha_0) + \hat{\beta}_1(\alpha_0)\bar{X}_{i1}(\alpha_0) + \hat{\beta}_2(\alpha_0)\bar{X}_{i2}(\alpha_0) + \dots + \hat{\beta}_j(\alpha_0)\bar{X}_{ij}(\alpha_0) + \dots \\ & + \hat{\beta}_k(\alpha_0)\bar{X}_{ik}(\alpha_0) \quad i=1, \dots, n \quad \dots (24) \\ & j=1, \dots, k \end{aligned}$$

#### 4-2 اختبار معنوية المتغيرات الضبابية (test of significant fuzzy parameters):

لمعرفة معنوية تأثير المتغيرات التوضيحية الداخلة في النماذج موضوعة الدراسة يمكن استخدام اختبار  $t$  و تطبيقه على بيانات الحد الاوسط للمتغيرات وللمعلمات المقدررة ( $\hat{\beta}_1^m, \hat{\beta}_2^m, \dots, \hat{\beta}_k^m$ ) وذلك وفق الصيغة الاتية، [6]، [14]:

$$t_{\hat{\beta}_q^m} = \frac{\hat{\beta}_q^m}{\sqrt{S^2 * C_{gg}}} \dots \dots (25)$$

إذ ان:  $t_{\hat{\beta}_q^m}$  هي قيمة اختبار  $t$  المحسوبة لاختبار معنوية تأثير المتغير التوضيحي  $X_{ij}^m$

$\hat{\beta}_q^m$ : معلمة الحد المركزي المقدررة للمعلمة الضبابية المقدررة  $\hat{\beta}_q(\alpha)$

$C_{gg}$ : العنصر الواقع في الصف  $g$  و العمود  $g$  من المصفوفة  $(X_{ij}^{mT} X_{ij}^m)^{-1}$  علما ان:  $g = q + 1$  و ان  $q = 1, \dots, k$

$S^2$ : متوسط مربعات الاخطاء  $MSE$  و المحسوب وفق الصيغة الاتية:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i^m - \hat{Y}_i^m)^2}{n - k} \dots \dots (26)$$

علما ان:

$\hat{Y}_i^m$ : الحد الاوسط المقدر لمتغير الاستجابة

$n$ : حجم العينة

$k$ : عدد معلمات الانموذج

وتقارن قيمة الاختبار  $t_{\beta_q^m}$  المحسوبة مع قيمة  $t$  الجدولية بمستوى معنوية  $sl$  و درجة حرية  $n - 2$  اي ان القيمة الجدولية تكون  $t_{(n-2, \frac{sl}{2})}$  ، فإذا كان  $|t_{\beta_q^m}|$  اكبر من  $t_{(n-2, \frac{sl}{2})}$  ترفض فرضية العدم القائلة بعدم وجود تأثير للمتغير التوضيحي  $X_{ij}^m$  و ان المتغير  $X_{ij}^m$  له تأثير معنوي ، اما في حال كان  $|t_{\beta_q^m}|$  اقل من  $t_{(n-2, \frac{sl}{2})}$  تُقبل فرضية العدم و ترفض الفرضية البديلة القائلة بوجود تأثير معنوي للمتغير  $X_{ij}^m$ .

### 3-المبحث الثالث: الجانب التطبيقي:

#### 1-3 وصف البيانات:

تمثلت بيانات موضوع البحث بسعر صرف الدولار كمتغير توضيحي مبين بالرمز  $\overline{ER}_i$ ، و الناتج المحلي الاجمالي كمتغير استجابة مبين بالرمز  $\overline{GDP}_i$ ، إذ سجلت بيانات المتغيرين على شكل سلسلتين زمنيتين على مدى 47 عاماً للفترة (1974م - 2020م)، كما مبين في الملحق (1)، و التي تم الحصول عليها من وزارة التخطيط - الجهاز المركزي للإحصاء و من الموقع الرسمي للبنك المركزي العراقي - المعدلات الشهرية لاسعار صرف الدولار، [35]، [36].

#### 2-3 صياغة انموذج الانحدار الضبابي:

إنموذج الانحدار الخطي الضبابي بمتغير استجابة ضبابي و معلمات ضبابية و متغيرات توضيحية ضبابية فيكون في هذا التطبيق كالآتي:

$$\overline{GDP}_i = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 * \overline{ER}_i + \tilde{\epsilon}_i \dots \dots (27)$$

إذ ان:

$\overline{GDP}_i$ : متغير الناتج المحلي الاجمالي الضبابي إذ ان:  $(\overline{GDP}_i^l, \overline{GDP}_i^m, \overline{GDP}_i^u)$  ، و إن  $\overline{GDP}_i^l$  يمثل الحد الادنى للناتج المحلي الاجمالي،  $\overline{GDP}_i^m$  يمثل الحد الاوسط للناتج المحلي الاجمالي،  $\overline{GDP}_i^u$  يمثل الحد الاعلى للناتج المحلي الاجمالي.

$\overline{ER}_i$ : متغير سعر الصرف الضبابي إذ ان:  $(\overline{ER}_i^l, \overline{ER}_i^m, \overline{ER}_i^u)$  و أن  $\overline{ER}_i^l$  يمثل الحد الادنى لمتغير سعر الصرف الضبابي  $\overline{ER}_i$ ،  $\overline{ER}_i^m$  يمثل الحد الاوسط لمتغير سعر الصرف الضبابي  $\overline{ER}_i$ ،  $\overline{ER}_i^u$  يمثل الحد الاعلى لمتغير سعر الصرف الضبابي  $\overline{ER}_i$ .

$\tilde{\beta}_j$ : المعلمات الضبابية إذ ان:  $\tilde{\beta}_j = (\beta_j^l, \beta_j^m, \beta_j^u)$ ,  $j = 0, 1$ ، وان  $\beta_j^l$  يمثل الحد الأدنى للمعلمة الضبابية  $\tilde{\beta}_j$ ،  $\beta_j^m$  يمثل الحد الاوسط للمعلمة الضبابية  $\tilde{\beta}_j$ ،  $\beta_j^u$  يمثل الحد الاعلى للمعلمة الضبابية  $\tilde{\beta}_j$ .

### 3-3 تقدير معلمات نماذج الانحدار الضبابية:

تستند عملية تقدير البيانات المركزية على نتائج انموذج البرمجة الخطية (21) الذي بدوره يعتمد على مقدرات المربعات الصغرى الدنيا ولعليا ( $\beta_j^l$  و  $\beta_j^u$ )، من خلال نتائج دالة الهدف لانموذج البرمجة الخطية، و المتمثلة بالمستويات العليا للقطع منها يتم اختيار المستويات الواقعة ضمن الفترة [0.9, 1] مع المعلمات المقدره المقابلة لها في انموذج البرمجة الخطية و من هذه المعلمات المقدره يتم اختيار قيمة واحدة تمثل المعلمة المركزية المقدره للانموذج الضبابي ، كما موضح في الخطوة (4)، و تكون المعلمات المركزية المقدره للانموذج (27) انموذج الانحدار الضبابي بمدخلات و مخرجات ضبابية، كما مبين في الجدول الاتي:

الجدول (2):

نتائج حل انموذج البرمجة الخطية و يبين المعلمات المركزية المقدره للانموذج (27):

$r_0$	$\alpha$	$r_1$	$\alpha$
0.856251314	0.9811	-0.281012931	0.8452
0.856349616	0.9848	-0.280010754	0.8785
0.856450276	0.9886	-0.279011077	0.9104
0.856550636	0.9924	-0.27801089	0.9412
0.856650695	0.9962	-0.277012069	0.971
0.856750455	1	-0.276012129	1
$\hat{\beta}_0^m = 0.856850778$	0.9865	$\hat{\beta}_1^m = -0.27501455$	0.9864
0.856950403	0.9725	-0.274012742	0.9728
0.857050236	0.9578	-0.273014262	0.9593
0.857150276	0.9423	-0.272011898	0.9458
0.857250373	0.9259	-0.271013257	0.9324

المصدر: تم اعداده من قبل الباحث

اما انموذج الانحدار الخطي المقدر بمتغيرات الحد المركزي للمتغيرات الضبابية للانموذج (30) فتكون كالاتي:

$$\widehat{GDP}_i^m = \hat{\beta}_0^m + \hat{\beta}_1^m ER_i^m = 0.856850778 - 0.2750145 ER_i^m \dots \dots (28)$$

و للأختبار معنوية تأثير سعر صرف الدولار يتم حساب قيمة الاحصاء  $t$  اذ بلغت -2.25223

و بمقارنتها مع القيمة الجدولية عند مستوى معنوية (0.05) تبين معنوية تأثير ذلك المتغير التوضيحي على الناتج المحلي الاجمالي و كان تأثيرا سلبياً.

اما بالنسبة لنتائج تقدير معلمات انموذج الانحدار عند الحدود الدنيا و العليا و لمستويات القطع المختلفة  $\alpha \in [0, 1]$ ، كانت كما مبينة في الجدول (3):

استعمال انموذج الانحدار الخطي الضبابي في تقدير أثر سعر صرفه الدولار على الناتج المحلي الاجمالي  
في العراق

جدول (3)

: نتائج تقدير المعلمات الضبابية لانموذج الانحدار الضبابي (27) عند عدة مستويات للقطع تقع ضمن الفترة [0,1]، مع مجموع مربعات المسافات  $SD^2$

$\alpha_0$	$SD^2$	$(\hat{\beta}_{0(\alpha_0)}^l, \hat{\beta}_{0(\alpha_0)}^u)$	$(\hat{\beta}_{1(\alpha_0)}^l, \hat{\beta}_{1(\alpha_0)}^u)$
0	17.52587712	(0.817861548 , 0.856250375)	(-0.28523388 , -0.19928281)
0.05	17.50583115	(0.820475378 , 0.856509743)	(-0.28645441 , -0.20298524)
0.15	17.46639297	(0.825487142 , 0.856992566)	(-0.28824621 , -0.21049834)
0.25	17.42791109	(0.830206321 , 0.857414454)	(-0.28921018 , -0.21813664)
0.35	17.39047301	(0.834631576 , 0.857758549)	(-0.28939891 , -0.22587356)
0.45	17.35415307	(0.838766 , 0.858006694)	(-0.28887116 , -0.23367819)
0.5	17.3364329	(0.840726178 , 0.858088783)	(-0.28835811 , -0.237595)
0.65	17.28512055	(0.846193116 , 0.858136763)	(-0.28591932 , -0.24934452)
0.75	17.25252293	(0.849508379 , 0.857977212)	(-0.28362515 , -0.25712208)
0.85	17.22127981	(0.852576663 , 0.857639285)	(-0.28087116 , -0.26479937)
0.95	17.19145074	(0.855413616 , 0.857101244)	(-0.27771905 , -0.27232415)
0.96	17.18854803	(0.855685216 , 0.857035603)	(-0.27738423 , -0.27306613)
0.97	17.18566016	(0.855954683 , 0.856967725)	(-0.27704607 , -0.27380598)
0.98	17.18278721	(0.856222034 , 0.856897588)	(-0.27670463 , -0.27454363)
0.99	17.17992923	(0.856487286 , 0.856825172)	(-0.27635996 , -0.27527903)
1	17.1770863	(0.856750455 , 0.856750455)	(-0.27601213 , -0.27601213)

و عند مستوى القطع  $\alpha_0 = 0.5$  مثلاً يمكن كتابة انموذج الانحدار الخطي الضبابي عند الحدين الاعلى و  
الادنى:

$$(\widehat{GDP}^l, \widehat{GDP}^u) = (0.840726178, 0.858088783) + (-0.28835811, -0.237595) \\ * (ER_{i1(0.5)}^l, ER_{i(0.5)}^u) \dots \dots (29)$$

#### 4-المبحث الرابع: الاستنتاجات و التوصيات

##### 1-4 الاستنتاجات:

سننتج من النتائج التي تم التوصل اليها في الجانب التطبيقي الى:

1- امكانية تطبيق طريقة المربعات الصغرى الضبابية بالاستناد الى مفاهيم المبادئ الموسعة المقدمة من قبل Zadeh، [23]، في تقدير انموذج الانحدار الخطي الضبابي بالمدخلات و المخرجات الضبابية بشكل الذي يصف العلاقة و يمثلها تمثيلاً جيداً.

2- تأثير قيم مستوى القطع  $\alpha$  على قيم المعلمات المقدرة المركزية حيث بدى تأثيراً جلياً كما موضح في الجدول (2).

3- يمكن استعمال الطريقة المربعات الصغرى الضبابية في تقدير علاقة الانحدار الضبابية للبيانات غير الدقيقة و غير المحصورة بشكل جيد في السجلات الاحصائية، مثل الحسابات القومية التي تحتوي قيم التاريخية و تمثيل العلاقة بشكل جيد.

4- من خلال إختبار معنوية تأثير متغير سعر الصرف على متغير الناتج المحلي الاجمالي العراقي باستخدام الاحصاء  $t$  تبين هناك تأثيراً معنوياً سلبياً لسعر صرف الدولار على الناتج المحلي الاجمالي العراقي.

5- التأثير الواضح لقيمة مستوى القطع  $\alpha_0$  على مجموع مربعات المسافات لانموذج الانحدار الضبابي المقدر، اذ كلما زادت قيمة مستوى القطع قلت قيمة مجموع مربعات المسافات كما موضح في الجدول (3).

##### 2-4 التوصيات:

1- استعمال طرائق أخرى في تقدير معاملات للانموذج موضوع البحث و مقارنتها مع الطريقة المستعملة.

2- الشمول في دراسة موضوعات الانحدار الضبابي بالشكل الذي يشمل التنبؤ و اختبار الفرضيات.

##### المصادر:

##### المصادر العربية:

[1] الصباغ، هبة علي طه، الياس، حسن محمد (2006)، "تحليل الإنحدار المضبيب"، بحث منشور، كلية علوم الحاسبات و الرياضيات، جامعة الموصل.

[2] الطائي، فاضلة علي، "البرمجة الخطية الضبابية مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد، قسم الاحصاء، 2007م

[3] النعيمي، ليث فاضل، "مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية الضبابية"، رسالة ماجستير، جامعة بغداد، كلية الإدارة والاقتصاد، قسم الإحصاء، 2015م، صفحة 22

[4] سلمان، سيف عدنان، "استعمال المجموعات الضبابية ونماذج بوكس جينكنز في السلاسل الزمنية للتنبؤ ببعض نسب التلوث في مياه الشرب لمدينة بغداد"، جامعة بغداد، كلية الإدارة والاقتصاد، قسم الإحصاء، 2014م، صفحة 28

[5] فرحان، علي محمد، الدوري، محمد عبد الرزاق، "بناء نموذج انحدار خطي متعدد ضبابي لاسعار النفط العالمية"، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

[6] كاظم، اموري هادي، "مقدمة في القياس الاقتصادي"، دار زهران للنشر و التوزيع، المملكة الاردنية الهاشمية، 2009م

المصادر الاجنبية:

- [7]A. R. Arabpour and M. Tata, Estimating the parameters of a fuzzy linear regression model, *Iranian Journal of Fuzzy Systms*, 5(2) (2008), 1-19.
- [8] Bandemer, Hans, and Siegfried Gottwald. *Fuzzy sets, fuzzy logic, fuzzy methods*. Chichester: Wiley, 1995.
- [9] Bianchini, Silvia, et al. "Ground subsidence susceptibility (gss) mapping in grosseto plain (tuscany, italy) based on satellite insar data using frequency ratio and fuzzy logic." *Remote Sensing* 11.17 (2019): 2015.
- [10]Carroll, Lewis. "PROPERTIES OF MEMBERSHIP FUNCTIONS, FUZZIFICATION, AND DEFUZZIFICATION."
- [11] Chai, Chen, et al. "Fuzzy logic-based observation and evaluation of pedestrians' behavioral patterns by age and gender." *Transportation research part F: traffic psychology and behaviour* 40 (2016): 104-118.
- [12] Chen, Guanrong, Trung Tat Pham, and N. M. Boustany. "Introduction to fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy control systems." *Appl. Mech. Rev.* 54.6 (2001): B102-B103, page(5-7).
- [13] C. Kao, C.-L. Chyu, Least-squares estimates in fuzzy regression analysis, *European Journal of Operational Research* 148 (2003) 426–435.
- [14] Damodar N, Gujarati. "Basic econometrics." (2004).
- [15] Dijkman, J. G., H. Van Haeringen, and S. J. De Lange. "Fuzzy numbers." *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 92.2 (1983): 301-341.
- [16] Dubois, Didier J. *Fuzzy sets and systems: theory and applications*. Vol. 144. Academic press, 1980.
- [17] Dutta, Palash, Hrishikesh Boruah, and Tazid Ali. "Fuzzy Arithmetic with and without using  $\alpha$ -cut method: A Comparative Study." *International Journal of Latest Trends in Computing* 2.1 (2011): 99-107.
- [18] Fodor, János, and Barnabás Bede. "Arithmetics with fuzzy numbers: a comparative overview." *Proceeding of 4th Slovakian-Hungarian Joint Symposium on Applied Machine Intelligence, Herl'any, Slovakia*. 2006.
- [19] Fullér, Robert. "On product-sum of triangular fuzzy numbers." *Fuzzy Sets and Systems* 41.1 (1991): 83-87.
- [20] H. Tanaka and K. Asai, "Fuzzy linear programming based on fuzzy functions," presented at the IFAC 8th Triennial World Congr., Kyoto, Japan, Aug. 24-28, 1981.

- [21] H. Tanaka, S. Uegima, K. Asai, Linear regression analysis with fuzzy model, IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics 12 (1982) 903–907.
- [22] J. Chachi, S. M. Taheri, Multiple Fuzzy Regression Model For Fuzzy Input-Output Data, Iranian Journal of Fuzzy Systems Vol. 13, No. 4, (2016) pp. 63-78.
- [23] L.A. Zadeh, Fuzzy sets, Information and Control 8, 338-353, (1965).
- [24] L.A. Zadeh, The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning I, Information Sciences 8, 199-249, (1975).
- [25] Magda M. M. Haggag, A New Fuzzy Regression Model by Mixing Fuzzy and Crisp Inputs, American Review of Mathematics and Statistics, December 2018, Vol. 6, No. 2, pp. 9-25.
- [26] M. Sakawa and H. Yano, Multiobjective fuzzy linear regression analysis for fuzzy input-output data, Fuzzy Sets and Systems 47, 173-181, (1992).
- [27] M.-S. Yang, T.-S. Lin, "Fuzzy least-squares linear regression analysis for fuzzy input-output data", Fuzzy Sets and Systems 126 (2002) 389–399.
- [28] P. Diamond, Fuzzy least squares, Information Sciences 46, 141-157, (1988).
- [29] P. D'Urso, Linear regression analysis for fuzzy/crisp input and fuzzy/crisp output data, Comp. Stat. Data Anal., 42 (2003), 47-72.
- [30] Shapiro, Arnold F. "Fuzzy regression models." Article of Penn State University 102.2 (2005): 373-383
- [31] Voskoglou, Michael. "Use of the triangular fuzzy numbers for student assessment." *arXiv preprint arXiv:1507.03257* (2015).
- [32] Wu, Hsien-Chung. "Linear regression analysis for fuzzy input and output data using the extension principle." Computers & Mathematics with Applications 45.12 (2003): 1849-1859.
- [33] Xie, Xuehui, et al. "Arithmetic operations on triangular fuzzy numbers via credibility measures: An inverse distribution approach." *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems* 35.3 (2018): 3359-3374.
- [34] Zimmermann, H. J. "Fuzzy set theory-and its applications. 3rd." (1996).

مصادر البيانات:

- [35] البنك المركزي العراقي، المعدلات الشهرية لاسعر الصرف للفترة (1974م-2020م).
- [36] وزارة التخطيط العراقية، الجهاز المركزي للإحصاء، بيانات الحسابات القومية للناتج المحلي الاجمالي العراقي للفترة (1974م-2020م).

استعمال انموذج الانحدار الخطي الضبابي في تقدير أثر سعر صرف الدولار على الناتج المحلي الاجمالي  
في العراق

الملحق (1):

سعر صرف الدولار بالدينار العراقي			الناتج الاجمالي الجاري			السنة
xu	xm	xl	yu	ym	yl	
0.237002 315	0.2 3	0.223252 315	16596.2599 8	14786.5217 4	13272.5139 3	1974
0.253918 981	0.2 46	0.238335 648	18128.0634 3	16155.6910 6	14506.4325	1975
0.269614 583	0.2 64	0.257239 583	22275.4721 6	19859.8484 8	17841.4217 8	1976
0.282688 657	0.2 73	0.265730 324	24065.4197 7	21458.6080 6	19280.9685 1	1977
0.312662 037	0.3 01	0.288828 704	26139.1896 7	23312.2923 6	20951.6408 9	1978
0.334828 704	0.3 25	0.314662 037	38512.5684 2	34360.6153 8	30895.8746 6	1979
0.419074 074	0.3 6	0.290740 741	49091.2497 5	43807.5	39399.9002 5	1980
0.482407 407	0.4 6	0.427407 407	27647.5319 6	24667.1739 1	22180.1593 5	1981
0.489166 667	0.4 8	0.470833 333	29687.3219	26488.9583 3	23820.3739 3	1982
0.503310 185	0.5	0.494143 519	28289.9262 3	25242	22698.9137 7	1983
0.699120 37	0.5	0.387453 704	32613.1868 2	29101.8	26172.4491 8	1984
1.289618 056	1.1 8	0.982534 722	14256.6377 9	12721.8644 1	11441.5283 1	1985
1.172928 241	1.1 7	1.168344 907	14034.0447 3	12523.0769 2	11262.5706 6	1986
1.413043 981	1.1 7	1.032627 315	16856.2185 1	15042.7350 4	13530.1062 8	1987
2.430196 759	2	1.591446 759	10886.9693 4	9716.1	8739.55265 7	1988
3.508113 426	3	2.513530 093	7622.25722 6	6802.63333 3	6119.06210 8	1989
5.785412 037	4	2.956578 704	15662.1529 5	13981.625	12580.7295 5	1990
14.21412 037	10	6.422453 704	4755.64481 2	4245.16	3819.57838 8	1991

استعمال انموذج الانحدار الخطي الضبابي في تقدير أثر سعر صرفه الدولار على الناتج المحلي الاجمالي  
في العراق

تابع للملحق (1)

38.3402 7778	21	9.00694 4444	6139.66960 1	5481.3523 81	4932.6622 08	1992
140.216 4	74.0125 3558	37.0752 31	4867.51610 9	4345.8435 45	3911.0878 52	1993
877.629 6296	458	144.296 2963	4055.32580 2	3620.7986 9	3258.6875 52	1994
1782.00 9259	1674	1401.34 2593	4479.66342	3999.6910 99	3599.7126	1995
1267.76 5046	1170	1130.29 2824	6223.12071 7	5556.3458 12	5000.6978 23	1996
1564.44 9074	1471	1358.19 9074	11491.7320 3	10260.464 99	9234.4072 54	1997
1747.73 4954	1620	1518.10 9954	11840.1023 8	10571.510 8	9514.3494 41	1998
2018.72 4537	1972	1875.87 7315	19573.8902	17476.679 82	15729.003 03	1999
1952.62 3843	1930	1921.04 0509	29139.5656 1	26017.461 09	23415.705 79	2000
2063.52 8935	2031	1992.48 7269	22783.0301 6	20341.983 51	18307.776 52	2001
2114	1947.16 6667	1733	23596.1805 4	21068.010 31	18961.200 27	2002
2354	1932.25	1211	17148.9716 3	15311.573 86	13780.407 58	2003
1476	1454	1409	41006.6159 1	36613.039	32951.722 86	2004
1481	1472.41 6667	1457	55933.6568 3	49940.754 04	44946.666 34	2005
1488	1474.91 6667	1396	72586.1536 3	64809.054 61	58328.136 69	2006
1318	1266.16 6667	1214	98589.3349	88026.178 81	79223.546 29	2007
1225	1203.25	1180	146161.818 3	130501.60 95	117451.43 28	2008
1187	1181.83 3333	1178	123807.984 6	110542.82 93	99488.530 54	2009
1185	1185	1185	153174.963 9	136763.34 64	123086.99 58	2010
1217	1195.66 6667	1185	203573.777 1	181762.28 66	163586.04 19	2011

استعمال انموذج الانحدار الخطي الضبابي في تقدير أثر سعر صرف الدولار على الناتج المحلي الاجمالي  
في العراق

تابع للملحق (1)

1263	1232.666 667	1200	230989.104 1	206240.257 5	185616.21 6	2012
1269	1231.916 667	1209	248732.775 9	222082.821 5	199874.52 36	2013
1222	1213.666 667	1200	245778.022 3	219444.648 5	197500.16 77	2014
1309	1247.416 667	1216	174795.409 8	156067.316 6	140460.56 96	2015
1303	1275.25	1235	172950.447 2	154420.028 8	138978.01 09	2016
1292	1258.083 333	1248	197336.382 5	176193.185	158573.85 12	2017
1246	1208.923 975	1195.3 117	236122.892 8	210823.997 1	189741.58 14	2018
1201.7 07	1196.134 667	1193.3 98	183177.832 4	163551.621 9	147196.44 37	2019
1351.3 49	1233.944	1193.8 38	133402.841 7	119109.666 5	107198.68 46	2020

المصدر: [35]، [36]

Abstract:

The fuzzy linear regression model is one of the statistical methods that are used to represent the relationship between two or more phenomena when those phenomena or some of them are characterized by the inaccuracy or reliability of their data. The research deals with formulating the fuzzy relationship between the Iraqi GDP and the dollar exchange rate based on a fuzzy linear regression model with fuzzy inputs and outputs, and then using the fuzzy least squares method in estimating the impact of the dollar exchange rate (the explanatory variable) on the GDP (response variable), Since the observations of both variables are represented by fuzzy trigonometric numbers.