

أسلوب لحل الدوال المتعددة الأهداف الخطية مع تطبيق عملي

م. نبأ نعيم مهدي *

م. رائد لازم علي **

المستخلص :

موضوع هذا البحث يتعلق بمجموعة من الطرائق أو الأساليب الرياضية المساعدة على اتخاذ القرارات المتعلقة بتوزيع الموارد المتاحة لتحقيق جملة من الأهداف من خلال أسلوب حل لدوال متعددة الأهداف الخطية للوصول الى أقل التكاليف و أعلى الأرباح وذلك بالاستغلال الأمثل لتلك الموارد فقد تناولنا في الجانب العملي دراسة بعض طرائق البرمجة المتعددة الأهداف ، وقد تم اقتراح خوارزمية مثلى لحل المشكلة مع مطابقة النتائج بنظام WINQSB . أما الجانب العملي التطبيقي فقد تناول البحث تعظيم الأرباح المتمثل في القماص الجدية الثلاث من قبل المنشأة العامة للصناعات الجلدية كهدف أول وتقليل كلف الانتاج كدالة هدف ثانية عن طريق استخدام إحدى طرق المتعددة الأهداف ضمن نظام WINQSB .

Abstract

This research is concerned with a set of methods or mathematical styles that help us take decisions concerning the distribution of available resources to reach a number of goals through a solution style of multiple linear goal function to reach the minimum costs and the maximum profits and this is through the optimal use of these resources.

We have considered in the practical side, the study of some multiple goal programming methods and an optimal algorithm has been suggested to solve the problem by matching the results by using WINQSB system.

In the applied part , the research has dealt with maximizing the profit of the three leather jackets of the general establishment for leather industries as first goal and to minimize the cost of production as a second goal function through using any of the multiple goals methods included in the WINQSB system.

1- المقدمة : [4][5]

كانت البرمجة الخطية وما تزال مصدر الهام لصناع القرار لما لها من نتائج جيدة في رسم الاستراتيجيات الخاصة اذا ما رفق بها تحليل الحساسية ما بعد الامثلية . أي انها تختص بدراسة هدف واحد أما تعظيم انتاج أو ربح أو ايراد أو تخفيض تكلفة . في ظل هذا الوضع نلجأ الى بناء برامجيات لدوال متعددة الأهداف (خطية ولا خطية) وهي مجموعة الطرائق أو الأساليب الرياضية المساعدة على اتخاذ القرارات المتعلقة بتوزيع الموارد المتاحة لتحقيق جملة من الأهداف المختلفة التي تخص الموارد النادرة المحدودة بين الفعاليات للوصول الى أقل تكاليف وأعلى أرباح من خلال الاستغلال الأمثل لتلك الموارد وذلك بوصف المشكلة بعد تحديد الأهداف ويتم الحصول على الحلول المثلى والأهداف المحدودة من خلال تخطيط الفعاليات أي برمجتها والتي تحتوي على متغيرات القرار المرتبطة مع بعضها بشكل علاقات وجود قيود على الموارد المتاحة .

* الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد .

** الجامعة المستنصرية / كلية الادارة والاقتصاد .

تأريخ استلام البحث 2016/3/10

تأريخ قبول النشر 2016/5/10

2- الاستعراض المرجعي: [1],[2]

ان عملية صنع القرار بوجود الاهداف المتعددة من الموضوعات المهمة والحيوية في مجالات تطبيقات بحوث العمليات والهندسة وعلم الاقتصاد وعلم الادارة والانتاج وقدم (Edgeworth) أول مقترح يحقق الامثلية المتعددة وقد غير هذا المقترح المفاهيم التقليدية للامثلية فبدلاً من تحقيق الامثلية لهدف واحد أصبح تحقيق الامثلية لأكثر من هدف من خلال إيجاد أفضل المبادلات بين الاهداف المتعددة.

وكانت بدايات متعدد الاهداف في عام 1951 حيث قام (Kuhn & tucker) بنشر أول مقترح حول مشاكل متعدد الاهداف باستخدام مفهوم متجه الامثلية.

وفي عام 1975 نشر (Zeleny) كتاب يحتوي على (50) بحث حول صنع القرار تضمن البرمجة المتعددة الاهداف باستخدام البرمجة الهدفية الخطية .

وفي عام 1982 نشر بحثاً أثبت فيه ان المعايير تحتوي على اهداف متعددة وصفات متعددة اذ تضمن البحث نظريتين اساسيتين حول البرمجة الخطية متعددة الاهداف والمنفعة متعددة الصفات اذ أصبحت النظريتان قاعدة أساسية للعديد من الاختلافات النظرية .

وفي عام 1984 وظف (Stadler) أفكار ومفاهيم باريتو (Pareto) التي تخص تحقيق الامثلية متعددة الاهداف في مجال الهندسة والعلوم الاخرى اذ اصبحت تطبق في مجال الهندسة بشكل واسع .

وفي عام 1993 قام الباحثان (Mario&Jasmin) بتوضيح إجابيات أنموذج البرمجة متعدد الاهداف مقارنة بأنموذج البرمجة الخطية .

وفي عام 1998 عمل (Hartman) على التمييز بين جدولة عمل وتخطيط الانتاج مستعينا بأسلوب تحقيق الامثلية متعددة الاهداف .

وفي العام نفسه قام محمد عامر محمد المولى بتطبيق برمجة متعدد الاهداف لدراسة نقل المنتجات النفطية البيضاء داخل القطر وتضمن ثلاثة أهداف هي:

- أ- تلبية طلب كل محافظة من محافظات القطر .
- ب- الاستغلال الكامل للطاقة مصفى الدورة من انتاج المنتجات النفطية البيضاء.
- ت- تقليل كلفة النقل الى أقل كلفة ممكنة.

وفي عام 2000 طبق (Printo,Joly&Moro) اسلوب تحقيق الامثلية متعددة الاهداف في التخطيط وجدولة العمل لتشغيل المصفى حيث قاموا ببناء أنموذج يحدد الوقت اللازم الذي يعمل به المصفى لتحقيق أعظم الواردات فضلاً عن عدد المشتغلين الذين يحتاجهم المصفى.

وفي عام 2006 نشر (Borger&Antunes) بحثاً حول الاستقرار في الحلول الكفوءة مقابل الاوزان المختلفة في نماذج الامثلية متعددة الاهداف حيث تضمن البحث الاساليب الفعالة لتحليل الحساسية في الامثلية متعددة الاهداف .

وفي عام 2011 قام الباحثان (Banashri &Nabendu) من قسم الرياضيات في جامعة (Assam Univercity) في الهند باستعمال البرمجة الهدفية لتحقيق مجموعة من الاهداف باستعمال أسلوب تعددية الاهداف لوضع استراتيجية مثلى لانتاج مصانع الشاي ومن خلال مجموعة أهداف أساسية لتلك المصانع لكونها تشكل أهمية كبيرة لعدد كبير من العاملين في تلك المصانع وتمثلت الاهداف في تعظيم الانتاج والارباح والطلب ومحاولة تقليل أوقات المعالجة في مختلف المكنان وتقليل التوسع حيث تم تعريف تلك الاهداف والمفاضلة بينها من خلال الاولوية (وحسب الاهمية) وتم التوصل الى استراتيجية للانتاج يحقق توافق بين الاهداف مما ساعد على امكانية تطبيق تلك التجربة في مصانع أخرى .

وفي عام 2012 قام الباحث كريم قاسم محمد باستعمال البرمجة الهدفية في معامل انتاج لتوزيع الكهرباء في دبالى وكان الهدف من الدراسة تحقيق مجموعة من الاهداف بوجود محدودية في الموارد والامكانية المتاحة لدى الشركة بحيث توازن طاقات الشركة الانتاجية وتلبي متطلبات العقود بأقل كلفة ممكنة .

3- هدف البحث :

- الهدف دراسة بعض الطرائق البرمجة المتعددة الأهداف مع اقتراح خوارزمية مثلى لحل المشكلة مع مطابقة النتائج بنظام WINQSB.
- أما الجانب العملي التطبيقي تهدف هذه الدراسة الى تعظيم الانتاج من القمصان الجلدية الثلاث المنتجة من قبل المنشأة العامة للصناعات الجلدية كدالة هدف أولى مع تقليل كلف الإنتاج كدالة هدف ثانية عن طريق استخدام إحدى طرائق برمجة الاهداف المتعددة في نظام WINQSB .

4- الجانب النظري :

4-1 أنموذج البرمجة الخطية بدالة هدف واحدة [7]:
يوصف أنموذج البرمجة الخطية لدالة هدف واحدة بـ (m) من متغيرات القرار و (k) من القيود الهيكلية بالصيغة الآتية :-

min or max

$$Z = \sum_{j=1}^m C_j X_j \quad \text{----- (1)}$$

s.t

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} X_j \quad (\leq, =, \geq) \quad b_i \quad i = 1, 2, \dots, k$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m$$

وتستخدم عدة طرائق تكرارية لإيجاد الحل ومنها الطريقة البيانية، وطريقة السمبلكس، وطريقة السمبلكس ذات المرحلتين وكذلك طريقة M الكبيرة وهي طرائق تستهلك الوقت والجهد منطلقاً من حل أساسي وصولاً إلى الحل الأمثل، حيث تتبع هذه الطرائق وفق معطيات الأنموذج وخصائصه إلا أنها تمتاز بمعالجة مشكلة (تعظيم أو تصغير) لدالة هدف واحدة خطية والتي تكون خاضعة لقيود هيكلية خطية وقيود عدم السلبية . أما عندما تكون دالة الهدف أو قيودها غير خطية فإن طرائق البرمجة الخطية تفشل للوصول للحل الأمثل وهنا لابد من البحث عن صياغة جديدة لأنموذج البرمجة غير الخطية وقيودها .
إن صياغة أنموذج البرمجة غير الخطية ولدالة هدف واحدة يكون بالعلاقة الآتية:

min or max

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_m) \quad \text{----- (2)}$$

s.t

$$f_i (X_1, X_2, \dots, X_m) (\leq, =, \geq) b_i \quad i = 1, 2, \dots, k$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, m$$

وطرائق الحل لأنموذج عديدة تعتمد على أسلوب البحث عن الحل الأمثل ضمن مجال عمل دالة الهدف للوصول إلى الحل ومنها (طريقة Marquardt)، (طريقة Newton method)، (طريقة steepest descent)، (طريقة Hawk & Jeef) وغيرها من الطرائق التكرارية،

4-2 أنموذج البرمجة متعددة الأهداف [3]

عندما يكون هناك أكثر من هدف يسعى متخذ القرار لتحقيقه فإن أنموذج البرمجة متعددة الأهداف يوصف بالصيغة الآتية :

max or min

$$H(\underline{X}) = [Z_1(\underline{X}), Z_2(\underline{X}), \dots, Z_K(\underline{X})] \quad \text{----- (3)}$$

s.t

$$g_i(\underline{X}) \leq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, p$$

حيث أن (k) تشير إلى عدد دوال الهدف و (p) عدد قيود الأنموذج و (X) متجة متغيرات القرار والتي تحقق شروط عدم السلبية $\underline{X} \geq 0$ والذي يحل بطرائق عدة نذكر منها ما يأتي :

- طريقة الأوزان (The weighting method) [3]
تعد من الطرائق الامثلية متعددة الاهداف وبها يتم ربط جميع دوال الهدف بدالة هدف مفردة من خلال الاوزان (W_i) مع افتراض عدم وجود ارتباط بين دوال الاهداف المتعددة ، عندها توصف دالة الهدف بأحدى الصيغ الآتية :

$$H = \sum_{i=1}^k (W_i Z_i(\underline{X}))^p \text{ ----- (4)}$$

أو بالصيغة الآتية :

$$H = \sum_{i=1}^k W_i (Z_i(\underline{X}))^p \text{ ----- (5)}$$

أو بصيغة المضروب وتدعى (weighted product method) وفق العلاقة الآتية :

$$H = \prod_{i=1}^k (Z_i(X_i))^{W_i} \text{ ----- (6)}$$

وان ($W_i \geq 0$) عبارة عن قيمة الاوزان والتي تعبر عن الاهمية النسبية لكل دالة هدف بحيث ان ($\sum W_i = 1$) وعند التعويض عن ($p=1$) في الصيغة 5 أو 6 وتحديد الاوزان (W_i) يتحول النموذج المتعدد الاهداف الى نموذج برمجة خطية بدالة هدف واحدة وحسب الصيغة الآتية :

$$H(\underline{X}) = \sum_{i=1}^K W_i Z_i(\underline{X}) \text{ ----- (7)}$$

S.t

$$g_i(\underline{X}) \leq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, p$$

عندها يتم الحصول على الحل بالطرائق التقليدية للبرمجة الخطية .

- طريقة (الاولويات) [3]

1- حل كل دالة هدف (Z_i) بصورة منفصلة وفقا لقيود النموذج وذلك من خلال استخدام طريقة (Simplex method)

لايجاد افضل حل وليكن (Z_i^*) بحيث نحصل على ($i=1, 2, \dots, k$) من الحلول .

2- ايجاد حل النموذج التالي بعد تعويض نتائج الخطوة (1) في النموذج :

max or min

$$H(\underline{X}) = \sum_{i=1}^k (Z_i^* - Z_i(\underline{X})) / Z_i^* \text{ ----- (8)}$$

s.t

$$g_i(\underline{X}) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, l$$

والحل بطبيعة الحال يكون وفق طريقة (Simplex) التكرارية للوصول الى الحل الامثل .

- طريقة زيلني لدوال متعددة الاهداف (Zeleny's linear multiobjective method) [1]

وفق هذه الطريقة يحول النموذج (1) الى الصيغة المتعددة الأتية :

max or min

$$H(X) = \left\{ Z_1 = \sum_{i=1}^n C_{1i} X_i, Z_2 = \sum_{i=1}^n C_{2i} X_i, \dots, Z_p = \sum_{i=1}^n C_{pi} X_i \right\} \text{-----} (9)$$

S.t

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + X_{n+1} = b \quad i = 1, 2, \dots, p$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n + p$$

وتستخدم لنماذج دوال الهدف المتعددة الخطية وبقيودها الخطية أيضاً ويتم الحل بعد ترتيب بيانات النموذج بجدول مشابه لطريقة (Simplex method) الا ان خوارزمية الحل التكرارية تكون معقدة وطويلة للوصول للحل الامثل .

- طريقة الخطوة (The step method (STEM) [9]

يوصف نموذج الدالة بالشكل الاتي :

max or min

$$\underline{H}(\underline{X}) = \left[Z_1 = \sum_{i=1}^n C_{1i} X_i, Z_2 = \sum_{i=1}^n C_{2i} X_i, \dots, Z_p = \sum_{i=1}^n C_{pi} X_i \right] \text{-----} (10)$$

S.t

$$\underline{X} \in J$$

حيث ان المجموعة J توصف وفق الصيغة الأتية وتمثل مجموعة الحلول المتحققة للقيود الخاصة بالمشكلة .

$$J = \left[\underline{X} / \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq b_i \right] \quad i = 1, 2, 3, \dots, m, \quad X \geq 0$$

والنموذج مخصص لدوال الهدف الخطية لأنموذج يحتوي متغيرات قرار محددة وغير محددة وخوارزمية الحل تكون من خلال اتباع ماياتي :

1- ايجاد حل لكل دالة هدف (Z_i) بصورة مفردة مع قيود النموذج ومن خلال طريقة (Simplex method)

أي الحصول على متغيرات القرار (X_i) وقيم دالة الهدف (Z_i^*) .

2- بالاعتماد على قيم (Z_i) وبترتيبها بجدول نحسب كل من القيم الأتية :

(α_1, α_2) فعندما تكون $Z_i \geq 0$ نجد

$$\alpha_j = \left\{ (Z_{j(\max)} - Z_{j(\min)}) / Z_{j(\max)} \right\} \left\{ \sum_{i=1}^n C_{ij}^2 \right\}^{-1/2} \text{-----} (11)$$

اما عندما تكون $Z_i \leq 0$

$$\alpha_j = \left\{ (Z_{j(\min)} - Z_{j(\max)}) / Z_{j(\max)} \right\} \left\{ \sum_{j=1}^n C_{ij}^2 \right\}^{-1/2} \text{-----} (12)$$

حيث ان $Z_j(\min)$, $Z_j(\max)$ أكبر و اقل قيمة متحققة لدالة الهدف (j) .

3- حساب الازان حسب الصيغة الآتية :

$$\pi_j = \frac{\alpha_j}{\sum_{i=1}^p \alpha_i}$$

وان (π_j) ستعتمد على مدى انحراف قيمة دالة الهدف عن القيمة المثالية .

4- على متخذ القرار المقارنة بين النتائج ومدى تحققها لدوال الهدف من خلال اعطاء مجال للدوال بالتحرك ضمن منطقة الحل لاجل اعادة الحل والتوصل الى الحل الامثل .

5- الجانب العملي :

لاجل كتابة البرامجيات فاننا سوف نعتد على بعض الامثلة المحولة التي استخدمت الطرائق التقليدية في الوصول الى الحل وأغلب هذه الطرائق كما نوهنا هي طرائق تكرارية تستهلك الوقت والجهد ومنها المثال الآتي :

- مثال (1)

min

$$Z_1(X) = 2X_1 + 2X_2 \geq 100$$

$$Z_2(X) = X_1 + X_2 \geq 50$$

s.t

$$2X_1 + X_2 \leq 6$$

$$X_1 + 4X_2 \leq 12$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

ومن خلال الحصول على الصيغة القياسية للأنموذج واستخدام اسلوب معدل القطع مع تكرار الحل لجداول وصولا الى الحل الامثل حيث بين ان ($Z=138$) وبمتغيرات قرار ($X_1=2, X_2=2$) وبالحصول على الصيغة القياسية للأنموذج والتي توصف بالأنموذج :

min

$$Z = 150 - 3X_1 - 3X_2$$

s.t

$$2X_1 + X_2 \leq 6$$

$$X_1 + 4X_2 \leq 12$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

عندها بالامكان حل الأنموذج وفق البرنامج الآتي :

max T = 0

For I = 1 To 3

X1 = I - 1

For J = 1 To 3

X2 = J - 1

W1 = 2 * X1 + X2

W2 = X1 + 4 * X2

IF ((W1 > 6).OR.(W2 > 2)) GOTO 2

OB = 150 - 3 * X1 - 3 * X2

IF (OB > max T) GOTO 3

GOTO 2

3 IX1 = X1

IX2 = X2

NEXT J

2NEXT I

print IX1, IX2, OB

END

حيث نحصل على النتائج الآتية : $X1=2$, $X2=2$, $pmax=138$ وتم مقارنتها مع نظام WINQSB وأظهرت النتائج مطابقتها.

5-1 الجانب التطبيقي :

من أجل الحصول على البيانات المطلوبة لإجاز البحث، فقد تمت زيارة المنشأة العامة للصناعات الجلدية ، حيث تم أخذ المعلومات الأساسية عن أنواع (القماص الجلدية) المنتجة في المنشأة من مستلزمات ومواد داخلية في إنتاجها وقيمها وكميتها لكل وحدة منتجة وكما يأتي :

جدول (1)

يمثل المواد المستخدمة في إنتاج القماص الجلدية وكمياتها لأنواع القماص الثلاث

ت	المادة	وحدة القياس	قمصلة رجالية طويلة	قمصلة رجالية قصيرة	قمصلة نسائية طويلة
1	جلد	قدم	65	55	65
2	قماش بطانة	متر	5	4.5	5
3	سحاب	عدد	1	1	1
4	قماش مصمغ	متر	3	3	3
5	بطانة غير منسجة	سنتيمتر	3.5	3.5	3.5
6	خيوط	متر	450	450	450
7	صمغ نيوبرن	غرام	60	60	60
8	طباقات	عدد	8	6	0
9	أزرار بلاستيك	عدد	3	3	8
10	كبسولة أزرار صغيرة	عدد	2	2	0
11	كبسولة أزرار كبيرة	عدد	6	0	6
12	صمغ لانكس	غرام	250	250	250
13	شريط مطاط بلاستيك	سنتيمتر	9	40	0

أما كمية المادة المتاحة من كل مادة من المواد المبينة فستوضّح في الجدول الآتي :

جدول (2)

يمثل الموارد المتاحة من الموارد الداخلة في إنتاج القماص لجلدية من نوع جلد الغنم

المادة	الموارد
جلد	82000
قماش بطانة	58000
سحاب	22000
قماش مصمغ	28000
بطانة غير منسجة	400000
خيوط	5800000
صمغ نيوبرن	700000
طباقات	70000
أزرار بلاستيك	70000
كبسولة أزرار صغيرة	22000
كبسولة أزرار كبيرة	70000
صمغ لانكس	3400000
استيك	1000000

أن دالة الهدف الاولى ستكون عبارة عن كلف كل نوع من الأنواع الثلاثة المستخدمة (قمصلة رجالية طويلة ، قمصلة رجالية قصيرة ، قمصلة نسائية طويلة) وستكون كالآتي :

- كلفة القمصلة الرجالية الطويلة (72000) دينار.

- كلفة القمصلة الرجالية القصيرة (62000) دينار.

- كلفة القمصلة النسائية الطويلة (72000) دينار.

أما دالة الهدف الثانية فهي عبارة عن أرباح لكل نوع من الأنواع الثلاثة

- ربح القمصلة الرجالية الطويلة (34000) دينار.

- ربح القمصلة الرجالية القصيرة (26000) دينار.

- ربح القمصلة النسائية الطويلة (36000) دينار.

الرموز المستخدمة وتعريفها:

G_1 رمز دالة الهدف الأولى .

G_2 رمز دالة الهدف الثانية .

n عدد متغيرات القرار .

m عدد الموارد المتاحة .

x_j متغير القرار j .

b_i الكمية المتوفرة من المورد (i) .

a_{ij} كمية المورد (i) التي تتوزع لكل وحدة واحدة من نشاط (j) .

c_j اسهام الوحدة الواحدة من الكلف لمتغير القرار (i) في دالة الهدف .

p_j اسهام الوحدة الواحدة من الأرباح لمتغير القرار (i) في دالة الهدف .

ومن الضروري بأن المتغيرات (x_j) مقيدة بشرط عدم السالبية non negativity

5-2 النموذج الرياضي المقترح :

بعد أن تعرفنا على الأنواع المنتجة من الجلد في المنشأة وعلى كمية المواد الداخلة في انتاج القمصان والكلف التي ستتحملها المنشأة من تصنيع كل وحدة سيتم وضع النموذج الرياضي بالصيغة الآتية:

x_j : يمثل كل نوع من انواع القمصان المصنعة من جلد الغنم.

x_1 : عدد الوحدات اللازم انتاجها من القمصنة الرجالية الطويلة.

x_2 : عدد الوحدات اللازم انتاجها من القمصنة الرجالية القصيرة.

x_3 : عدد الوحدات اللازم انتاجها من القمصنة النسائية الطويلة.

c_j : تمثل اسهم الوحدة الواحدة من الكلف في دالة الهدف.

c_1 : كلفة القمصنة الرجالية الطويلة وهي (72000) دينار.

c_2 : : كلفة القمصنة الرجالية القصيرة وهي (62000) دينار.

c_3 : كلفة القمصنة النسائية الطويلة وهي (72000) دينار.

p_j : تمثل اسهم ارباح الوحدة الواحدة في دالة الهدف.

p_1 : تمثل ربح القمصنة الرجالية الطويلة وهي (34000) دينار.

p_2 : تمثل ربح القمصنة الرجالية الصيرة وهي (26000) دينار.

p_3 : تمثل ربح القمصنة النسائية الطويلة وهي (36000) دينار.

b_i : تمثل الكمية المتوفرة من المواد المتاحة (الطرف الايمن).

b_1 : كمية الجلد المتوفرة وهي (820000) قدم.

b_2 : كمية قماش البطانة وهي (58000) متر.

b_3 : كمية السحابات وهي (2000) سحاب.

b_4 : كمية القماش المصغ وهي (28000) متر.

b_5 : كمية البطانة غير المنسجة وهي (400000) سم.

b_6 : كمية الخيوط المتوفرة وهي (5800000) متر.

b_7 : كمية صمغ نيوبرن وهي (700000) غم.

b_8 : كمية الطباقات وهي (700000) طباق.

b_9 : كمية أزرار البلاستيك وهي (700000) زر.

b_{10} : كمية كبسولة أزرار صغيرة وهي (22000) كبسولة.

b_{11} : كمية كبسولة أزرار كبيرة وهي (70000) كبسولة.

b_{12} : كمية صمغ لاتكس وهي (3400000) غم.

b_{13} : كمية الشريط المطاط (بالسم) وهي (1000000) سم.

وبذلك سيكون النموذج الرياضي المقترح بالشكل الآتي :-

$$\text{Minimize } G1 = 72000x_1 + 62000x_2 + 72000x_3$$

$$\text{Maximization } G2 = 34000 x_1 + 26000x_2 + 36000x_3$$

Subject to

$$65x_1 + 55x_2 + 65x_3 \geq 820000$$

$$5x_1 + 4.5x_2 + 5x_3 \geq 58000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 22000$$

$$3x_1 + 3x_2 + 3x_3 \geq 28000$$

$$3.5x_1 + 3.5x_2 + 3.5x_3 \geq 400000$$

$$450x_1 + 450x_2 + 450x_3 \geq 5800000$$

$$60x_1 + 60x_2 + 60x_3 \geq 700000$$

$$8x_1 + 6x_2 \geq 700000$$

$$3x_1 + 3x_2 + 8x_3 \geq 700000$$

$$2x_1 + 2x_2 \geq 22000$$

$$6x_1 + 6x_3 \geq 70000$$

$$250x_1 + 250x_2 + 250x_3 \geq 3400000$$

$$9x_1 + 40x_2 \geq 1000000$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

وبحل الأنموذج بواسطة برنامج WINQSB وباستخدام طريقة Goal Programming

جدول (3)

يمثل بيانات الأنموذج الرياضي

GP	MatrixFormat	Plan	2	3	13
Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Min:G1	72000	62000	72000		
Max:G2	34000	26000	36000		
C1	65	55	65	=>	820000
C2	5	4.5	5	=>	58000
C3	1	1	1	=>	22000
C4	3	3	3	=>	28000
C5	3.5	3.5	3.5	=>	400000
C6	450	450	450	=>	5800000
C7	60	60	60	=>	700000
C8	8	6		=>	700000
C9	3	3	8	=>	700000
C10	2	2		=>	22000
C11	6		6	=>	70000
C12	250	250	250		3400000
C13	9	40		=>	1000000
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

جدول (4)
يمثل حل النموذج الرياضي

	Goal	Decision	Solution	Unit Cost or	Total	Reduced	Allowable	Allowable	
	Level	Variable	Value	Profit c(j)	Contribution	Cost	Min. c(j)	Max. c(j)	
1	G1	X1	82,706.77	72,000.00	5,954,887,168.00	0	34,875.00	73,666.66	
2	G1	X2	6,390.98	62,000.00	396,240,608.00	0	60,750.00	227,000.00	
3	G1	X3	54,088.35	72,000.00	3,894,361,088.00	0	0	85,333.30	
4	G2	X1	82,706.77	34,000.00	2,812,029,952.00	0	-M	M	
5	G2	X2	6,390.98	26,000.00	166,165,424.00	0	-M	M	
6	G2	X3	54,088.35	36,000.00	1,947,180,544.00	0	-M	M	
	G1	Goal	Value	(Min.) =	10,245,488,640.00				
	G2	Goal	Value	(Max.) =	4,925,376,000.00				
		Left Hand		Right Hand	Slack	Allowable	Allowable	ShadowPrice	ShadowPrice
	Constraint	Side	Direction	Side	or Surplus	Min. RHS	Max. RHS	Goal 1	Goal 2
1	C1	9,243,187.00	>=	820,000.00	8,423,186.00	-M	9,243,186.00	0	0
2	C2	712,734.94	>=	58,000.00	654,734.94	-M	712,734.94	0	0
3	C3	143,186.09	>=	22,000.00	121,186.09	-M	143,186.09	0	0
4	C4	429,558.25	>=	28,000.00	401,558.28	-M	429,558.28	0	0
5	C5	501,151.31	>=	400,000.00	101,151.31	-M	501,151.31	0	0
6	C6	64,433,740.00	>=	5,800,000.00	58,633,740.00	-M	64,433,740.00	0	0
7	C7	8,591,165.00	>=	700,000.00	7,891,165.50	-M	8,591,166.00	0	0
8	C8	700,000.00	>=	700,000.00	0	303,225.84	888,888.88	5,582.71	2,659.77
9	C9	700,000.00	>=	700,000.00	0	468,797.00	M	9,000.00	4,500.00
10	C10	178,195.48	>=	22,000.00	156,195.48	-M	178,195.48	0	0
11	C11	820,770.69	>=	70,000.00	750,770.69	-M	820,770.69	0	0
12	C12	35,796,524.00	>=	3,400,000.00	32,396,522.00	-M	35,796,520.00	0	0
13	C13	1,000,000.00	>=	1,000,000.00	0	787,500.00	4,666,667.00	37.59	-86.47

ويبين جدول (4) بعض نتائج تحليل الحساسية للنموذج الرياضي بالنسبة لمعاملات دالة الهدف الاولى والمتغير X_1 (القمصة الرجالية الطويلة) تراوحت قيمها ما بين (34,875.00 ، 74,666.00) وهذا يعني أن الحل يبقى ثابتاً بنفس قيم متغيرات القرار إذا ما تغيرت الكلف ما بين القيم أعلاه.

وبنفس الحال للمتغير X_2 (القمصة الرجالية القصيرة) حيث تراوحت القيم ما بين (227,000.00 ، 60,750.00) والثالث X_3 (القمصة النسائية الطويلة) أحتوى على كلف موجبة أقل من (85,333.30) ولذلك فإن تحليل حساسية النموذج للحل يكون ثابت ضمن هذه القيم وللدالة الاولى .

أما بالنسبة للدالة الثانية فإن تغيرات دالة الهدف تكون ما بين $(-\infty, \infty)$ وهنا ان تحليل الحساسية يكون غير ذا أهمية لأنه تضمن كل القيم ويبقى الحل ثابتاً ضمن قيم متغيرات القرار . وهذه النتائج ظهرت في الجدول المذكور أعلاه وفي العمودين الآخرين .

أما بخصوص ثوابت الطرف الايمن فإن الحل أظهر مثلاً إذا ما تغير ثابت الطرف الايمن للقيد الاول من $-\infty$ الى 924,186.00 فإن الحل يبقى على حاله دون تغيير وهذا يعني انه بالإمكان تحديد كمية الجلود المستخدمة بقيمة موجبة وأقل 9243,186.00 دون أن يؤثر ذلك على الحل الأمثل للنموذج بينما القيد الخاص بالازرار القيد التاسع يحتم وجود 468,797.00 كحد أدنى الاكمال المنتج وبعد أعلى الى ∞ .

وهكذا بالنسبة الى باقي القيود ويمكن الاطلاع تحت الاعمدة (Min.RHS), (Max.RHS) أما بالنسبة لاسعار الظل ظهر القيد الثامن والتاسع والثالث عشر مع استنفاد الموارد الخاصة بكمية الطباقات والازرار والشريط المطاط حيث ان تحديدها كان بصورة جيدة لذلك ظهر سعر الظل المرافق لهما.

5- الاستنتاجات والنوصيات :

- 1- إثارة البرامجيات الى سهولة الحصول على الحل لدوال المتعددة الاهداف مع مطابقة الحلول لنتائج مع برنامج WINQSB
- 2- أما الجانب العملي التطبيقي :- لأجل تخفيض التكاليف يجب ان تكون متغيرات القرار وفق قيم الحل التالية (82,706.77 ، 6,390.98 ، 54,088.35) وهذه القيم لا تتغير ما بين حدود (Min. c(j) ، 34,875.00 ، 60,750.00 ، 0) و (Max. c(j) ، 73,666.66 ، 227,000.00 ، 85,333.30) الموضحة في الجدول رقم (4) وقيمة دالة الهدف (10,245,488,640.00) الخاصة بتصغير الكلف . أما دالة الهدف الثانية فيتحقق فيها التعظيم لقيم المتغيرات التالية (82,706.77 ، 6,390.98 ، 54,088.35) وهذه القيم لا تتغير ما بين حدود (Max. c(j)=M و Min. c(j)=-M) وبدالة هدف مساوية (4,925,376,000) الخاصة بتعظيم الربح.
- 3- ضرورة ان تتوافر القاعدة الرصينة من البيانات عند وضع التكاليف وضرورة الاهتمام بتطوير قدرات كادر متخصص من خلال اشتراكهم في الدورات التدريبية وتنمية قدراتهم بما يؤهلهم للمشاركة في عملية صنع القرار.
- 4- إمكانية استخدام برنامج آخر بدلا من نظام WINQSB في التطبيق ومقارنة النتائج.
- 5- إمكانية تطبيق هذه الدراسة في مؤسسات انتاجية أخرى بهدف تعظيم الارباح وتقليل الكلف .

المصادر:

- 1- بخايا ، مروان فيصل توفيق "تطبيقات الامثلية متعددة الاهداف في الصناعات النفطية" رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد ، 2007
- 2- حسن ، نورس عبد الكريم "استعمال البرمجة الهدفية الضبابية في تحديد الكميات المثلى لبعض الادوية في شركة تسويق الادوية" رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد جامعة بغداد ، 2013
- 3- حمدي طه . "مقدمة في بحوث العمليات" تعريب د. احمد حسين علي حسين ، مراجعة ، د. محمد علي محمد احمد ، دار المريح للنشر - المملكة العربية السعودية- الرياض ، 2002
- 4- التميمي ، ماجدة عبداللطيف محمد ، الصفار ، احمد عبد اسماعيل ، "بحوث العمليات تطبيقات على الحاسوب ، دار المناهج للنشر والتوزيع عمان الاردن 2007) .
- 5- حامد سعد الشمري ، علي خليل الزبيدي ، 2007 ، تخطيط الإنتاج باستخدام البرمجة الهدفية ، مجلة التقني ، البحوث الإدارية ، العدد 2 ، المجلد 20 ، هيئة التعليم التقني ، بغداد ، العراق .
- 6- خالد ضاري ، مروان العبيدي ، عمر العشاري ، تطبيقات وتحليلات لنظام الكمي للاعمال WINQSB ، 2009 .
- 7- Hamdy A.Taha "Operations Research an introduction" 6th edition (1997), Prentice-Hall.
- 8- WINQSB Online Help and Manual.
- 9- Lieberman and Hiller " Introduction to the Operational Research" Holden Day INC, 1990.
- 10- Steuer ,R.E., Multiple Criteria Optimization; Theory ,computations, and Application, Wiley . New York 1986 .
- 11- Gupta. P.k and Hira O.S " Operations Research" S.chand and company LTd New Delhi ,1979 .